
UNIVERSIDAD D SEVILLA
Biblioteca


UMASS
BOSTON




EX BIBLIOTECA
D. A. de VLLOA



DE LA MEILLEURE MANIERE DE MESURER SUR MER LE CHEMIN D'UN VAISSEAU, INDEPENDEMMENT DES OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES.

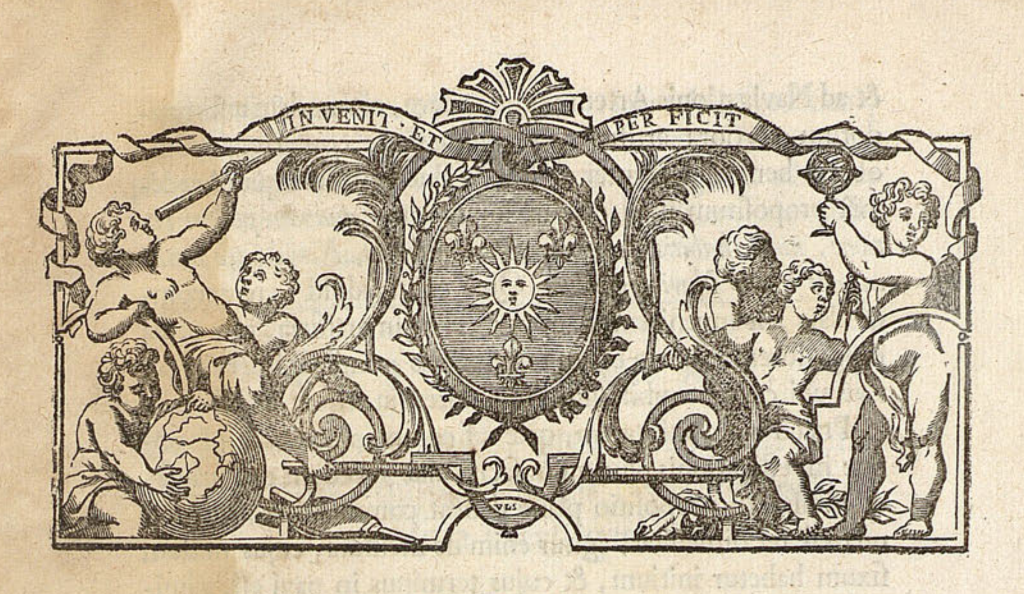
Piece qui a remporté le Prix de l'Academie Royale des Sciences, proposé pour l'année 1733, selon la fondation faite par fe. M. ROUILLÉ DE MESLAY, *ancien Conseiller au Parlement.*

Par M. le Marquis POLENI.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

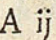
M. DCCXXXIV.



QUANAM POTIORI RATIONE,
NULLIS HABITIS
STELLARUM
OBSERVATIONIBUS,
NAVIGANTES METIRI QUEANT
ITER A NAVI
CONFECTUM.

Aggrediar, non tam perficiundi ſpe, quàm experiundi voluntate. *M. T. Cic. in Oratore.*

NEMO reperiri facile poterit, qui vel primoribus (ut in proverbio eſt) labris attigerit Navigationis Doctrinam, qui etiam probe non noverit, in Navigationibus ipſis utiliſſimam eſſe itinerum a Navibus confectorum menſuram ;



& ad Navigationis Artem perficiendam, eorumdem æstimandorum certiora artificia plurimum posse conferre. Quamobrem bene ac sapienter ab Illustri Præstantissimâque Academiâ propositum illud est, ut inquiratur; *quanam potiori ratione, nullis habitis stellarum observationibus, Navigantes metiri queant iter a Navi confectum.* Quæ enim ad id vere accommodata aut invenirentur aut perficerentur artificia, non utilia modo forent, verum etiam temporibus omnibus inservirent; sive ubi cælum nubilosum, sive interdiu essent adhibenda.

Præter vero utilitatem, quæ ad commendationem propositæ investigationis plurimum facit, aliæ accedunt duæ causæ, ut illiusmodi propositio plane debeat commendari; quarum una est rei difficultas, agitur enim de mensura, cujus nullum fixum habetur initium, & cujus terminus in navi est, nimirum in vectura a ventis, & a fluctibus agitata, atque obnoxia (ut ita dicam) insidiis ignotorum fluxuum aquæ marinæ. Causa vero altera est scriptorum de hac re penuria; si enim Fournerium, Millietum, paucosque alios excipias, quotus tandem quisque reperietur, qui, de navigatione scribens, propositæ illius mensuræ rationem paullo diligentius attigerit?

Quod si etiam forte appareat, pro re suapte natura nimium implicata, inveniri non posse artificium numeris omnibus præditum atque absolutum, quo res ipsa omnino explicetur, & perficiatur eadem ratione, qua perfectæ in stabili solo mensuræ deprehenduntur; tentandum tamen est conandumque, ut eorum, quæ habentur, artificiorum natura probe noscatur; ut seligantur eorumdem utiliores usus, missi vero fiant minus utiles; ut aptioribus illis accedant ea nova artificia, quæ adjici utiliter posse videantur. Quibus omnibus in rebus (nî pessime fallor) non ita quidem speculationibus est indulgendum, ut in primis non attendatur quid in usu difficili, exercitationeque in cursu navium habenda, futurum sit optimæ frugis. Hæc itaque respiciam in Dissertatione hac, quam dividam in partes omnino treis: ac primum de Machinis nonnullis, aquæ cursu aut venti vi agitatis, ad itinera

Navi confecti menſuram inveſtigandam inventis, verba faciam: deinde de natura directionis curſus navium ita ediſſeram, ut plane aperiam quid mihi videatur illiuſmodi cognitio ad finem propoſitum facere poſſe: demum quæ tutiora artificia exiſtimem, quid iiſdem adjiciendum opiner, demonſtrabo.

Pars Prima.

De Machinis nonnullis, aquæ curſu, aut venti vi agitatis, quibus itineris Navi confecti menſura inveſtigatur.

§. I.

Credibile eſt, Antiquos non caruiſſe peculiari aliquo artificio ad æſtimanda ſeu demetienda Navium itinera.

Plures Hiſtoriæ ſunt, quæ nobis plane commonſtrent, nonnullos ex Antiquis in Oceano navigaſſe, præſertim vero Ægyptios, Tyrioſque per Erythræum Mare cum Indis commercium exercentes: neque minus Phœnices, qui longiores in Oceano curſus tenuere, teſte Herodoto Lib. IV. Melpom. Plinius vero (Hiſt. Nat. Lib. II. Cap. 67.) plura tradit de iis, qui Oceanum navigarunt. *Hanno* (ſcribit inter cetera) *Carthaginis potentiâ florente, circumvectus a Gadibus ad finem Arabiæ, navigationem eam prodidit ſcripto: ſicut ad extera Europæ noſcenda miſſus eodem tempore Himilco.* Et Strabo (Lib. II.) *Alexandrinorum Mercatorum claſſis per Nilum jam navigans & Arabicum ſinum uſque ad Indiam, multo iſta nobis, quàm olim fuerant, notiora reddidit.* Porro credibile minime eſt, hujuſcemodi navigationibus Antiquos ſeſe commiſiſſe, nec tamen neceſſaria habuiſſe præſidia ad dirigendos quò vellent navium curſus; & ad proxime dignoſcendas Maris partes, in quibus verſarentur, cum in alto eſſent: prope enim littora eos non ſemper navigaviſſe ſuadent

tum trajectiones Mediterranei maris & sinuum Oceani, tum necessitas ipsa orta ex tempestatibus atque procellis. Quod si utilissimo pixidis nauticæ præsidio carebant, cujus inventum posterioribus temporibus reservabatur; quis dubitet, illos solis stellarumque observationes, æstimationesque confectorum itinerum adhibuisse, atque ad æstimanda metiendaque itinera ipsa peculiaribus aliquibus artificiis usos esse? Namque talia sunt hujusmodi præsidia, ut eorum necessitas quasi sponte sua Navigantibus illis in mentem venire debuerit. Sed tamen quænam artificia, ut satis illi facerent necessitati, Antiqui invenerint, haud satis constat; nihil enim eorum ad nos, præter pauca & dubia a Vitruvio indicata, pervenit.

§. I I.

Antiqui artem aliquam tradiderant, ad iter, quod navi peractum esset, dimetiendum: sed tamen non liquet, eam fuisse, quam in æstimandis Navium itineribus maxime adhiberent.

VItruvius (Lib. X. Cap. 14.) habet hæc: *transferatur nunc cogitatus scripturæ ad rationem non inutilem, sed summa solertia a majoribus traditam: qua in via rheda sedentes, vel mari navigantes, scire possimus quot milliaria numero itineris fecerimus.* Deinde artificium explicat, quod in rhedæ motu, *milliariorum itineris numerum indicaret.* Tum vero addit, illud idem artificium in Navigationibus, paucis rebus commutatis, adhibitum fuisse ad navium itinera definienda. Nimirum per Navis parietum latera trajectum fuisse axem, cujus essent *extra navem prominentia capita in quæ includerentur rotæ, habentes circa frontes affixas pinnas, aquam tangentes;* quæ rotæ, navis motu circumvolutæ, confecta itineris milliaria indicarent.

Si tamen totum illud Vitruvii caput diligentius perpendatur, facile erit intelligere, rationem illam metiendi Navium itinera ita a Vitruvio proponi, ut non ad necessarium præcipuumque navigationis usum ea maxime instituta esse videatur. Idque sane apparet manifestissime præsertim ad

capitis finem, ubi Vitruvius subdit: *quæ* artificia, *pacatis & sine metu temporibus, ad utilitatem & delectationem paranda, quemadmodum debeant fieri peregisse videor.* Sed Vitruvius, citato in Libro, *quæ essent principia Machinarum ordinata*, non quæ essent navigationis principia tradere constituerat.

§. III.

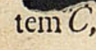
Artificium illud Antiquorum a Vitruvio relatum, ob incommoda quibus afficitur, usui esse non posset.

IN iis rotarum diametrorum mensuris, quæ in Vitruvii Libris leguntur, mendum aliquod inest, quod nemo advertit melius Claudio Perraultio in suis, quas Vitruvii Libris subjecit, observationibus. Qui ibidem etiam notat, incertam esse eam navis itineris metiendi rationem; propterea quod rotæ illæ navis lateribus adjectæ, aquarum impulsu in gyrum actæ, velocitate sua haudquaquam Navis velocitati, ob Machinæ resistentiam proportione responderent. Præterea vero animadvertere præstabit, jubere Vitruvium, *a rotarum pinnis aquam tangi*; hoc est (ut puto) leviter eas intra aquam immergi: sed tamen eas immergi aliqua haud levi parte necesse foret; atque inde facile fieret, ut varii essent partium aquæ impulsus, pro varia immersionis cujuscumque pinnæ altitudine. Quin etiam, ob nostrarum navium vento actarum agitationem, variasque inclinationes modo in latus unum modo in alterum, rotarum gyri prorsus inæquales redderentur. Accederet insuper, si pinnæ satis magnæ essent satisque immersæ, aliqua Navis retardatio: hæcque multo major, si *construerentur duæ naviculæ aliquibus tantum pedibus ab invicem sejunctæ, quæ rotam alatam hinc inde sustentarent*; quod machinamentum proponit P. Cl. Franc. Millietus, in suo *de Navigatione* Libro sexto, & tamen continuò ejus usum provide refellit. Quæ cum ita sint, neque hujusmodi artificium ab incommodis suapte natura ei obstantibus liberari queat, facile liquet id mitti oportere.

§. IV.

De primo artificio, quo ex obſervatâ venti vi indagatur confecti a navi itineris menſura.

CUm ventorum impetus navium plerumque motor præcipuus habeatur, non defuere qui artificia quærerent apta ad illius vires commonſtrandas, ut de navium itineribus (tamquam de virium illarum effectibus) ex earumdem intenſione varia judicarent. Creſcentius (in Libro cui titulum fecit *Nautica Mediterranea* Lib. 2. Cap. 9.) ceu a ſe inventum ad vires venti æſtimandas, artificium profert: de quo nonnulla habent etiam Ath. Kircherus *de Magnete* Lib. 2. Part. 6. & Georg. Fournerius *in Hydrographia* Lib. 17. Cap. 3. Angli quoque quid ſimile uſurparunt; hi tamen ventum, ceu æquabilem, conſiderare tali in obſervatione feruntur. Sed præſtabit rem deſumere ex Cl. Franc. Millieti Libro ſexto *de Navigatione*, qui videtur in hac re paullo diligentius eſſe verſatus. Capſulam ille fieri vellet, ut ex Figura ſatis apparet, (Fig. I.) cui impoſiti eſſent duo Axes ad perpendiculum erecti, capitulis ſuis ſupra ſummam capſulæ partem exiſtentes, & circum horum alterutrum circumvolvi filum tenax ſed prorſus flexile. Porro alterius vacui axis *A* capitulo inſeri vellet *rotam horizontalem* C, *cujus diameter eſſet unius aut alterius pedis, quæ ex ferri albi laminis componi poſſet; hujuſque artificium in eo poſitum eſſet, quod convexo-concavis alis* (ut B) *conſtaret, in eamdem partem obverſis; ex quo fieret, ut ventus majores haberet vires ex ea parte, qua in concavitates incurreret.* Sic, vento rotam circumagente, ſi ſemel definitum ſit experientia quantum fili circa vacuum axem glomeretur interim dum navis unum (cauſa exempli) milliare cucurrerit, totumque filum ſit internodiis diſtinctum in partes glomerato illi æquales: deinde numerando internodia fili, aliquo ſpatio itineris glomerati, judicium ferri poterit de numero milliariorum confecti itineris. Rota au-



tem *C*,

tem *C*, ubi ob conglomeratum filum opus ſit, ex uno in aliud capitulum transferri poterit.

§. V.

Primum illud artificium, quod utitur vento, vix ulli uſui eſſe poteſt.

REcte quidem animadvertit idem ille Cl. Franc. Millietus, in modo explicati artificii uſu, id maximo incommodo eſſe poſſe, quod filum ſupra ſemetipſum conglomeratum, & (ut dicam) coacervatum, eo modo augeat axis diametrum, ut paribus circumvolutionibus rotæ a vento agitatæ haudquaquam reſpondeant pares fili circumvolutiones: quod incommodum (præter cetera infra exponenda) fere inutile illiuſmodi artificium facile reddit.

§. VI.

De alio artificio ad navis iter, ope explorationis virium venti, dimetiendum.

CUm vitium artificii primi, ſuperiore articulo expoſitum, animadvertiſſet P. Millietus, machinam aliam inde propoſuit ex quatuor aut quinque axibus compoſitam, quorum primo rota imponeretur ejuſmodi, qualis rota *C* ſupra deſcripta eſt. Sit autem ea rota (Fig. 2.) *A*: & ejus axi *B* inſeratur parva trochlea *C*, *cujus funis circa aliam majorem trochleam* D *circumvolvatur: proportio autem majorum & minorum trochlearum ſit talis, ut major ſit decupla minoris. Sic enim tribus majoribus trochleis* D, G, K, *conſtitutis, ultima* K *ſemel tantum circulabit, cum rota alata* A *mille circulationes peraget*, quæ ab indice *P* commonſtrabuntur. Ita putat proclive eſſe intelligere, ex itinere uno aliove noto, & ex circumvolutionibus eidem illi convenientibus, itinerum quoque aliorum menſuras ex circumvolutionum numero poſſe æſtimari.

§. VII.

Quid ſuperioris hujuſce, tum etiam primi artificii utilitati ſummo impedimento ſit, exponitur.

UT brevior ſim, nihil quidpiam dicam de reſiſtentiis (ſeu frictionibus, ut appellant) partium Machinarum, quæ viribus venti non reſponderent. At quod ſequitur notabo diligenter: nimirum, ſive urgeat ventus rectà ſecundùm itineris directionem (*Vent Arriere*) ſive aliquantillum inclinetur ad latus, optimeque in vela omnia impingat (*Vent de Quartier*) ſive magis tranſverſus ventus ſit (*Vent à la Bouline*) ſemper tamen itineris a navi confecti judicium, quod habebitur ex duabus illis machinis, non itineri ipſi, ſed vi, atque actioni venti proportione reſpondebit. Nam navis velocitates, ut ut ex eadem venti vi ortæ admodum different inter ſe pro varia trium illorum ventorum ad navim directione: quamobrem ex vi venti, ab illis machinis commonſtrata, haudquaquam veræ itinerum indicabuntur menſuræ: quæ non ex ſolo venti impetu, ſed magnam partem ex venti etiam directione eſſent computandæ.

§. VIII.

De conſtructione Machinæ, cujus ope vires venti accuratius æſtimari queant.

FIat, diametro (Fig. 3.) *OI* pedum duorum cum dimidio (aut circiter) ſemiannulus ferreus *ILO*, ſatis craſſus; & qui tribus robuſtis ferreis pedibus *Xu*, *Zc*, *Yr*, (qui etiam cochleis firmari poſſent in *c*, *r*, *u*) ſuſtineatur, fulciaturque. Poſticus autem pes *Xu* ita inflexus ad poſteriores partes intelligatur, ut Tabellæ, paulo infra deſcribendæ, motui obſiſtere nequeat. Secundùm vero ipſius ſemiannuli diametrum poſita ſit virga ferrea *mn* innixa prope ſuas extremitates (quæ duo veluti cardines ſunt) intra duas crenas in ſuperiore ſemiannuli parte inciſas; ut intra haſce lib[illegible]ime conve[illegible]

possit, non secus ac staterae axis. Cum virga autem hac, ope quatuor laminarum, quales *t*, *t*, firmiter copulata & conjuncta sit metallica Tabella *QHMN*, cujus facies quadratæ figuræ sint, latus autem quadrati duos pedes adæquet. Porro Tabella hæc, cum a sola sua gravitate urgebitur, ad Finitorem perpendicularis semper erit: at, si a vi venti impelletur varie, varie etiam inclinabitur, & quasi rotabitur circa virgæ ferreæ cardines.

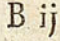
Ex medio autem *D* ipsius virgæ ferreæ *mn* assurgat index metallicus *DF*, cujus indicis margo in rectam lineam *DF* desinat; hæcque linea ita directa sit, ut, si produceretur usque in *g*, transiret per mediam crassitiem, & per centrum *C* gravitatis Tabellæ *QHMN*. Supra vero semiannulum ipsum existat semicirculus *BGAFP*, in cujus faciem sint gradus incisi, hæcque facies sit ad Finitorem perpendicularis, atque positione sua ac centro in *D* ita constituta, ut gradus inclinationis Tabellæ ab indice *DF* hac in facie commonstrentur. Nova autem hæc Machina ut usui esse possit ad navis iter æstimandum, dicetur infra in §. XI.

§. IX.

Descriptæ in superiore Articulo Machinæ usus demonstratur.

SUper extimam puppis partem, ubi ventus liber omnino sit, Machina collocetur. Observatione autem Petali (ut nonnulli appellant) sive parvi vexilli instructi volubili levique ferrea bractea potius quam re quapiam ex telarum genere, sive inspectione rerum in navi vento agitatarum, sive quovis modo alio perfacile erit, Machinam ita in ventum obvertere, ut ventus rectà in Tabellam ipsam *QHMN* incurrat.

Itaque Tabella urgebitur a vento, & inclinabitur; quare index *DF* indicabit angulum *ADF* inclinationis a linea perpendiculari *AD*; quæ usque ad *s* producta sit. Ponendo autem (ut usuvenit) venti directionem esse ad Finitorem quasi parallelam; si fingamus a vi aliqua *R* ope funiculi *EC*



applicata ad Tabellæ centrum gravitatis *C* detineri Tabellam in eadem poſitione, in qua etiam a vento detineretur; erit Vis, hoc eſt Pondus Tabellæ, quod dicatur *K*, ad Vim *R*, ut Sinus Anguli *FCE* ($=$ Sinui Anguli *FDP* $=$ Sinui complementi anguli *ADF*) ad Sinum Anguli *FCG* ($=$ angulo *ADF*).

Sed, cum quæratur vis venti impingentis in vela, ponantur autem hæc tum conſtantis magnitudinis, tum perpendicularia ad Finitorem; quærenda nunc eſt vis, quam ventus exereret in Tabellam ad perpendiculum conſtitutam. Quoniam igitur, ubi Tabella inclinata eſt ſub angulo *ADF*, ventus in eam oblique impingit, & obliquitatis menſura eſt angulus *FDP*, iccirco erit Vis venti abſoluta (qua ageret in Tabellam perpendicularem) ad Vim reſpectivam (qua aget in Tabellam inclinatam) ut Sinus totus ad Sinum anguli *FDP*. Præterea quia (ductis, ab extremis punctis *a* & *g*, lineis *gs* normali ad *As*, & *ae* perpendiculari ad *gs*) menſura altitudinis Tabellæ inclinatæ ſumi debet juxta perpendicularem *ae*; erit menſura Tabellæ perpendicularis ad menſuram Tabellæ inclinatæ ut *ag* ad *ae*. Et, ſi *ag* ſumatur pro Sinu toto, ut Sinus totus ad Sinum anguli *age* $=$ angulo *FDP*. Igitur Vis venti in Tabellam juxta perpendiculum conſtitutam ad Vim venti in Tabellam obliquam impingentis, erit in ratione compoſitâ ex ratione Sinus totius ad Sinum anguli *FDP*, & iterum ex ratione Sinus totius ad Sinum anguli *FDP*: hoc eſt ut quadratum Sinus totius ad quadratum Sinus anguli *FDP*.

§. X.

Tabulam conſtruere, quæ pro ſingulis Quadrantis Gradibus oſtendat Vim venti reſpectivam, ac Vim venti abſolutam, ac veram.

VIs venti reſpectiva, qua premitur Tabella inclinata, dicatur *R*.

Vis Tabellæ, ſeu Pondus ipſius (quod [illegible]atur æquale libris decem) dicatur *K*.

Gradus	Vis Venti Respectiva.	Vis Venti Absoluta ac Vera.
1.	0, 18.	0, 18.
2.	0, 35.	0, 35.
3.	0, 52.	0, 52.
4.	0, 69.	0, 70.
5.	0, 86.	0, 88.
6.	1, 04.	1, 06.
7.	1, 22.	1, 24.
8.	1, 40.	1, 43.
9.	1, 58.	1, 62.
10.	1, 76.	1, 81.
11.	1, 94.	2, 01.
12.	2, 12.	2, 21.
13.	2, 30.	2, 42.
14.	2, 49.	2, 64.
15.	2, 68.	2, 87.
16.	2, 87.	3, 11.
17.	3, 06.	3, 35.
18.	3, 25.	3, 59.
19.	3, 44.	3, 85.
20.	3, 64.	4, 12.
21.	3, 84.	4, 41.
22.	4, 04.	4, 70.
23.	4, 24.	5, 00.
24.	4, 45.	5, 33.
25.	4, 66.	5, 67.
26.	4, 87.	6, 03.
27.	5, 09.	6, 41.
28.	5, 31.	6, 81.
29.	5, 54.	7, 24.
30.	5, 77.	7, 71.
31.	6, 01.	8, 18.
32.	6, 25.	8, 69.
33.	6, 50.	9, 24.
34.	6, 75.	9, 82.
35.	7, 01.	10, 45.
[illegible]	7, 27.	11, 11.
37.	7, 54.	11, 82.
38.	7, 81.	12, 58.
[illegible]	[illegible] 10.	13, 42.
40.	8, 39.	14, 30.
[illegible]	8, 69.	15, 26.
42	[illegible]00.	16, 30.
4[illegible]	[illegible], 32.	17, 42.
44.	9, 65.	18, 65.
45.	10, 00.	20, 00.
46.	10, 36.	21, 47.
47.	10, 72.	23, 05.
48.	11, 11.	24, 82.
49.	11, 50.	26, 72.
50.	11, 92.	28, 85.
51.	12, 35.	31, 19.
52.	12, 80.	33, 77.
53.	13, 27.	36, 65.
54.	13, 76.	39, 83.
55.	14, 28.	43, 40.
56.	14, 83.	47, 43.
57.	15, 39.	51, 88.
58.	16, 00.	56, 98.
59.	16, 64.	62, 75.
60.	17, 32.	69, 28.
61.	18, 04.	76, 77.
62.	18, 81.	85, 34.
63.	19, 63.	95, 25.
64.	20, 50.	106, 66.
65.	21, 45.	120, 10.
66.	22, 46.	135, 79.
67.	23, 56.	154, 39.
68.	24, 75.	176, 41.
69.	26, 05.	202, 72.
70.	27, 47.	234, 78.
71.	29, 04.	273, 96.
72.	30, 78.	322, 30.
73.	32, 71.	382, 57.
74.	34, 87.	459, 42.
75.	37, 32.	557, 85.
76.	40, 11.	685, 64.
77.	43, 31.	855, 93.
78.	47, 05.	1089, 12.
79.	51, 45.	1413, 46.
80.	56, 71.	1884, 05.
81.	63, 14.	2577, 14.
82.	71, 16.	3687, 05.
83.	81. 44.	5465, 77.
84.	95, 14.	8728, 44.
85.	114, 29.	15038, 16.
86.	143, 00.	29791, 67.
87.	190, 80.	69762, 34.
88.	286, 36.	235104, 80.
89.	572, 98.	1870955, 10.
90.	∞	∞^{∞}

Vis venti abſoluta dicatur V.

Sinus totus dicatur s: Sinus Anguli ADF dicatur b: Sinus Anguli FDP dicatur c.

Per ſuperius declarata erit; $K . R :: c . b$, & $\frac{Kb}{c} = R$.

Præterea $V . R :: s^2 . c^2$, & $\frac{Rs^2}{c^2} = V$, & $\frac{Kbs^2}{bc^3} = V$.

Secundùm autem haſce formulas conſtructa eſt (decimalibus etiam partibus adhibitis) Tabula, quam adjeci. Quoniam vero aſſumpta quantitas K conſtans eſt, illud manifeſtum fit, quod, etiam ſi Tabellæ pondus non eſſet librarum decem, ſed id quod aptiſſimum experimento comperiretur, nihilo tamen minus numerorum ratio optime ſe haberet.

§. XI.

Datis, ope Machinæ & Tabellæ ſuperius deſcriptarum, viribus venti, æſtimare iter a Navi confectum.

QUemadmodum pro aliarum ſimilium machinarum uſu, in primis Auctores ponunt, iteratis ab experimentis conſtare oportere de ratione inter datos nonnullos machinarum motus & itinera motibus iiſdem convenientia: ita ego quoque pono, neceſſe eſſe, haberi ex obſervationibus menſuras variorum itinerum navi confectorum dum vela datis aliquibus poſitionibus eſſent conſtituta, venti autem vires, tempore eodem, ope deſcripti artificii, eſſent exploratæ. Quæ obſervationes atque experimenta perfici facile poſſunt tum in brevioribus itineribus inter ea loca, quorum aliunde cognitæ diſtantiæ ſint: tum in navigationibus prope littora, ubi ex partibus & longitudinibus littorum ipſorum de navis itinere certum judicium ferri poteſt: tum etiam modis aliis, qui, in hujuſcemodi experientiis haud difficilibus, ab occaſionibus variis, atque ab exercitatione ipſa ſuggeruntur. Conſultò autem ſuperius dixi: dum vela datis aliquibus poſitionibus eſſent conſtituta. Namque, cum a propoſito Inſtrumento tum reſpectiva tum abſoluta venti vis tuto indicetur, hæc vero etiam in experimentis conferatur ad datas

velorum positiones; propter id in usu Instrumenti hujusce vitari facile poterunt illi ex varia venti ad navim directione in æstimationes itinerum obrepentes errores, de quibus septimo in articulo dictum est.

Nunc redeundo ad rem : si rationes aliquæ illiusmodi in comperto habeantur, jam quando priorum illarum similes velorum positiones, ventique pares vires occurrent, cognoscetur ex rationibus illis iter confectum : ut enim tempus minoris jam observati itineris ad tempus itineris majoris, ita illud erit itineris spatium ad hoc. Quin etiam quando in circumstantiis hisce aliqua reperietur differentia, judicium proportione fiet; quo aut perfecte attingetur veritas, aut ad ipsam proxime admodum accedetur. Ceterum vero, pro hujusmodi re, diligentia in observationibus, solertia in comparationibus, & in æstimationibus prudentia opus sane est; quæ ubi non desint (in peritis autem Naucleris deesse minime solent) a proposita Machina utiles quidem cognitiones afferri poterunt.

Porro, adhibitis primis illis machinis, principio commemoratis, itinerum æstimationes, quæ fiunt, duplici errore implicari queunt; altero a machinarum vitiis proficiscente; altero ab æstimationibus ipsis : qui errores si vel ad augendum, vel ad minuendum conspirent, mirum quantum a vero possint conspiratione illa abducere : & nihilo tamen minus Cl. Franc. Millietus (cujus *de Navigatione libri* inter meliores reputantur) de machinis illis verba faciens, habet hæc : *Quamvis hæ machinæ videantur parvi momenti, assero tamen, maximi esse in navigatione, & satis exactam haberi posse itineris confecti cognitionem.* Itaque (potiori ratione) poterit Machina a nobis proposita, cum tutior certiorque esse videatur, neque in ejus usu errores implicari facile queant, ad quæsitam itinerum navi confectorum mensuram (ut lubet reputare) esse adjumento.

PARS SECUNDA.

De natura directionis curſus Navium; & de hujuſce cognitionis uſu in menſuræ propoſitæ inveſtigatione.

§. XII.

De Tabulis in propoſitum finem conſtruendis.

SI Tabulæ haberi poſſent, in quibus, ad ſingulos gradus, exprimerentur anguli a linea directionis impreſſionis impellentis navim, cum carinæ linea comprehenſi; itidemque anguli a linea viæ navis cum eadem carinæ linea formati: & præterea exhiberentur impreſſiones impellentes navim, & velocitates, quæ datis hiſce reſponderent: Tabulæ hujuſmodi ad propoſitam quæſtionem illuſtrandam juvandamque haud dubie conducerent. Sed ut ut a doctiſſimis Viris multa, eademque egregia, de natura curſus navium litteris mandata fuerint; nihilo tamen minus nonnulla adhuc fortaſſis ſunt inveſtiganda; nec tantum ad aquæ reſiſtentiam, ſed etiam ad nonnulla alia plane neceſſaria principia eſſe reſpiciendum mihi quidem videtur. Quamobrem, in ſubſidium adhibitis gravitatis viribus, pluribus principiis attentis, conabor rem totam exponere, integrâ novâque ratione; ut inde quantum hujuſmodi ſpeculationes ad propoſitum finem facere queant, luculentius aptiuſque ſtatuatur.

§. XIII.

Postulatur, ut liceat (dum agitur de Navium motu) datas vires corporis percussione agentis exprimere adhibitis viribus gravitatis.

NOn sum nescius, vim percussionis appellari infinitam; atque heterogeneas dici vires percussionis ac gravitatis; ideoque negari, inter illas comparationem stricto quodam modo institui posse: sed de re hac non disputo. Illud quæro, ut liceat vis utriusque effectus comparare; & (ubi effectus pares sint) unius actione, actionem alterius exprimere. Si enim (causa exempli) datum corpus ex datâ altitudine demissum ictu suo frangere queat subjectum solidum datæ resistentiæ, majoris non possit; simile autem & par solidum ab alio gravi corpore oneretur usquedum frangatur: quid vetabit, quin vis illa percussionis corporis primi exprimatur vi gravitatis secundi hujusce?

Porro, dum agitur de impressione, quam navis motu suo in aquam exerit, cujus motus effectus integer non habetur (neque enim totus aquæ imprimitur ita, ut in navi extinguatur) agitur de hujusmodi vi; ut de Viva (quemadmodum appellant) Vi quæstio esse non possit: atque ideo certum est, navis impetum esse factum ex materia in velocitatem. Impetus vero, sive impressionis hujuscemodi (quando datur corporis percutientis pondus & ejus velocitas) vires comparatæ cum viribus gravitatis explorari queunt ope bilancis, ut Gul. Jac. s' Gravesande *in Physices Elementis Mathematicis*, Libro primo Editionis primæ, & aliis etiam modis, ut Franciscus Tertius de Lanis *in Magisterio Naturæ & Artis*, Tractatus tertii Libro primo, industrie ingenioseque tentavere. Qua in re etsi quidpiam perficiendum esse videtur; satis tamen vel ex illis tentaminibus apparet, rem ipsam non ejusmodi esse, ut non possit executioni mandari.

§. XIV.

Dato corporis alicujus impetu, huic vim gravitatis æquivalentem invenire.

FRanciſcus de Lanis, jam citato in loco, narrat ſe expertum fuiſſe; Globulum, cujus pondus grana 60 æquabat, demiſſum ex altitudine digitorum 36, vim circiter eamdem habuiſſe ac pondus ſcrupulorum 12 ſolâ ſuâ gravitate contranitens. Ponamus nunc (cauſâ tantùm exempli) hoc experimentum eſſe perfectum illud, quod quærimus: Globulus ille dicatur m, ejus velocitas u; erit ejus impetus mu, qui nominetur a; & Grave ſcrupulorum 12 dicatur g. Quamobrem ſi detur aliud motum corpus, cujus maſſa M, velocitas V, impetus MV; erit $a \,.\, g :: MV \,.\, \frac{gMV}{a}$ = vi gravitatis æquivalentis impetui corporis M velocitate V moti. Itaque deinceps pro hujuſcemodi primaria ratione propoſitam hanc adhibebimus a ad g.

§. XV.

Data velocitate aquæ impingentis ad perpendiculum in datam ſuperficiem, invenire vim gravitatis æquivalentem impetui, quo aqua in illam agit ſuperficiem.

NOtiſſimum eſt, velocitates in eadem eſſe ratione cum radicibus quadratis altitudinum vaſorum, quæ plena jugiter ſint, & quorum ex fundis aquæ ipſæ per foramina erumpant. Itaque, ſi experientiâ compertum ſit, ab aqua erumpente ex foramine inſculpto in fundo vaſis jugiter aqua pleni, cujus vaſis altitudo dicatur b, acquiri velocitatem c: deturque alterius aquæ velocitas C; erit $c^2 \,.\, b :: C^2 \,.\, \frac{bC^2}{c^2}$ = altitudini, quæ conveniet alteri illi aquæ pro velocitate ſua C. Rationem autem illam c^2 ad b pro primaria deinceps adhibebimus.

Præterea vero a Mariotto, Viro maxime docto atque industrio, ostensum fuit; aquam effluentem ex fundo vasis (Fig. 4.) *MN* per rotundum foramen *N* (quod dicatur *f*) impetu suo æquilibrem fieri Ponderi *Q* (quod dicatur *p*) cujus Ponderis gravitas æqualis sit gravitati cylindri, ex aqua formati; & habentis tum basim æqualem rotundo illi foramini, tum altitudinem parem illi, quæ a centro foraminis ad summum aquæ vasis ejusdem intercedit. Id autem foramen, per quod exit aqua, censendum est æquale superficiei, in quam aqua fluens impetum exerit: & quod de rectis Cylindris hic dicitur, de rectis quoque Prismatis est intelligendum.

Itaque ab experimento cognitæ jam sint habeanturque pro constantibus Cylindri *MN* altitudo b, basis f, velocitas c, & pondus p. Ac proposita sit alia velocitas C aquæ impingentis suo impetu in datam superficiem F; cui velocitati C conveniens altitudo (per jam dicta) erit $\frac{bC^2}{c^2}$.

Cylindrus igitur *MN* erit bf; & Prisma nascens ex data superficie, seu basi F, & ex altitudine $\frac{bC^2}{c^2}$ erit $= \frac{bFC^2}{c^2}$. Atque erit, ut datus ille Cylindrus bf ad suam gravitatem p; ita Prisma $\frac{bFC^2}{c^2}$ ad $\frac{pFC^2}{fc^2}$ = vi gravitatis æquivalenti impetui, quo aqua prædita velocitate C, in illam aget superficiem F. Porro deinceps pro hujuscemodi primaria ratione adhibebimus hanc bf ad p.

§. XVI.

Nonnullæ traduntur definitiones.

Si corpus, cujus data sit massa, assidue eodemque jugiter modo ab agente aliquo impellatur, nec quidpiam ipsius motui obsistat; ejus Velocitas dicetur *Velocitas Absoluta*; & Impetus ejus, *Impetus Absolutus.*

Si vero idem corpus, eâdemque actum impulsione per aquam moveatur, & ob aquæ resistentiam amittat partem

Impetus atque Velocitatis : quod de Velocitate decesserit, dicetur *Velocitas Amissa* ; & quod de Impetu decesserit, dicetur *Impetus Amissus*.

Ac residua Velocitas, qua nimirum per aquam corpus idem movebitur, appellabitur *Velocitas Respectiva* ; residuus vero Impetus, *Impetus Respectivus*.

§. XVII.

Si datum solidum parallelepipedum (Fig. 5.) BQR, *quod secundùm directionem sui Axis* GE *moveretur dato Impetu Absoluto datâque Velocitate Absolutâ, moveatur directione eâdem per aquam, fingaturque illud in aquam agere solâ basi* LPQN ; *oportet, ejusdem Velocitatem Residuam invenire.*

Sit ejusdem massa $= M$, velocitas absoluta $= V$, erit Impetus Absolutus $= MV$; & idem impetus, ope vis gravitatis expressus (per Art. XIV.) $= \frac{gMV}{a}$. Sit ejusdem per aquam moti velocitas residua $= x$, quæ eadem erit ac velocitas aquæ (tanta enim velocitate aqua loco cedet, quanta erit Parallelepipedi velocitas) eritque altitudo LR aquæ conveniens huic velocitati (per Art. XV.) $= \frac{bx^2}{c^2}$. Basis autem $LPQN$, dicatur F; eritque, huic basi, & illi altitudini conveniens, Parallelepipedum QR aqueum $= \frac{bFx^2}{c^2}$: idemque ope vis gravitatis expressum, erit (per Art. XV.) $= \frac{pFx^2}{fc^2}$. Et quantitas eadem hæc exprimet etiam Parallelepipedi BQ Impetum amissum : nam tantus est impetus, qui in eo perit, quantus est impetus aquæ contra eum resistentis. Demum impetus residuus erit Mx ; qui ope vis gravitatis expressus erit (per Art. XIV.) $\frac{gMx}{a}$.

Sed impetus amissus, & impetus residuus simul sumpti [illegible]re debent impetum absolutum, ergo $\frac{pFx^2}{fc^2} + \frac{gMx}{a}$





$= \frac{gMV}{a}$: unde habetur $x = - \frac{fc^2 gM}{2apF} + \sqrt{\left|\frac{fc^2 gM}{2apF}\right|^2 + \frac{fc^2 gMV}{apF}}$: & si ponatur $\frac{fc^2 gM}{apF} = A$; erit $x = - \frac{A}{2} + \sqrt{\frac{A^2}{4} + AV}$ = residuæ Velocitati; hoc est Velocitati illi, qua (positis Problematis conditionibus) Parallelepipedum per aquam moveretur.

§. XVIII.

Si Navis datâ velocitate per aquam moveatur secundùm lineæ positione datæ directionem; invenire oportet directionem & rationem ejus impressionis, a qua particula zonæ navis ejusdem urgetur datâ illâ velocitate, datâque illâ directione.

POnamus, Navim dimidiam secari infra aquam duobus planis parallelis, quorum superius congruat cum aquæ superficie; eorumque inter se perexigua distantia dicatur e. Itaque plana hæc zonam ex navis superficie abscindent. Sit autem plani superioris cum curva superficie navis sectio (Fig. 6.) CND. Sit in eodem plano carinæ linea AD. Ponamus navim moveri secundùm directionem lineæ GF, quæ perpendicularis sit lineæ AD; ducaturque illi GF infinite (infinite, inquam, eo sensu, qui infra declarabitur) proxima gf, curvæ particula Nn dicatur dt; en parallela ad Gg dicatur dx, & eN dicatur dg.

Sit u velocitas, qua moveatur navis: quamobrem eadem u etiam exprimet illam aquæ velocitatem, cujus causâ aqua motui navis resistet: aqua enim loco cedit eâdem velocitate, qua navis movetur.

Fingatur, Navis particulam edt esse basim Prismatis perexigui formati eâ ex aquâ, quæ vi suæ resistentiæ agit in eamdem Navis particulam edt.

Dicatur I impressio illa, quam aqua exereret contra edt, si ejusdem aquæ præditæ velocitate u, filamenta dirigere-

ad rectos angulos contra ipsam edt. Dicatur autem i impressio, quam ope ejusdem velocitatis u exercet aqua in eamdem particulam edt, dum in hanc impingit oblique, ipsiusque filamenta diriguntur secundùm lineas FN, fn, Prismatis indicati ab lineis FN, Nn, nf. Erit igitur $I \,.\, i :: dt^2 \,.\, dx^2$; quod sane liquet tum ex iis, quæ a Viris doctissimis jam fuere demonstrata; tum etiam satis apparet ex iis, quæ proposuimus supra, in Art. IX.

Itaque, datâ velocitate u, & data Prismatis basi edt, erit (per Art. XV.) $I = \frac{pu^2 edt}{fc^2}$ = vi gravitatis æquivalenti impetui, quo aqua prædita velocitate u ageret perpendiculariter in edt.

Sed $I \,.\, i :: dt^2 \,.\, dx^2$; igitur $dt^2 \,.\, dx^2 :: \frac{pu^2 edt}{fc^2} \,.\, \frac{pu^2 dx^2 edt}{fc^2 dt^2} = \frac{pu^2 edx^2}{fc^2 dt}$ = vi gravitatis æquivalenti impetui, quo aqua oblique agens prædita velocitate u revera agit in edt. Aget autem (ut fert fluidorum natura) secundùm lineam LNP perpendicularem ad ipsam curvæ particulam Nn. Atque eadem hæc expressio indicabit quantum impetus ab edt amittatur ob resistentiam, quam aqua exerit secundùm lineam LN. Sed quoniam $\frac{pu^2 e}{fc^2}$ ex constantibus quantitatibus fit, exhibeatur per $\frac{h}{r}$; & erit $\frac{pu^2 edx^2}{fc^2 dt} = \frac{hdx^2}{rdt}$.

Inventa autem quantitate impetus aquæ conveniente particulæ edt, nunc est inquirenda itidem illi conveniens quantitas impetus Navis secundùm directionem GN, volocitate u motæ. Sed tum ex eo, quod impetus est velocitas ducta in massam, tum ex ante dictis (in Art. XVII.) satis profecto liquet, propositam quantitatem obtineri minime posse, nisi prius statuatur quanta massæ totius navis pars agat & respondeat respectu, ut loquuntur, particulæ edt. Quod suâpte naturâ statutu arduum sane est ac perdifficile: atque illud insuper ad magnam illam difficultatem accedit, quod onera navibus imposita, non æque locentur in singulis navium partibus, unde prægravatæ partes aptæ fiunt ad majorem etiam in[illegible] concipiendum.

Detur tamen pondus, ſive navis onuſtæ maſſa; ut ponitur dari navis figuram, & dari e, nimirum diſtantiam inter duo plana parallela, de quibus ſupra dictum eſt: quamobrem haud difficili æſtimatione dabitur pondus, ſive maſſa, conveniens illi navis parti, quæ inter eadem duo parallela plana comprehenditur: hæc autem maſſa dicatur M: & ſemiambitus CND dicatur n. Tum vero ponatur, Maſſam M ad ipſius particulam (hanc appellabimus m) quæ agit & reſpondet reſpectu particulæ edt, ſemper eamdem habere rationem, quam habet ſemiambitus n ad dt: hinc erit $n \,.\, dt :: M \,.\, \frac{Mdt}{n} = m$.

Nec quidem in re phyſica veritus ſum conferre n cum dt; neque enim plene atque perfecte conſideravi dt ceu, ſecundùm veri infiniti notionem, infinite minorem ipſâ n; ſed dumtaxat cenſui, illam dt, cum n comparatam, perparvam perque exiguam eſſe reputandam; ut latiore quodam modo infinite minor dici poſſit: non ſecus ac (cauſâ exempli) $\frac{1}{1000000000000000}$ perexigua magnitudo & perparva eſt, ſi cum unitate comparetur; comparari tamen optime poteſt. Quamvis autem prope proram ambitus navis proportione magis excreſcat, quàm navis capacitas; differentia tamen hæc ex eo compenſatur, quod prora majoribus plerumque ponderibus prægravetur. Uno verbo, in tam obſtruſa obſcuraque re, varia etiam pro variis partium navium atque ponderum circumſtantiis, determinationem illam ſatis probabilem congruamque eſſe reputavi.

Hinc Impetus reſiduus oriens a velocitate u ductâ in maſſæ particulam m, erit $mu = \frac{uMdt}{n}$; &, ſi exprimetur ope vis gravitatis, erit (per Art. XIV.) $= \frac{guMdt}{an}$. Et quoniam $\frac{guM}{an}$ conſtantes ſunt, exhibeantur per g; unde erit $\frac{guMdt}{an} = gdt$.

Hiſce ita conſtitutis; ponatur, ab NL repræſentari impreſſionem, quam reſiſtens aqua exerit contra edt ſecun[illegible] [illegible]ctionem

directionem LN. Tum etiam ut est $\frac{hdx^2}{rdt}$ ad gdt, ita fiat NL ad NK; & hæc NK repræsentabit impressionem æqualem illi, quæ, præter amissam ex conflictu cum resistente aqua, remanere debet in particula edt, quæ movetur velocitate u. Compleatur parallelogrammum $NKSL$ (quod Parallelogrammum Motus appellabo) & ducatur Diagonalis NS: quamobrem secundùm hanc NS, quæ fiet impressio (ob regulas compositionis motuum) sola æquivalebit duabus illis impressionibus per NK, & per NL: & NS præstabit illud idem, quod præstare potuissent duæ NK & NL.

Manifestum autem est, ad eum motum producendum, quo prædita esse debet edt, tum requiri impressionem, quæ æquivaleat aquæ resistentiæ, eidemque in directum opponatur (quamobrem impressio hæc destruat illam resistentiam, itaque fiat, quasi nulla resistentia esset;) tum vero præterea requiri impressionem, quæ motum generet secundùm NF velocitate u. Sed impressio repræsentata a diagonali NS utrumque præstabit; ut paulo supra ostensum est. Ergo impressio per diagonalem NS nobis exhibebit eas, directionem rationemque, quas invenire propositum erat.

§. XIX.

Impressionem, superiore in Articulo constitutam, resolvere in duas, perpendicularem unam, alteram parallelam ad Navis carinam: & directionem impressionemque in totam propositam Navis zonam determinare.

Ex puncto N ducatur NH parallela ad AD, producaturque SL, ut concurrat cum NH in H. Et erit triangulum NHL simile triangulo Nen; atque ideo $Nn\,(dt) \,.\, en\,(dx :: (\frac{hdx^2}{rdt}) \,.\, LH = \frac{hdx^3}{rdt^2})$. Et $Nn\,(dt) \,.\, eN\,(dy) :: NL\,(\frac{hdx^2}{rdt}) \,.\, NH = \frac{hdx^2 dy}{rdt^2}$. Itaque si impressio per NS resolvatur in propositas duas, erit pars illa ad AD perpendicularis $= SH = NK + LH$; & pars altera ad AD

parallela $=$ *NH*. Igitur circa *N* impreſſio perpendicularis ad parallelam erit ut $gdt + \frac{hdx^3}{rdt^2}$ ad $\frac{hdx^2dy}{rdt^2}$: & directiones impreſſioneſque laterales, quibus tota zona *CND* urgebitur ſecundùm *NF* velocitate u, erunt hujuſmodi : nimirum ad *AD* perpendicularis erit $\int gdt + \int \frac{hdx^3}{rdt^2}$; & eidem *AD* parallela erit $\int \frac{hdx^2dy}{rdt^2}$: quæ inquirebantur.

Quod ſi linea directionis itineris non *GF*, quam hactenus conſideravimus, eſſet, ſed (cauſa exempli) *PN*, quæ cum *AD* angulum *NPD* comprehenderet; hæc *NP* reſolvenda eſſet in duas; *PG* abſciſſa ex *AD*; & *GN* normali ad eamdem *AD*. Impreſſio autem per *GN* reſolvenda foret in duas, puta, expreſſas per *NH* & *SH*: tum ex *PG* & *NH* una linea formanda, quæ latus unum efficeret Parallelogrammi Motus, & Parallelogrammi ejuſdem latus alterum eſſet *SH*. Itaque, calculo adhibito, propoſita paulo ſupra formula conformaretur pro angulo *LPD*. Porro ut ut locutus ſim, vel loquar de parte *CND*; ſatis tamen intelligi opinor, velle me, ſemper Formulam conformandam eſſe ad æquationem curvæ exprimentis figuram integræ zonæ navis, & ad ejuſdem zonæ portionem, qualiſcumque hæc data ſit; & quomodocumque ab impreſſione vis impellentis non modo urgeatur zonæ *CND* pars, ſed etiam pars non delineatæ zonæ ad aliam plagam axis *AD*. Manifeſtiſſimum enim eſt, ad utramque partem axis illius ſemper propagari impreſſionem, præter eum caſum, in quo impreſſio ſit ſecundùm *GF*, de qua ſuperiore in Articulo, & in hujus principio verba fecimus. Propoſita itaque ea integralia rebus hiſce erunt fundamento.

Caute præterea ac diligenter impreſſiones exprimendæ ſunt linearum ope; nimirum ita accipienda eſt primaria aliqua linea pro primaria aliqua impreſſione, & ad primarias haſce reliquæ lineæ, & reliquæ impreſſiones conferendæ; ut jugiter impreſſiones inter ſe, lineæque itidem inter ſe, in eadem proportione eſſe comperiantur.

Quoniam vero eſt $g = \frac{guM}{an}$, & $\frac{h}{r} = \frac{pu^2e}{fc^2}$; manifeſte apparet, fieri neceſſario oportere, ut, ſi navis velocitas (quæ exprimitur littera u) mutetur, etiam ſi res reliquæ mutationem nullam ſubeant, varietur tamen ratio inter duas illas directiones ſecundùm NH & SH.

Animadvertere etiam præſtabit, differentiam NE (dy) exiſtere aliquando poſitivam, aliquando vero negativam, ut bc, ubi bE perpendicularis ad curvam vergit ad partes contrarias iis, ad quas tendit NL: prætereaque perpendicularis ad curvam eſſe etiam poteſt perpendicularis ad AD. Quæ varietates ex natura curvæ CND proficiſcentur: atque, integrationibus conſtitutis, ita determinabuntur, ut compenſentur inter ſeſe; habeaturque directio, quaſi media, qua tota curva, ſeu tota zona moveri debet.

§. XX.

De Navium figura variæ propoſitiones.

Nimium ſane difficilis definitu eſt navis figura; ut ut enim perfecte conſtitueretur curva ad aliquam navis ſectionem pertinens; non tamen ideo figura genuina totius navis obtineretur. Si enim pluribus parallelis planis ſecaretur navis, ex illiuſmodi interſectionibus cum navis ipſius ſuperficie curvæ variæ orirentur. Sed utcumque ſit, ne inveſtigationes in immenſum creſcant, ſectione quadam, veluti mediâ, contenti eſſe debemus.

Non autem ignoro, à doctiſſimis viris, pro hujuſcemodi ſectione, figuram ortam ex combinatione duorum circuli ſegmentorum eſſe uſurpatam; egregiaque inde Theoremata dimanaviſſe. Nihilo tamen minus, cum illius figuræ extremitates arctæ valde ſint, ſimileſque inter ſe, contra ac in navibus obſervatur; cogitavi, num daretur quæpiam alia ex curvis (ut ita dicam) facilibus, circuli loco, ſubſtituenda. Viſumque mihi eſt, parabolicum ſegmentum magis quidem ad figuram ſectionis navis accedere poſſe. Rem autem in

Apollonianâ Parabolâ tentari poſſe exiſtimo: quamvis enim ſemiparabola altior, ut (cauſa exempli) ea, quæ exprimitur per $aax = y^3$, in hujuſce comparationis experimento adhibenda fuiſſet; non tamen intererat, namque inde ad rem noſtram nimium implicata perveniebat æquatio.

Itaque, rei tentandæ cauſâ, aſſumatur pro longitudine navis ſecundum carinam (Fig. 7.) AB partium, exempli gratia, 120; eique diviſæ bifariam in D ponatur normalis DC partium 18 pro dimidia navis latitudine; & ab extremitate A erigatur AR partium 16 pro latitudine dimidiæ puppis: deinde vertice B deſcribatur Parabola, quæ tranſeat per puncta C & R; eritque ſegmentum $BCRAB$ id quod navis ſectionem poſſet repræſentare: & curvæ BCR, tamquam ad axem BA relatæ, æquatio exprimetur ita: $bu - cz = \frac{b}{g} uu + \frac{b}{h} uz + \frac{b}{p} zz$.

Porro ſi ea uti vellemus figura, rectas haberemus lineas BD, DA, DC, AR, BC, BR; ut etiam Parabolæ proprietates, functioneſque; ac præterea triangula SCD, ZRA, BSE, BZP ſimilia inveniremus. Aſſumpta vero qualibet curvæ particula dt, ductiſque ordinatis tum ad BA, tum ad parabolæ axem BP, differentiæ coordinatarum ad BA cum differentiis coordinatarum ad BP aſſumi poſſent tamquam in ratione conſtanti. Et quamvis, ubi curvæ æquatio plures habeat terminos, peractis ſubſtitutionibus in formula noſtra $\int gdt$, &c. in Articulo VIII. propoſita, termini quoque plures occurrere debeant (quod tædium parit) neque facile futuri ſint termini omnes integrabiles (quod difficultatem ingerit) datum tamen eſt, ſeriebus adhibitis, numeros convenientes reperire. Quin, proprietatum functionumque Parabolæ ſubſidio, operationes nonnullæ compendio majore perfici poſſent.

Sed, notionibus hiſce non neglectis, lubet tamen curvam ex eodem genere ita deſcribere. Linea (Fig. 8.) DG datæ magnitudinis accipiatur pro longitudine navis ſecundum carinam, cui applicatæ ſint (cauſa exempli) tres lineæ DC, PE, SF. Aſſumatur æquatio $au = bz - guu + uz$;

in qua u exprimat abſciſſas *GS, GP,* &c. z vero applicatas *SF, PE,* &c. Tum conſtituatur, eſſe *DG* (hujuſce exempli gratiâ) $= 100$; & ubi $SG = 12$, ibi itidem applicatam *SF* eſſe $= 12$: ubi $GP = 50$, ibi applicatam *PE* eſſe $= 14$: ubi $GD = 100$, ibi applicatam $DC = 10$: quamobrem tres prodibunt æquationes, ex quibus elicientur valores conficientium $a, b, g,$ & aſſumpta æquatio illa tranſmutabitur in numericam hanc $1780u = 700z + guu + 81uz$: qua adhibitâ, etiam per puncta (facilitatis gratiâ) curva *CEFG* conſtrui commode poterit. In hac autem erit Maxima Applicata ubi $u = -\frac{700}{81} + \sqrt{\frac{105336000}{59049}} = 33\frac{5}{8}$ circiter; eritque huic conveniens z, hoc eſt, Maxima Applicata $= 14\frac{1}{2}$ circiter. Quamvis autem hinc fiat, ut linea maximæ latitudinis navis non tranſeat per punctum *P,* quo carinæ linea bifariam dividitur; differentia exigua tamen eſt, & tantum $\frac{1}{28}$ totius latitudinis. Atque inſtitutâ etiam comparatione cum duabus navium perite delineatis ſectionibus, noſtram illam curvam ſatis comprobari deprehendi. Sed aliis quoque rationibus pro applicatis illis uti poſſemus: & proræ extremæ partem exiguam pro recta habendo, res alio quoque modo perfici poteſt. Sed ſufficit oſtendiſſe, ad ſimilitudinem formæ ſectionis navis, haud difficili æquatione perveniri.

§. XXI.

De principiis hactenus conſtitutis aptandis ad conſtructionem Tabularum, ex quibus itineris navi confecti haberi poſſit æſtimatio.

AD hujuſmodi Tabulas conſtruendas, data ſit oportet navis figura, uſurparique poteſt ea ſectio, de qua ideo ſupra dictum fuit; ſeligendæque ſunt, pro lineis (Fig. 8.) *DG, DC, PE, SF,* proportiones illæ, quæ inter varias meliores intermediæ eſſe videantur. Dari etiam debet navis pondus, ſive Maſſa (ut eam ideo jam adhibuimus) qua tamen in re illud facilitatem aliquam pariet, quod totius navis maſſa

computari poteſt ceu æqualis aquæ æquanti mole ſua partem navis ſubmerſam. A litteris autem a, b, c, f, g, p, quas ſuperius uſurpavimus, ut formulam noſtram (hunc in finem) conſtrueremus, cum indicentur quantitates datæ conſtanteſque, difficultas nulla creari poterit. Ac, pro littera e (de qua ſupra diximus) lubebit, perexiguam quamcumque quantitatem aſſumere.

Itaque, pro datâ ſectionis Navis figurâ, & pro gradu quolibet inclinationis lineæ (Fig. 6.) GF ad AD (hoc eſt anguli FGD) exhibita jam (in Art. XIX.) Formula conformetur, eaque ad integrationem adducatur. Tum pro u adhibeatur velocitas, qua (causâ exempli) navis unâ horâ (ſecundùm directionem illam) ſex milliaria percurrit, & habebitur angulus SNH directionis vis impellentis ; ratio autem, inter Parallelogrammi Motus latera & ejuſdem diagonalem, indicabit rationem impreſſionis, qua navis agetur. Quæ omnia, convenientibus numeris expreſſa, ita in ordinem redigentur ; ut ſi pro dato angulo detur unum ex iiſdem, reliqua eidem reſpondentia præſto ſint futura.

Quoniam vero & infinitæ velocitates ſunt, quæ in Tabulis omnes exprimi nullo modo poſſunt; & ex mutatione velocitatum oriuntur directionum quoque mutationes (ut in Art. XIX. dictum eſt) iccirco ad quemlibet gradum pro tribus vel quatuor variis velocitatibus computatio modo indicata eſſet repetenda : ut cuique gradui ter vel quater aſſumpto, tres etiam vel quatuor numerorum ſeries reſponderent. Ex quibus, aut pro reliquis velocitatibus numeri, aut pro numeris velocitates reliquæ, ubi poſtularet occaſio, proportione invenirentur.

Satis itaque, nî fallor, apparet quale ſit opus hujuſmodi, & quam longum, neque inconſulto aggrediendum : tentans tamen rem non unum compendium inveni, quo imminui aliquantulo poſſit labor. Nec ſane prætermittendum laborem reputabo, ſi longior conſideratio, vel quodpiam lumen aliud, mihi commonſtret, tantum in iis principiis, quæ tradidi, ſoliditatis, tantum in Tabulis utilitatis ineſſe, quantum ego reor.

Aſt multa fuere quæ ego propoſui! ſed prorſus ego exiſtimo, pauciora eſſe non poſſe principia adhibenda, ut concinnentur ejuſmodi Tabulæ, ex quibus utilis uſus ad itinerum navi confectorum menſuram dignoſcendam poſſit promanare.

Pars Tertia.

De tutioribus artificiis ad menſuram itineris navi confecti inveſtigandam.

§. XXII.

De navis itinere æſtimando, funiculi ope, ut Anglica fert praxis.

PAratur lignum figura naviculæ præditum, longitudinem habens unius circiter pedis, latitudinem pedis dimidii, inſerto gravatum plumbo; & huic annectitur funiculus diſtinctus pluribus nodis, qui inter ſe hexapedarum quinque vel ſex intervallo æquidiſtent. Funiculus vero hic glomeratur circum ligneum cylindrum volubilem, ut facilius deglomeretur, ubi transfertur ad uſum, qui hujuſmodi eſt.

Projicitur navicula in mare; &, ſi experimentum ſumma in puppi inſtituatur, ſinitur ut ad quatuor vel quinque nodos pertinens funiculus deglomeretur, cujus longitudinis nulla habetur ratio. Tum, quo temporis puncto primus adhibendus nodus a cylindro exit, invertitur clepſydra æquans, arenæ ſuæ fluxu, dimidiam ſexageſimam horæ partem, hoc eſt, dimidium primum horæ minutum : numeranturque ii, qui integri clepſydræ fluxus tempore deglomerantur, nodi; ex quibus conſtat de funiculi longitudine hexapedis expreſsâ. Itaque inſtituitur analogia hæc : ſi tempori minuti dimidii reſpondet funiculi longitudo (causâ exempli) quinquaginta hexapedarum, minutis centum & viginti (nimirum integræ horæ) ſex hexapedarum millia reſpondebunt : atque hujuſmodi

eſſe navis iter, ſi idem perſeveret navis curſus totâ horâ, computatur.

§. XXIII.

De praxis modo deſcriptæ incommodis.

PRincipio certum eſt, funiculi partem, ab ultimo puncto, in quo funiculus aquam tangit, ad ſummum puppis, quò idem pertingit extenſam, accommodari ad catenariæ curvaturam. Quod ſi etiam ea funiculi pars pro rectâ aſſumeretur, menſura tamen diſtantiæ navis ab ultimo illo puncto, cum computanda ſit prope aquam, conſiderari debet ceu latus trianguli rectanguli, cujus trianguli latus aliud eſt altitudo puppis ſupra mare, hypotenuſa vero commemorata modo funiculi pars.

Navicula vero & funiculus, aquæ innatantes, a fluctibus agitabuntur, idque non ſine aliqua funiculi curvatione continget.

Et quando navis iter rectum non erit, ſed per curvam lineam centrum navis incedet, funiculus, demiſſus in mare ab eadem jugiter navis parte, ad viam navis, hoc eſt, ad curvam lineam, accommodabitur: cum certe rectâ dirigi deberet.

Sed etiam fluxus aquarum multos in mari eſſe, magnâ alicubi vi pollere, alicubi quaſi latenter agere, temporibus aliis augeri, aliis imminui, nautarum nemo ignorat. Neceſſario igitur continget, ut navicula & funiculus a fluxibus hiſce ſecundùm proprios curſus transferantur; quamobrem augebitur vel imminuetur funiculi longitudo prout navicula recedet a navi, vel ad ipſam accedet: cum tamen ad optimam obſervationem inſtituendam neceſſarium prorſus foret, ut navicula immota perſtaret.

Præterea, cum tota experientia hæc ad breviſſimum tempus exigenda ſit; ſive clepſydræ, ſive (ut aliis placet) pendula adhibeantur, vix fieri poteſt, ut, dum tempus deſtinatum obſervationi incipere, vel deſinere computatur, haud raro non

non irrepat error aliquis; quodammodo enim de momentis judicium ferendum eſt.

Quod ſi tantùm ſingulis horis experimenta inſtituantur; inter unum aliudve tentamen eæ velocitatis navis mutationes contingere queunt, quæ prorſus fallaces reddant æſtimationes.

Quin cuncti errores ſupra recenſiti, in minuti dimidii obſervationem illabentes, centies & vicies in æſtimatione pertinente ad integram horam augerentur. Porro hæc omnia paulo fuſius perſecutus ſum; quia ſi ab hiſce incommodis purgari poſſet artificium hoc, id certe utiliſſimum foret, & ad propoſitas indagandas menſuras magna cum utilitate perduceret.

§. XXIV.

De incommodis ſupra recenſitis, partim minuendis, partim tollendis.

PRimæ difficultati originem ab altitudine puppis trahenti, plurimum medetur funiculi portio illa, ante numerationis initium deglomerata, de qua in Art. XXII. dictum eſt: ita enim fit, ut funiculi pars, a puppi ad mare oblique pertingens, ſit computanda in portione hac, non in ea, cujus numerantur nodi. Quamvis autem illa quoque pars, ut ut ſub menſurâ non cadat, ſit curvaturis & motibus maris obnoxia, & quodammodo initium errorum portionis, quæ uſui eſt; ſi tamen errores illi removeri poſſint, non amplius damnum a portione primum deglomerata proveniet.

Difficultates ſecunda, tertia, & quarta ad unum veluti genus referendæ ſunt; cum omnes ab irregularibus motibus funiculo & naviculæ impreſſis oriantur. Qui motus cum vitari non poſſint, tentandum eſt, ut ipsâ in obſervatione perſpiciantur; quamobrem, eorum cognitione adhibitâ, recte & ordine ipſa deinde emendetur obſervatio. Putarem itaque, nodorum loco, adhiberi utiliter poſſe trocheolas ex ſubere; per quarum foramina, ſecundùm axes earum inſculpta, pertranſiret funiculus arcte; duobuſque nodis in funiculo, prope faciem utramque

trocheolarum factis, hæ detinerentur æqualibus inter se dissitæ intervallis. Præterea addi vellem quatuor vel quinque tenuiores funiculos longitudinis hexapedarum (puta) quatuor æquis distantes portionibus ; qui unâ extremitate annecterentur priori illi funiculo ; alteri vero eorum extremitati alligatus esset globus, diametro pollicum quatuor circiter, ex ligno ejus gravitatis, ut mergeretur parte dimidiâ, formatus.

Ita enim fiet, ut extantes subereæ trocheolæ, quarum a summo puppis observari poterunt positiones, indicent funiculi curvaturam ; qua visâ, de distantia secundùm rectam lineam, hoc est, de curvaturæ subtensâ facile erit judicium. Globi autem in specie (ut aiunt) minus graves dimidiâ parte, quam navicula, fluxui aquæ marinæ magis obtemperabunt, atque ex eorum directione, de directione fluxus conjectura ducetur. Video tamen futurum, ut fluctus & venti agant in trocheolas globosque : sed quod attinet ad illas, si hinc major vel minor curvatura nascetur, major etiam vel minor subtensa esse judicabitur ; & quod ad globos spectat, si nullus erit maris fluxus, hi videbuntur fluctibus & ventis prorsus obsecundare ; si fluxus aliquis erit, quamvis non omnino globi ab hoc rapientur, sentient tamen hujus vim, & ex motu impresso non modo a fluctibus & ventis, sed etiam ab aquarum fluxu tertius sæpe orietur motus, qui viæ fluxus aliquod afferet indicium. At interdiù tantùm perspici poterunt in aqua innatantia illa ligna. Verum quidem est : sed ita hoc ad plurium experimentorum emendationes subsidium meliori temporis parti inserviet ; & inde etiam datum erit de reliquis cautius cognoscere.

Sed ad rem ipsam redeundo : cum navicula ab extraneis impressionibus cogetur contra navim, tunc majus fiet funiculi curvamen, minorque æstimabitur subtensa : cum vero navicula a contrariis impressionibus cogetur a navi recedere, tunc magis etiam cogentur ipsâ leviores trocheolæ ; atque inde crispatus funiculus recessum illum indicabit. In intermediis impressionibus modo intermedio res se habebit : indiciaque hæc a globorum directionibus [illegible] clariora.

Pro temporis vero mensurâ, horologio instructo rotis & elatere, cujus index pollicum trium, dimidii minuti tempore, integrum gyrum perficiat, utendum esse reor. Si enim horologio ad longum dimetiendum tempus (ut perscrutarentur, causâ exempli, longitudines) opus esset, difficultates notas illas plane viderem : at vel in mari tam exigui temporis dimensio apte a proposito horologio præstari poterit : atque in tam amplo gyro initium & finis observandi temporis manifestissime apparebit.

Nil autem facilius, quàm bis unâ horâ experimentum hoc sumere; ita enim mutationum periculum, quod ex intervallo inter duo tentamina oriri potest, plurimum minuetur.

Tandem qui errores, ex minuti dimidii observatione in integram horam traducti, maxime possent augeri, contrariâ ratione, adhibitis emendationibus, attenuabuntur. Quibus omnibus fiet; ut hoc, ad metiendum iter navi confectum, artificium quàm facile, tam aptum, aptius reddatur, atque conducibilius ad id, quod inquirere propositum est.

§. XXV.

Novum artificium pro navium velocitate æstimandâ proponitur.

RES hæc, cum sine stellarum observationibus sit peragenda, non melius, quàm instrumentis machinisque perfici posse videtur. In quibus tamen, propter navium agitationem, illud in primis animadvertendum est, ut simplices sint, facilisque usus. En autem Machinæ nostræ descriptio.

GZ (Fig. 9.) est columella parallelepipedæ figuræ, satis crassa atque solida, desinens in partem *ZY* cylindraceam : punctis in Figurâ adumbrata est pars hæc.

MNO est lignea basis, quæ quatuor cochleis per imum scapum *NDO* trajectis firmissime connecti debet cum tabulato in eâ navis parte, in qua machina adhibebitur. Ideo autem columellæ pars *ZY*, quæ in hanc basim inseritur,

teres facta eſt; ut, ope anſarum *K* & *L*, ipſa columella torqueri poſſit in gyrum.

CBE eſt regula metallica circa axem inſertum in columellam ad *B* perfecte volubilis, inſtructa ſemicirculo *ESN*, cujus limbo inſculpti gradus. Ad extremum autem *C* regulæ ejuſdem, quod in ampliorem figuram extenditur, ſuperpoſitum intelligatur haud exiguum pondus. Semicirculi diameter, & margo *t m* portionis regulæ, congruunt cum una eademque linea recta; in qua etiam ſunt centrum *B* circumvolutionis regulæ, & centrum *a* ſemicirculi.

AFB eſt circuli quadrans cujus centrum in *B*, & cujus ſuperficies in eodem plano eſt cum columellæ facie *GZ*, & cujus ſunt in limbo ſignati gradus.

ac eſt funiculus, hujuſque una extremitas centro *a* ſemicirculi *ESN* firmiter (ut ita dicam) infixa eſt: altera vero extremitas connexa eſt cum globo *Q*.

Quod vero attinet ad harum partium menſuras, pars *BE* longitudinis duorum pedum, pars *BC* pedum trium & amplius, diameter globi *Q* uni pedi æqualis, eſſe poſſent; &, ne nimius ſim, reliquæ ipſius machinæ partes (præter funiculum, de quo dicetur infra) partibus Figuræ poſſent proportione reſpondere. Sed plurimum in hujuſcemodi determinatione tribuendum erit experientiæ, qua duce ad utiliores magnitudinum partium rationes pervenietur.

§. XXVI.

Jam deſcriptæ Machinæ uſus exponitur.

Firmetur cochlearum ope machina in navis ſitu, ex quo globus *Q* projici in mare faciliter poſſit: quò autem humilior erit ſitus, hoc eſt, quò centri *a* altitudo ſupra ſummam ſuperficiem maris minor erit, eò aptius ad uſum machina erit collocata. Poni itaque poſſet e regione alicujus ex iis humilioribus feneſtris, quæ bellicis tormentis excipiendis inſerviunt. Eâ conſtabilitâ, projiciatur in mare globus *Q*; atque tanta ſit funiculi *ac* longitudo, ut ejus pars ad ſuper-

ficiem maris accommodetur, & trahi globus commode possit. Columella autem circumvolvatur usquedùm funis parum distet à semicirculi limbo.

Dum machina unà cum navi progredietur, trahetur globus *Q*, cui resistet aquæ *RTXV* columna, basim habens æqualem maximo globi circulo. Tantaque erit velocitas navis, quanta velocitas globi, & quanta etiam (si nihil extrinsecus accedat) velocitas aquæ globo resistentis; cum perinde sit, sive globus incurrat in aquam, sive aqua in globum. Itaque, si ope machinæ cognosci poterit velocitas aquæ, cognoscetur etiam navis velocitas.

Patet autem, fieri oportere, ut ab aquæ resistentia contra globum trahatur funiculus, & ab hoc regula *CE*, quæ accommodabitur ad eum angulum, ut æquilibrium fiat inter vim aquæ resistentis, & pondus extremi regulæ *C* (cujus regulæ, dempto pondere *C*, partes supra *B* & infra *B* æqualium momentorum esse velim). At ubi fiet æquilibrium, pondus *C* ad resistentiam aquæ, hoc est ad actionem globi *Q* ita se habebit (quod ex mechanicis theorematis liquet) ut linea *BI* perpendicularis funiculo *ap* ad *BP* perpendicularem lineæ *CP*, quæ *CP* est perpendicularis horizonti, atque transit per centrum gravitatis ponderis *C*.

Sed ratio inter *BI* & *BP* data est. Namque anguli *aBI*, *Bap*, simul sumpti sunt æquales uni recto; itidem æquales uni recto anguli *Sap*, & *Bap*; quare dempto communi angulo *Bap*, remanet angulus *Sap*, qui ex observatione limbi semicirculi notus erit, æqualis angulo *aBI*: itaque in triangulo rectangulo, cujus cognoscitur hypotenusa *Ba*, & angulus *aBI*, cognoscetur etiam latus *BI*. Pari modo in triangulo rectangulo *CPB* ex data hypotenusa *CB*, & observato angulo *CBP* elicietur latus *BP*.

Modo ex iis, quæ in Art. XV. dicta sunt, ostendi potest, vires aquæ resistentis futuras esse in duplicata velocitatum ratione: ergo, ubi ex noto pondere *C* notæ fient vires aquæ resistentis, nota fiet etiam ratio inter velocitates, quæ erunt (ut modo diximus) in subduplicata ratione virium earumdem.

Si igitur nonnullæ vires, & iisdem respondentes velocitates ab experimentis (habitis tempore satis tranquillo, & in maris locis ab aquarum fluxu immunibus) notæ fiant, reliquæ etiam velocitates ex observationibus, atque ex analogia cognoscentur. Quin, facili ratione, construendæ essent, ad plurium angulorum combinationes, Tabulæ, quæ in actione ipsâ pro simplicis usus commoditate haud exiguum momentum haberent.

§. XXVII.

Observationes nonnullæ ad usum descriptæ machinæ pertinentes.

NIhil dicam de retardatione, quam navis cursui afferre possit globus *G* illius motui resistens: navis etenim magnitudo, cum magnitudine globi comparata, satis evincit, illiusmodi retardationem pro nihilo posse reputari. Nihil pariter adjiciam de velorum mutationibus, aut de eorum aucto numero, vel imminuto; de quibus nec supra verbum ullum feci. Res profecto in immensum cresceret, si singuli (ut aiunt) casus essent persequendi. Sed res ipsa abunde ostendit, pro variis mutationibus varium judicium a prudenti æstimatore esse ferendum.

Illud vero non prætermittam, quod funiculus *ac* juxta lineæ rectæ extensionem haudquaquam directus erit; sed, vi propriæ gravitatis, ad curvam semetipsum componet. Cum tamen actio contra punctum *a* proventura sit quasi per curvæ tangentem spectantem ad ipsum curvæ initium, & exigua funiculi portio *ap* pro eadem tangenti haberi queat; fiet inde, ut ex eadem *ap* mensuram anguli *Bap* sumere liceat. Resistentiæ autem globi *Q* etiam parva illa resistentia portionis funiculi aquam radentis, & gravitatis portionis funiculi extra aquam extantis, in supputationibus erit addenda. Curandum tamen erit, ut firmus quidem, sed quàm minime fieri possit gravis, funiculus adhibeatur.

Insuper dissimulandum sane non est, futurum ut vel in

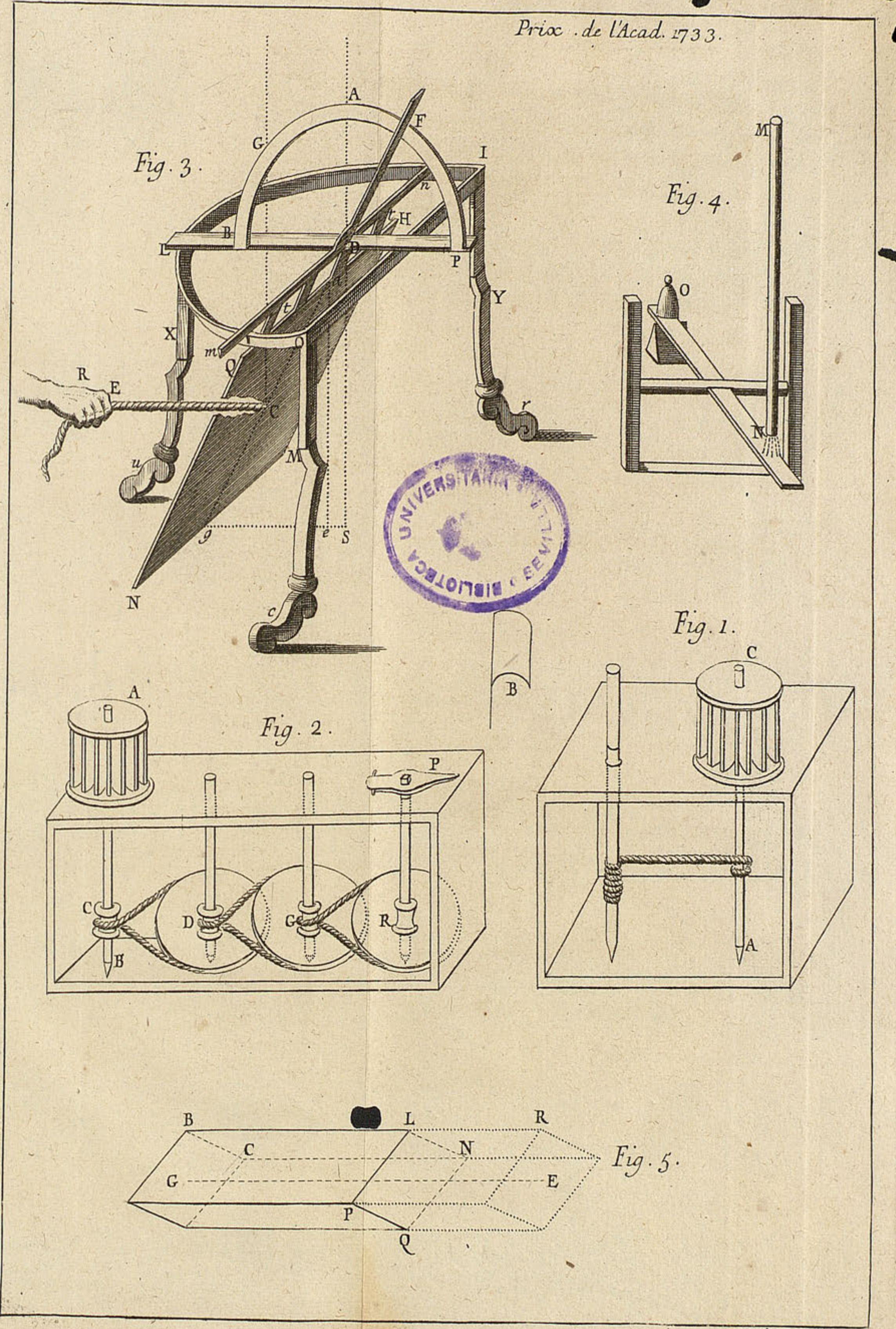
hujuſce Machinæ uſum, inordinatæ navis, fluctuum, & maris motiones perturbationis aliquid inducant: quandoquidem (ut ante dictum jam fuit) nequeunt illiuſmodi motiones declinari: ſed quod attinet ad navis & fluctuum agitationes, hæ quidem efficient, ut ſæpe funiculi portio *ap*, & regula *CE* quodammodo oſcillentur: ſed nihilo minus partes illæ conſtanter recurrent ad eum ſitum, quem reſiſtentiæ aquæ vis requiret, & opportunos quæſitos angulos commonſtrabunt.

Motiones, quæ negotium faceſſere poterunt, a marinis provenient fluxibus, qui navis motui obſecundantes, minorem reddent aquæ contra globum reſiſtentiam; & adverſantes navis motui, eamdem augebunt. Quando tamen fluant maris aquæ, ac quando non fluant, propoſitæ machinæ uſus facilius indicabit. Nam ſuapte natura globi *G* tractio erit ejuſmodi; ut, quando nihil extrinſecus agat, ſemper funiculus parallelus ad viam navis (quæ aliunde proxime cognoſcetur) futurus ſit: &, quando ſola agitatio navis ac fluctuum vim exerceat, funiculus identidem, imo ſæpe, ſit (ut paulo ſupra indicatum eſt) rediturus ad eum ſitum, quem aquæ reſiſtentia requirit. Quamobrem, ſi directio fluxus maris eadem non ſit ac navis directio, tranſverſim agetur globus *G*; atque ita, cum a via navis globum ipſum deviare cognoſcetur, id maris fluxuum indicio erit. Quod ſi vero fluxuum directio eadem ac navis ſit, cum haud raro navium itinera inflectantur; fiet, ut ex nova directione navis, & ex ea aberratione globi, quæ conſequetur, maris fluxus manifeſtentur.

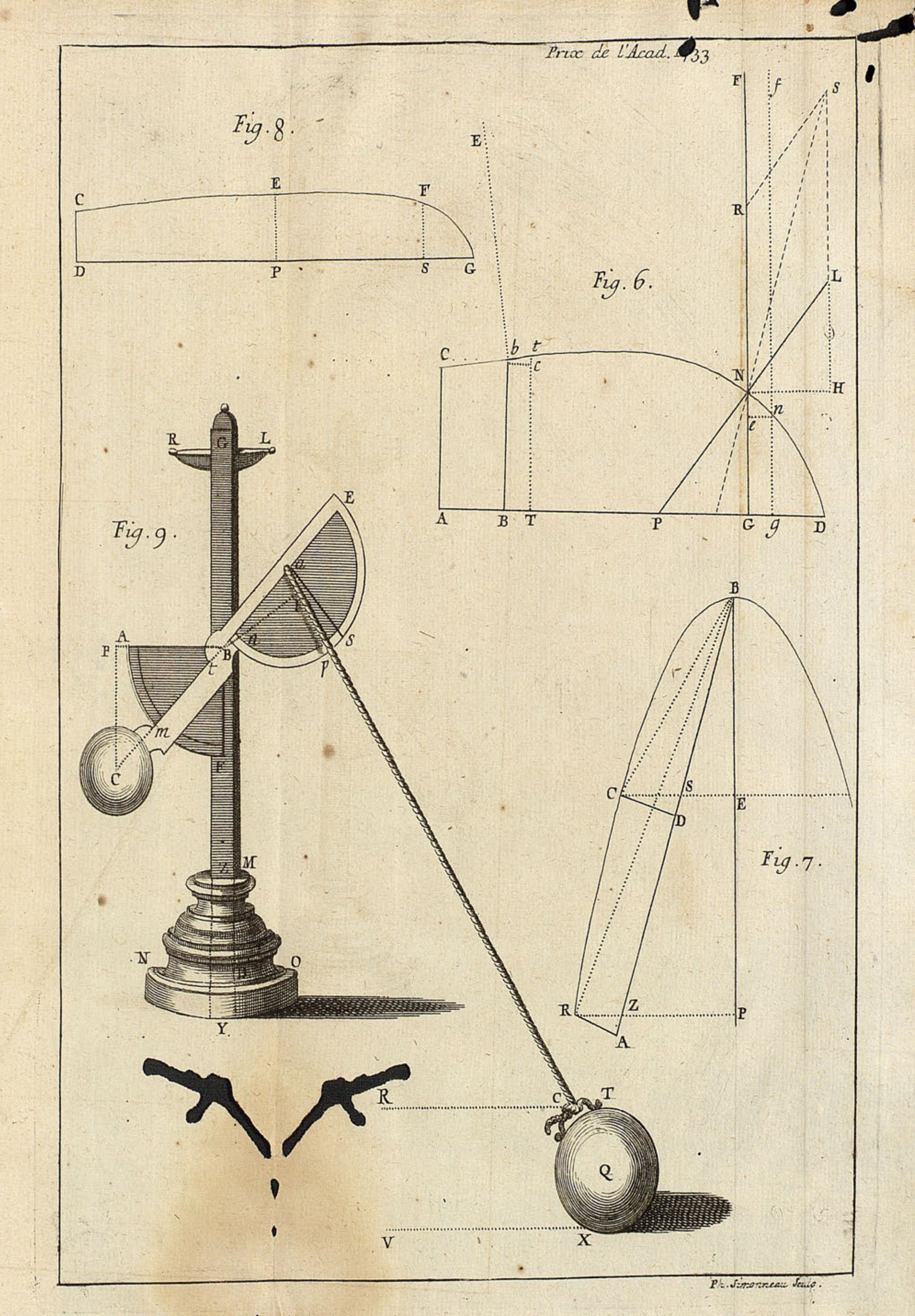
Porro, quando (ut ita dicam) latentes ſunt maris motus, noviſſe, ejus machinæ ſubſidio, navigationem ibi fieri, ubi maris fluxus agunt, haud ſpernendæ erit utilitati; quin adhibita etiam navicula (de qua in Art. XXII. & ſeq. dictum eſt) ex hujuſce & illius obſervationibus plura de directione atque viribus fluxuum notiora fient. Et ſane, cum globi uſus ferat ut hic moveatur, naviculæ ut hæc quieſcat, de comparatione utriuſque artificii nonnulla dici poſſent; ſed ſufficiet tum uſum machinæ, tum comparationum commoda indicaviſſe. H[illegible]num addam, in propoſita machina illud

quoque inesse emolumentum, quod ejusdem usus haberi queat ceu perpetuum experimentum: cum, semel demisso globo, & machina prout requiritur conversa, observationes ad arbitrium institui possint. Concludam itaque ad mensuram itineris navi confecti valde conducere posse cognitionem virium venti, de qua in Artic. XI. dictum est, valde itidem conducere posse Tabulas industrie elaboratas quibus directio impressionis vis impellentis navim, & directio navis ipsius & velocitas hisce conveniens, & partes reliquæ de quibus in Art. XXI. dictum est contineantur; plurimum vero conducere posse Machinam paulo supra descriptam (indicantem navis velocitates ex quibus confectorum navi itinerum mensuræ resultant) quæ Machina experientia perficiatur, & ejus usus identidem comparentur cum observationibus habitis ope naviculæ, & funiculi (de quibus in Art. XXII.) adhibitis tamen iis cautionibus quas in Art. XIII. exposuimus.





Ph. Simonneau Sculp.



Ph. Simonneau Sculp.

PIECES

QUI ONT REMPORTÉ

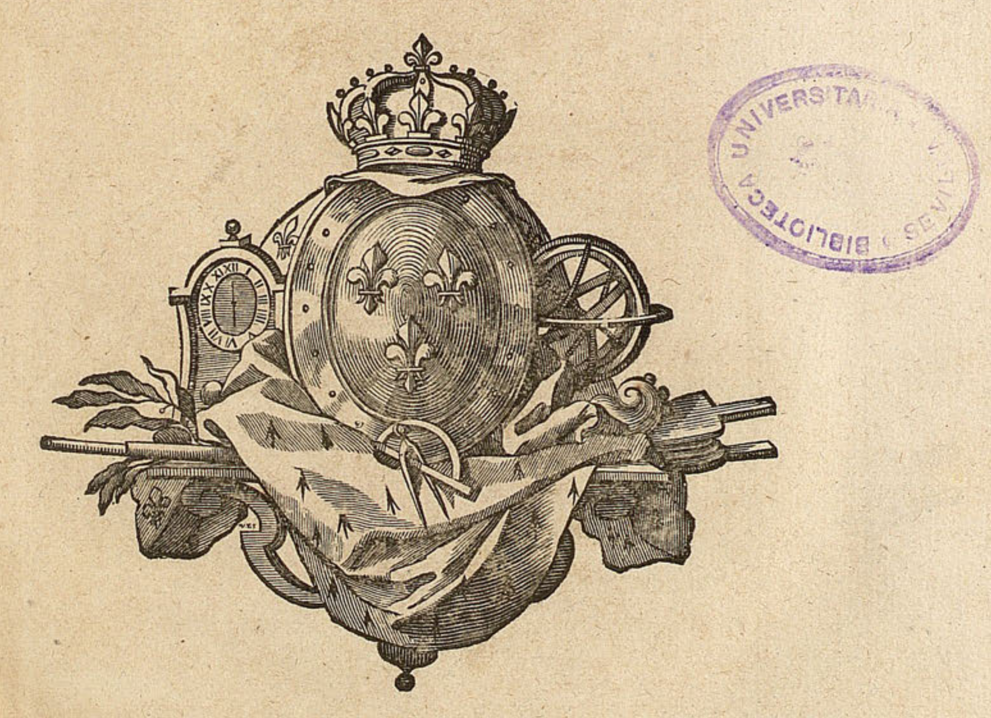
LE PRIX DOUBLE

DE

L'ACADEMIE ROYALE

DES SCIENCES,

EN M. DCCXXXIV.



A PARIS,

DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXXXV.

ESSAI
D'UNE
NOUVELLE PHYSIQUE
CELESTE,

Servant à expliquer les principaux Phenomenes du Ciel, & en particulier la cause physique de l'inclinaison des Orbites des Planetes par rapport au plan de l'Equateur du Soleil.

PIECE DE M. JEAN BERNOULLI,
DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES, & de celles de Londres, Petersbourg, &c. Et Professeur de Mathematique en l'Université de Bâle.

Qui a partagé le Prix double de l'année 1734.

Avertissement de l'Academie.

L'ACADEMIE, lorsqu'elle proposa la question sur l'Inclinaison des Plans des Orbites des Planetes, en desiroit la solution plus qu'elle ne l'esperoit; aucun des ouvrages qui lui furent envoyés ne lui parut meriter le Prix de l'année 1732, & elle laissa encore pour deux ans la même matiére proposée aux recherches des Sçavants avec un Prix double. L'Academie voit aujourd'hui le succès de son délai; parmi les Pieces qu'elle a reçûës, elle en a trouvé deux qui meritent le Prix, & qui par des beautés differentes lui ont paru chacune y avoir un droit égal.

Dans ce cas, où l'égalité ne permet pas de choisir, & semble d'elle-même établir la loi de recompenser également des merites égaux, l'Academie est encore authorisée par l'Arrest du Parlement qui a expliqué le Testament de M. de Meslay; elle a donc jugé que le Prix double de cette année seroit partagé également entre les deux Auteurs des Pieces suivantes.

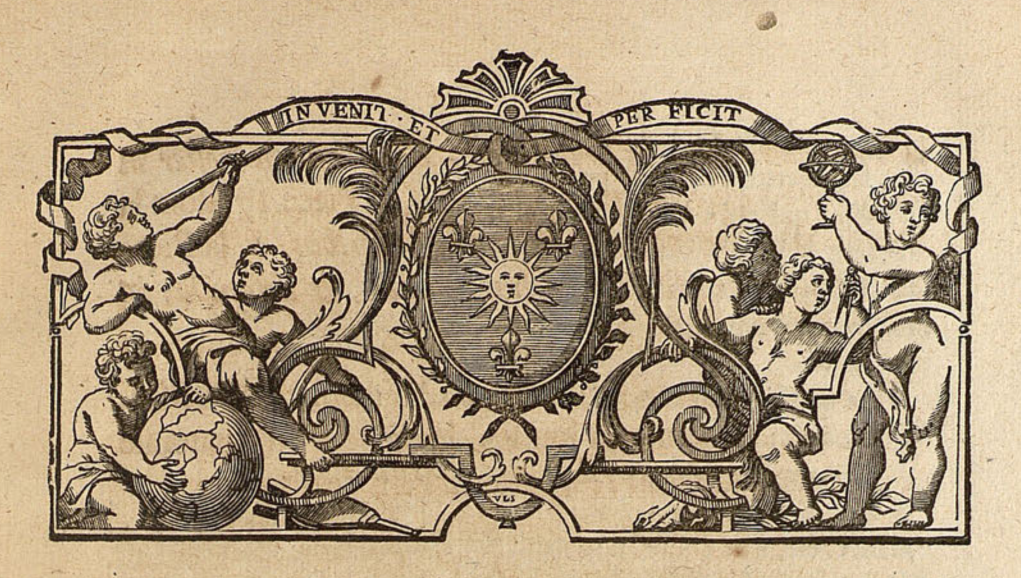
Cependant l'Academie avant que de prononcer son jugement, avoit resolu de renouveller dans cette occasion un avertissement qu'elle a déja fait autrefois : *Comme elle ne restraint à aucun sistême les explications qu'elle demande des Phénomenes, le suffrage aussi qu'elle donne à ces explications n'est point une adoption des principes sur lesquels elles sont fondées, ni de toutes les conséquences qu'on en tire.*

Les trois Pieces qui ont le plus approché du Prix, sont

la Piece 26, dont la Deviſe eſt, *Deus autem noſter in cœlo, omnia quæcumque voluit, fecit,* la Piece 17, dont la Deviſe eſt, *Emendantur priora poſterioribus,* & la Piece 28, dont la Deviſe eſt, *Inclinavit cœlos, & deſcendit, & caligo ſub pedibus ejus.*

M. Jean Bernoulli, Profeſſeur en Mathématique à Bâle, & M. Daniel Bernoulli ſon fils, Profeſſeur en Anatomie & en Botanique, ont remporté le Prix de 1734.





ESSAI
D'UNE
NOUVELLE PHYSIQUE
CELESTE,

Servant à expliquer les principaux Phenomenes du Ciel, & en particulier la cause physique de l'inclinaison des Orbites des Planetes par rapport au plan de l'E'quateur du Soleil.

Felices animæ, quibus hæc cognoscere primum,
Inque domos superas scandere, cura fuit.

Ovid. Fastor. lib. 1.

DISCOURS PRELIMINAIRE.

§. I.

L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES, selon son noble dessein de faire fleurir les Sciences & les beaux Arts, invite les Sçavants de toutes les nations sans distinction, à travailler

ſur les ſujets qu'elle leur propoſe tous les ans, avec un prix deſtiné à celuy qui aura le mieux réuſſi. Le ſujet pour l'année 1732. n'ayant point eſté traité à la ſatisfaction de l'illuſtre Academie, elle l'a remis ſur le tapis une ſeconde fois pour l'année 1734. & pour encourager davantage les curieux, elle a trouvé bon d'en doubler le prix.

La queſtion eſt conçûë en ces termes : *Quelle eſt la cauſe phyſique de l'inclinaiſon des Plans des Orbites des Planetes par rapport au plan de l'E'quateur de la revolution du Soleil autour de ſon axe, & d'où vient que les inclinaiſons de ces Orbites ſont différentes entre elles.* C'eſt, ſans doute, une matiere très-importante, & très-digne d'eſtre approfondie avec une ſerieuſe application.

§. II.

Il n'y a eu juſqu'ici que deux ſyſtémes de Phyſique, qui ayent fait grand bruit, & partagé les opinions des Phyſiciens : l'un eſt le fameux ſyſtéme des *Tourbillons*, introduit par M. Deſcartes; l'autre eſt celui de M. Newton, qui ſe ſert du *Vuide* & des *Attractions*, fondé d'ailleurs ſur deux loix que la Nature ſuit dans le mouvement des Planetes, & de leurs Satellites.

L'un & l'autre de ces deux ſyſtémes eſt très-bien imaginé, & chacun a ſes beautez; mais auſſi faut-il convenir qu'il y a de part & d'autre de grands défauts, & des difficultés que perſonne n'a encore entiérement levées : de ſorte que je ne m'étonne point que les pieces données pour le dénouëment de noſtre queſtion, n'ayent pas eu le bonheur de contenter le goût exquis de M.rs les Juges : c'eſt apparemment que les Auteurs des pieces ont donné avec trop de déference dans l'un ou l'autre de ces deux ſyſtémes, ſans aſſés de diſcernement du bon d'avec le mauvais. Car encore un coup, il faut demeurer d'accord que chacun a ſon mauvais côté, par lequel il faudroit l'enviſager auſſi avant que de s'y livrer entiérement.

§. III.

M. de Maupertuis, dans l'excellent Diſcours ſur les différentes figures des Aſtres, qu'il donna au public vers la fin de l'année derniére, expoſe très-diſtinctement toutes les difficultés auſquelles les deux ſyſtémes ſont ſujets, quoiqu'en qualité de Géométre, il

admette celui de M. Newton, à cauſe de l'exactitude avec laquelle la plûpart des phenomenes celeſtes s'expliquent dans ce ſyſtéme, & non point à cauſe de l'évidence des principes qu'on y adopte. Il a raiſon de dire, que tout effet reglé, nonobſtant que ſa cauſe ſoit inconnuë, peut être l'objet des Mathématiciens, témoin Galilée, qui ſans connoître la cauſe de la peſanteur des corps vers la terre, n'a pas laiſſé de nous donner ſur cette peſanteur, une théorie très-belle & très-ſûre, & d'expliquer les phenomenes qui en dépendent; témoin auſſi lui-même, qui dans le chapitre penultiéme nous donne en habile Mathématicien la ſolution de deux problemes difficiles, ſur les figures que doivent prendre les fluides qui tournent autour d'un axe, & ſur la nature d'un torrent de matiére fluide circulant autour d'un axe hors du torrent : où il ſuppoſe la peſanteur du fluide comme une attraction, ſans avoir beſoin d'en indiquer la cauſe, ni de dire en quoi elle conſiſte. Il remarque fort bien que M. Newton avoit aſſés de candeur, pour ne regarder jamais l'attraction comme une explication de la peſanteur des corps les uns vers les autres, & pour avertir qu'il n'employoit ce terme que pour déſigner un fait, & non point une cauſe.

Il n'en eſt pas autrement du Vuide parfait que M. Newton ſuppoſe; il lui eſt permis de le ſuppoſer, tant qu'il ne s'en ſert que comme d'un milieu ou d'un fluide ſans réſiſtance, ſe mettant peu en peine ſi un tel milieu ou un tel vuide peut exiſter ou non. Un Géométre en tant que tel, n'eſt pas obligé d'expliquer l'origine des faits : il peut les ſuppoſer, pourvû que, pour en découvrir les proprietés, il raiſonne juſte ſur les hypothéſes établies. Il ſeroit à ſouhaiter que les partiſans de M. Newton euſſent ſuivi l'exemple de leur maître, & qu'au lieu de prétendre que le vuide & l'attraction ſont des réalités dans la nature des choſes, & que ce ſont des principes d'exiſtence, ils les euſſent ſeulement enviſagés comme des manieres de concevoir.

§. IV.

C'eſt donc au Phyſicien, qui veut chercher les cauſes des faits, à établir des principes d'exiſtence, & ces principes doivent être clairs & intelligibles, ſi bien que leur poſſibilité ſe manifeſte d'elle-même. Je ne penſe pas que le principe d'attraction ait autant

d'évidence que celui d'impulsion : je vois, par exemple, avec une évidence entiére, qu'un corps en mouvement qui en rencontre un autre en repos, doit le mouvoir aussi, non-seulement parce que les corps sont impénétrables, mais parce que le choc est une action, & que toute action doit avoir son effet, qui produit un changement dans l'état de celui qui le reçoit : mais il n'y a point d'autre changement d'état dans le corps choqué, que celui de quitter l'état de repos où il étoit pour se mouvoir; car c'est une loi générale reçûë dans la Statique & la Mechanique, que les corps pressés plus d'un côté que de l'autre, doivent céder vers où ils sont le moins pressés. Or le choc se fait par pression; c'est donc une action dont il résulte un effet. Qui veut concevoir une action sans effet, il veut concevoir une chimére.

Tout au contraire, un corps sans mouvement ne peut pas agir, puisque l'action d'un corps dépend uniquement de son mouvement; ainsi je ne vois pas comment deux corps éloignés & en repos peuvent s'attirer mutuellement, c'est-à-dire, se mettre en mouvement d'eux-mêmes; ce seroit un effet sans cause, & une action sans principe d'agir. Vouloir recourir à la volonté immediate de Dieu, & dire que Dieu les pousse l'un vers l'autre avec une certaine force, lorsqu'ils sont à une certaine distance de l'un à l'autre, ce seroit bannir les causes secondes de la Nature; il vaudroit autant dire que tous les phenomenes, & tout ce qui arrive dans l'univers, s'execute immediatement par la cause premiére, je veux dire, par la volonté divine, & que les causes secondes n'y contribuent que comme des occasions qui déterminent l'Etre souverain à agir d'une telle ou telle maniere selon les diverses contingences : mais ce seroit introduire de nouveau le systéme des causes occasionelles, qui n'a guéres contenté les Philosophes de bon goût.

§. V.

Les inconvenients qui resultent de ces deux principes incomprehensibles pour un Physicien, je parle du Vuide & de l'Attraction, ne sont pas les seuls qui empêchent d'admettre dans la Physique le systéme de M. Newton : il y en a d'autres, par rapport à quelques phenomenes, qui restent inexplicables, quand même on accorderoit ces principes; ce sont, par exemple, la rotation

des Planetes autour de leur axe; comme auſſi la direction commune de leur revolution autour du Soleil, ſe faiſant chacune ſous le zodiaque d'Occident en Orient, ainſi que ſe fait auſſi la revolution du Soleil ſur ſon axe; item les mouvements irreguliers des Cométes, dont preſque chacune a ſa direction particuliére, & ſouvent contraire l'une à l'autre. Il ſemble que le Vuide parfait, tel que M. Newton le ſuppoſe, devroit permettre aux Planetes auſſi-bien qu'aux Cometes, de ſe choiſir chacune une route particuliére, & indépendante de la regularité de direction. M. Newton a ſi bien ſenti cette difficulté, qu'il avouë que ce phenomene eſt quelque choſe de ſurnaturel.

§. VI.

Le ſyſtéme des Tourbillons imaginé à la maniere de M. Deſcartes, ne laiſſe pas d'être expoſé auſſi à de grandes objections: on ſçait que la gravitation des Planetes vers le Soleil, attribuée à l'effet de la force centrifuge de la matiére du Tourbillon, ne devroit pas ſe faire directement au centre du Soleil, mais perpendiculairement vers l'axe du Tourbillon, de même que les corps graves ſur la terre devroient avoir une tendance perpendiculaire à l'axe, & ne point tendre au centre de la terre. Il ſemble auſſi que les Planetes principales, ſi elles étoient ſimplement entraînées par le courant de la matiére du Tourbillon ſolaire, devroient avoir la même vîteſſe & la même denſité, qu'ont les couches du Tourbillon, dans la region où elles nagent, tout comme un vaiſſeau abandonné au courant d'un fleuve, acquiert enfin une vîteſſe commune avec l'eau qui l'emporte; de ſorte que la force centrifuge des Planetes deviendroit préciſément égale à celle qu'auroit un égal volume de matiére du Tourbillon aux endroits où nagent les Planetes: donc à cauſe du parfait équilibre entre ces deux forces centrifuges, les Planetes, n'ayant point de gravitation plus ou moins grande dans un temps que dans un autre, ne varieroient jamais de diſtance au Soleil. Il eſt vrai qu'on a propoſé différents moyens pour faire voir comment les Planetes peuvent s'approcher & s'éloigner du Soleil, pendant que le Tourbillon les entraîne; mais tous ces moyens quelque vraiſemblables qu'ils ſoient d'ailleurs, ne m'ont jamais paru aſſés naturels.

Il y a encore dans le Tourbillon à la Cartesienne une difficulté, qui consiste en ce que les vîtesses de ses couches sont beaucoup trop grandes, par rapport à celle de l'Equateur du Soleil, pour que la circulation de cet astre & celle de son Tourbillon dépendent d'un même principe. Cela est si vrai, que Kepler avant la découverte des taches sur le disque du Soleil, soupçonnoit qu'il devoit avoir un mouvement de rotation, dont la periode étoit de 3 jours au lieu de 25 $\frac{1}{2}$ jours, comme les observations des taches l'ont montré dans la suite.

§. VII.

Mais ce qu'il y a de plus fort contre le systéme des Tourbillons, comme le remarque très-à-propos M. de Maupertuis, resulte de l'incompatibilité pour ce systéme entre les deux loix de Kepler, qui s'observent pourtant generalement dans le cours des Planetes tant principales que secondaires. En vertu de la premiére de ces loix, les secteurs de l'orbe elliptique d'une Planete, formés autour du foyer qu'occupe le Soleil, sont constamment proportionels aux temps qu'elle employe à parcourir les arcs de l'ellipse, compris dans ces secteurs. Par la seconde loi, il faut que les temps periodiques de différentes Planetes soient en raison sesquipliquée de leurs distances moyennes au Soleil, ce qui s'étend aussi aux Satellites par rapport à la Planete principale autour de laquelle ils font leurs revolutions.

Si donc, selon l'hypothése commune des Tourbillons, la vîtesse des Planetes se regle sur celle des couches de la matiére du Tourbillon, il faudroit, suivant la premiére loi des secteurs proportionels aux temps, que les vîtesses réelles des couches fussent en raison inverse des distances au centre, c'est en quoi consiste la circulation harmonique de M. Leibnits. Mais en consequence de la seconde loi, qui veut que les temps periodiques de différentes Planetes soient en raison sesquipliquée des distances au centre, il faudroit que ces mêmes vîtesses réelles des couches fussent en raison soudoublée reciproque de leurs distances. Les vîtesses des couches auroient donc en même temps deux différentes raisons par rapport aux distances, ce qui impliqueroit une manifeste contradiction.

Pour la ſauver, on pourroit peut-être inventer un nouveau Tourbillon qui ſatisfît à une des loix, pendant que l'autre ſatisferoit à l'autre; & chacun de ces deux Tourbillons devroit circuler ſuivant ſa propre regle, ſans s'interrompre mutuellement en ſe traverſant, à peu près comme M. Bullfinger a voulu expliquer (d'une maniere plus ingénieuſe que vraiſemblable) l'effet de la peſanteur & ſa tendance vers le centre de la terre, en multipliant les Tourbillons. Mais c'eſt ici où l'on pourroit demander ſi la ſimplicité des operations de la nature permet de prodiguer ſi liberalement *des matiéres & des mouvements, ſans autre raiſon que le beſoin qu'on en a.* Il eſt vrai que c'eſt une liberalité qui ne coûte rien, mais auſſi peu pardonnable que celles des anciens Aſtronomes, qui, pour ſuppléer à l'inſuffiſance de leurs hypothéſes, n'ont point fait ſcrupule de créer de nouveaux cieux cryſtallins, des epicycles, & d'autres ouvrages de cette nature, à meſure qu'on en avoit beſoin pour expliquer de nouvelles irregularités qui ſe découvroient dans le mouvement des Aſtres, ſans ſe mettre en peine ſi tous ces embarras étoient convenables à la ſimplicité, à la beauté, & à la ſymmétrie de l'Univers. Que n'auroient-ils pas encore fait, ces mêmes Aſtronomes, ſi déja de leur temps on eût connu les merveilles du ciel, découvertes dans ces derniers ſiecles, que n'auroient-ils pas fait, dis-je, pour les expliquer à leur maniere? on ne verroit, je crois, qu'un labyrinthe d'une infinité de cercles nouveaux.

§. VIII.

Je reviens à nos deux ſyſtémes donnés par Deſcartes & par M. Newton : de quelque côté que je me tourne, je rencontre dans chacun des difficultés preſque inſurmontables. J'ai donc crû qu'en voulant ſe dévouer aveuglement à l'un ou à l'autre de ces deux ſyſtémes, on ne pourroit pas répondre d'une maniere ſatisfaiſante à la queſtion propoſée. Un juſte milieu entre les deux m'a paru le plus ſûr; pour cette fin, j'ai choiſi de l'un & de l'autre ce qu'il y a de plus naturel & de plus ſimple : j'ai abandonné dans chacun ceux des principes qui choquent ou la raiſon ou le bon ſens, ne me ſervant que de ceux qui ſont clairs & intelligibles : j'en ai tiré des conſéquences, qui en découlent naturellement ſans les forcer.

De cette maniere j'ai tâché de concilier enſemble les deux ſyſtémes par leur beau côté, pour en former un nouveau. J'admets dans ce nouveau ſyſtéme les Tourbillons des deux eſpeces, tant ceux du Soleil & des Etoiles fixes, que les particuliers autour des Planetes principales. Je ne leur donne point d'autre mouvement que celui qu'ils ont reçû du même principe qui a fait tourner les Aſtres ſur leur centre qu'ils environnent. C'eſt la maniere la plus ſimple de concevoir la circulation d'un Tourbillon.

La gravitation des Planetes vers le centre du Soleil, & la peſanteur des corps vers le centre de la terre, n'a pour cauſe ni l'attraction de M. Newton, ni la force centrifuge de la matiére du Tourbillon ſelon M. Deſcartes; mais l'impulſion immediate d'une matiére, qui ſous la forme d'un Torrent, que je nomme *central,* ſe jette continuellement de toute la circonférence du Tourbillon ſur ſon centre, & imprime par conſéquent à tous les corps qu'il rencontre ſur ſon chemin, la même tendance vers le centre du Tourbillon. De-là je rends raiſon de la proprieté de cette gravitation des Planetes, neceſſaire pour qu'elles décrivent des ellipſes autour du foyer, qui eſt le centre des tendances : Et tout ce qu'en déduit M. Newton par ſes attractions, ſe déduit naturellement de ma théorie des impulſions du Torrent central.

Cependant mes principes ayant entre eux une liaiſon étroite, je ne pourrois pas commodément raiſonner ſur le ſujet en queſtion, ſans faire préalablement une deſcription de mon ſyſtéme : ce que je fais d'autant plus volontiers, que j'aurai occaſion d'expliquer en même temps les cauſes des principaux phenomenes du ciel, & de donner ainſi une idée generale d'une nouvelle Phyſique celeſte.

Je partage mon ouvrage en quatre parties; les trois premiéres ſeront employées à l'expoſition du nouveau ſyſtéme, & à l'explication des faits; & la quatriéme partie traitera en particulier de la Queſtion propoſée, où je ferai voir que la cauſe, qui fait que la route des Planetes principales s'écarte du plan de l'Equateur du Soleil, eſt ſemblable à celle qui détourne les vaiſſeaux ſur mer de la direction de la Quille, ce que l'on appelle la *Dérive des vaiſſeaux.*

PREMIE'RE

PREMIERE PARTIE.

§. IX.

IL y a long-temps que l'on a remarqué, que ſuivant l'idée que Deſcartes donne pour expliquer la cauſe de la peſanteur par l'action de ſes Tourbillons, les corps graves ne devroient pas tendre directement au centre, mais perpendiculairement à l'axe de ces mêmes Tourbillons; les experiences faites depuis ont confirmé cette objection, en ce qu'on a vû qu'une ſphére de verre remplie d'eau juſqu'à une partie qui contenoit de l'air, ou une matiere liquide de moindre denſité que l'eau, étant tournée rapidement ſur ſon axe, cet air ou cette matiére moins denſe ſe rangeoit non point autour du centre en forme de globe, mais plûtôt le long de l'axe, & formoit un noyau allongé, approchant de la figure cylindrique, conformément à la nature des forces centrifuges, qui veut que les parties qui en ont moins, comme ſont les moins denſes, cedent aux plus denſes, qui ont plus de force centrifuge, & tendent par conſéquent vers le centre du cercle paralléle à l'équateur de la ſphére, c'eſt-à-dire, perpendiculairement à ſon axe. Qu'on liſe pour cela le diſcours de M. Bulffinger.

M. Huguens voulant obvier à cet inconvenient, a imaginé une autre ſorte de Tourbillon, dont la matiére ſe meut en tout ſens ſur la ſurface ſphérique de chaque couche dont il conçoit compoſé ſon Tourbillon; de-là il prétend faire voir pourquoi les corps peſants tendent directement au centre du Tourbillon : mais ce mouvement prétendu ſouffre de très-grandes difficultés, parce qu'on ne ſçauroit dire ce qui peut entretenir ce mouvement, d'autant qu'il ſemble que chaque particule du Tourbillon, étant rencontrée par une autre de maſſe & de vîteſſe égale directement oppoſée, toutes les deux devroient s'arrêter tout court, à moins qu'on ne veuille ſuppoſer un reſſort parfait dans ces corpuſcules élementaires qui les repouſſe, ſans pouvoir dire d'où leur vient ce reſſort, & partant plus difficile à expliquer que la cauſe de la peſanteur elle-même.

§. X.

Selon mon ſyſtéme il faut concevoir deux ſortes de matiere, comme auſſi deux mouvements principaux, dans un Tourbillon celeſte; l'une de ces ſortes de matiére, eſt celle que je conçois comme parfaitement liquide, je veux dire, non ſeulement diviſible à l'infini, ce qui eſt commun à tous les corps, mais diviſée réellement à l'infini & ſans bornes, ou plûtôt c'eſt un fluide uniforme, qui n'eſt pas compoſé de corpuſcules élementaires, comme on conçoit les fluides ordinaires, qui ſelon la multitude & groſſeur de ces corpuſcules plus ou moins ſerrés, ſont conçûs être plus ou moins denſes, & faire une plus ou moins grande réſiſtance aux corps ſenſibles qui y nagent : au lieu que nôtre matiére parfaitement liquide, en tant qu'elle eſt deſtituée de corpuſcules élementaires, eſt ſans réſiſtance, comme nous verrons plus amplement ci-après.

M. Deſcartes paroît avoir ſuppoſé quelque choſe d'approchant, par ſa matiére qu'il appelle du *premier élement,* mais il y a une très-grande différence entre nos deux manieres de concevoir la nature & l'origine de cette matiere : la voici :

§. XI.

On ſçait que ce Philoſophe prétendoit, que lorſqu'un Tourbillon celeſte devoit ſe former d'une maſſe de matiére, au commencement, en repos & diviſée en petits corpuſcules qui ſe joignoient exactement les uns aux autres, ne laiſſant aucun vuide entre eux; que toute cette grande maſſe ayant pris par la volonté de Dieu, un mouvement de circulation autour d'un centre, ces corpuſcules ont dû quitter leurs places, & ſe choquer de toutes parts, d'où il eſt arrivé ſelon lui, que par la frequente attrition de leurs angles & prominences avancées ils ſe ſont enfin écornés, juſqu'à s'arrondir parfaitement en petits globules très-ſolides, & deſtitués de pores; car Deſcartes croit que la ſolidité ou la dureté des corps n'a point d'autre cauſe que le repos relatif de leurs parties entre elles.

C'eſt l'amas de tous ces petits globules qu'il a voulu nommer la matiére du ſecond élement, & qui par la continuation de ſon

mouvement circulaire une fois imprimé, forme un des Tourbillons celestes. Le déchet, ou la raclûre provenuë après l'arrondissement des globules, est ce que Descartes a nommé matiére du premier élement, dont les particules incomparablement plus petites que les globules, n'ont aucune figure reguliére ni déterminée, mais servent en partie à remplir les interstices triangulaires des globules, & en partie à s'amasser autour du centre du Tourbillon dans l'espace qui seroit resté vuide par la formation & diminution des globules, lesquels par leur force centrifuge se sont éloignés du centre. Cet amas de matiére du premier élement qui occupe la region centrale du Tourbillon, est, selon Descartes, la substance du Soleil, ou d'une autre étoile.

§. XII.

Je ne veux pas m'amuser à faire l'histoire de toutes les conséquences que ce grand Philosophe a tirées de cette hypothese, pour en composer tout son systéme du monde. Il me suffit de faire voir que sa matiére du premier élement n'est pas actuellement divisée à l'infini, puisqu'il veut que chacune de ces particules ait été separée d'une plus grande, dont elle faisoit partie; elle est donc encore un corpuscule entier & indivisé; quoique sujet à des changements infinis de grandeur & de figure. De-là il suit que nôtre Philosophe a regardé la solidité ou la dureté des particules élementaires, c'est-à-dire, ce repos relatif de leurs parties internes, comme un attribut essentiel ou attaché à leur nature.

§. XIII.

Mais moi tout au contraire, je pense que la dureté des corps, quelque petits qu'ils soient, est une qualité accidentelle, qui n'est point comprise dans l'idée que nous devons avoir du corps. La cohésion des parties, soit parfaite ou imparfaite, est un phenomene qui a sa cause comme tous les autres phenomenes de la nature. Qui dit corps, ne dit autre chose que ce qui est étendu, mobile & impénétrable; voilà tout ce que l'idée du corps doit renfermer; il n'est pas même necessaire de faire entrer la divisibilité dans la définition du corps, comme étant déja comprise dans la seule notion de l'étenduë.

§. XIV.

Cela étant, il eſt viſible que la matiére, en tant que matiére, eſt non ſeulement diviſible à l'infini, mais qu'immediatement après ſa création elle pouvoit être réellement diviſée à l'infini, j'entends ici une *infinité* abſoluë, en ſorte qu'il n'y a pas même des particules infiniment petites, ou pour parler ainſi, des différentielles de matiére, dont on puiſſe dire qu'elles ont une ſolidité neceſſaire, car encore une fois la ſolidité n'entre pas dans la nature du corps, & n'en eſt point du tout eſſentielle. Je ſçais bien qu'il y a des Philoſophes, & preſque la plûpart, qui croyent que les corpuſcules élementaires qui compoſent les corps ſenſibles, ſont ſolides de leur nature, comme ſi la petiteſſe pouvoit changer la nature du corps, mais c'eſt un préjugé tout pur, dont on devroit ſe défaire.

Ainſi je conçois très-clairement, qu'il peut y avoir ſans contradiction dans le monde, une telle matiére que je viens de décrire, & que j'appellerai, priſe dans ce ſens, *matiére premiére,* ou matiére du *premier élement,* dont la nature eſt d'avoir une diviſion, ou plûtôt une diſſolution de parties qui va à l'infini abſolu. En effet, qu'eſt-ce qui m'empêche de ſuppoſer l'exiſtence de ce premier élement? car après la création de la matiére en général, le créateur n'avoit qu'à en laiſſer une partie dans ſon état naturel, & cette partie étoit déja ce premier élement, ſans que le créateur y adjoûtât une nouvelle qualité.

§. XV.

L'autre partie de la matiére aura été employée primitivement à en former des corpuſcules, en prenant pour chacun une petite quantité de matiére du premier élement, ramaſſée enſemble, & qui par le ſeul mouvement conſpirant dans tous ſes points, fait une maſſule dont les parties ſont par cela même cohérentes, ſans dire qu'elles ſoient invinciblement dures. Ce ſont donc ces corpuſcules élementaires que je qualifierai du titre de *matiére du ſecond élement.* Je ne prétends pas, à l'exemple de Deſcartes, montrer comment par les différentes combinaiſons de la matiére du ſecond élement avec le concours du premier s'eſt formé la matiére du troiſiéme élement, & de-là comment les corps terreſtres & celeſtes ont pû prendre leur origine; ce ſeroit une entrepriſe trop hardie

& trop preſomptueuſe pour moi. Mon but eſt ſeulement de faire voir que par la nature & par l'action de la matiére du premier & du ſecond élement, tels que je les ai expliqués ici, je me trouve en état de rendre raiſon des principaux phénomenes celeſtes que l'Aſtronomie a obſervés, & partant auſſi de celui qui fait le ſujet de la queſtion de l'illuſtre Academie.

§. XVI.

La matiére du premier élement étant parfaitement liquide, & n'ayant point de parties cohérentes, on voit bien qu'elle ne fait aucune réſiſtance aux corps qui s'y meuvent; car la réſiſtance des fluides ne vient que de l'inertie des molecules dont les fluides ſont compoſés, & dont un corps qui y nage, doit à tout moment remuer, & déplacer une certaine quantité, ce qui ne ſe peut faire ſans leur communiquer une partie de ſon mouvement, & en perdre par conſéquent tout autant. Et c'eſt en quoi conſiſte la réſiſtance, qui, la vîteſſe étant égale, ſera toûjours proportionnelle à la denſité du fluide indépendamment de la groſſeur des molecules, car c'eſt le volume entier, & non pas le nombre, que le corps mû déplace dans un petit temps donné, qui doit déterminer la quantité de la réſiſtance.

Ainſi on accorde à M. Newton, que faiſant abſtraction de la tenacité & du frottement du fluide contre le corps, ce qui cauſe une autre eſpece de réſiſtance, & ne regardant que la réſiſtance qui vient de l'oppoſition & du déplacement d'un volume de molecules que le corps rencontre, cette réſiſtance ſera en raiſon compoſée de la denſité & du quarré de la vîteſſe : on accorde donc auſſi, qu'une plus ou moins grande ſubtilité de ces molécules, ne fait rien à l'eſtimation de la réſiſtance, étant viſible que les plus ſubtiles molecules peuvent être ſi ſerrées, que le fluide qui en eſt compoſé ſera beaucoup plus denſe, qu'un autre dont les molecules (peut-être plus groſſiéres) ne laiſſent pas de compoſer un fluide d'une rareté fort grande; tel eſt, par exemple, l'air dont les molecules élementaires, ſelon toutes les apparences, ont plus de groſſeur que celles du vif-argent, quoique le vif-argent ſoit bien dix mille fois plus denſe que l'air.

§. XVII.

Mais ſelon l'idée que nous avons de nôtre matiére du premier élement, puiſqu'elle n'eſt pas un amas de molecules ſolides comme un autre fluide, il eſt évident qu'elle n'a pas cette inertie requiſe pour oppoſer de la réſiſtance aux corps qui s'y meuvent. C'eſt donc une matiére liquide d'une continuité & homogeneïté parfaite, qui cede avec une facilité infinie au moindre mouvement d'un corps; qui ne fait que remplir le vuide, & s'accommoder à tout moment aux différentes ſituations des corps qu'elle environne. Cela fait que les corps y peuvent continuer leur mouvement ſans en rien perdre, tout comme ils feroient, s'ils nageoient dans un vuide parfait, tel que le ſuppoſent les partiſans rigides de M. Newton.

§. XVIII.

Suivant ma theorie, la nature & la formation d'un Tourbillon celeſte ſe fait, comme je vais l'expliquer : il faut concevoir une prodigieuſe quantité de matiére fluide, mais non pas de celle que Deſcartes appelle des globules celeſtes; je ſuppoſe que ſa plus grande partie ſoit faite de cette matiére du premier élement parfaitement liquide; dans laquelle ſoit mêlée une bonne partie de matiére du ſecond élement, diſperſée par toute la maſſe, en ſorte que les particules du ſecond élement, quoique bien proches les unes des autres, ne laiſſent pas d'avoir des intervalles, qui ſont bien grands en comparaiſon des diametres de ces particules, à peu près comme je conçois, que le peu de fumée qui ſort d'un grain d'encens mis ſur un charbon ardent remplit tout l'air d'une chambre, ou comme un grain de cochenille peut teindre une grande quantité d'eau claire. Donc toute cette maſſe de matiére parfaitement liquide, mais impregnée de particules du ſecond élement, commençant à être tournée autour du centre en forme d'un Tourbillon, continuëra de ſe mouvoir avec la vîteſſe une fois acquiſe; mais cette vîteſſe, qui ſera vers l'équateur du Tourbillon à peu près en raiſon reciproque de la racine quarrée de la diſtance au centre, comme on a démontré ailleurs que la nature du Tourbillon le requiert, n'eſt pas à beaucoup près ſi rapide que ſe l'imaginent ceux qui croyent avec Deſcartes, que les Planetes ſont

emportées par le Tourbillon autour du Soleil. Car je ferai voir que les Planetes ont un tout autre principe de leur mouvement annuel, & que la circulation de la matiére du Tourbillon est destinée à un autre usage qu'à celui d'emporter les Planétes.

§. XIX.

Je reviens à considérer le Tourbillon dans l'état de génération : dès le moment donc qu'il a commencé à circuler, les particules du second élement ont à la vérité acquis un peu de force centrifuge, je dis *un peu*, parce que leur mouvement circulaire est très-lent par rapport à celui qui seroit requis pour entraîner les Planetes suivant l'idée de M. Descartes; cependant cette force centrifuge, quelque petite qu'elle soit, a fait monter un peu les particules du second élement, en s'éloignant du centre; s'étant ainsi rapprochées entr'elles, elles ont composé le corps du Tourbillon plus dense qu'il n'étoit, & la densité introduite a été différente selon les différents éloignements du centre, & la diversité des particules, soit dans leur grosseur, figure, ou autres circonstances, ce qu'il n'est pas à propos d'approfondir, comme ne faisant rien à mon dessein. Il suffit que je dise que la densité la plus grande qui se trouve dans le Tourbillon, peut être conçûë de si peu de conséquence, que malgré cette densité, la matiére du second élement est encore si rare, que le mouvement d'une Planete n'en sçauroit être retardé sensiblement pendant un grand nombre de siecles.

§. XX.

Cependant par l'éloignement du centre & par la condensation de la matiére du second élement, il resta un espace autour du centre du Tourbillon, qui fut rempli de matiére du premier élement d'une liquidité parfaite, entremêlée pourtant de particules grossiéres, qui par l'irrégularité de leurs figures se sont accrochées en partie, & n'ont pas acquis assés de force centrifuge, pour sortir de cet abysme de matiére du premier élement.

§. XXI.

C'est cette matiére infiniment liquide, accumulée & renfermée dans l'espace central de chaque Tourbillon, qui fait ce qu'on appelle

une étoile fixe, ou le Soleil qui eſt au centre du Tourbillon ſolaire, dont je veux entretenir mon lecteur; tout ce que j'en dirai pouvant être appliqué aux autres Tourbillons, dont chacun eſt parmi les autres, comme entouré de ceux qui lui ſont les plus voiſins tout à l'entour.

§. XXII.

La maſſe totale du Soleil, ramaſſée autour du centre de ſon Tourbillon, aura acquis par la premiére impreſſion ce mouvement de rotation ſur ſon centre, dont une revolution (comme on le connoît par ſes taches) s'acheve dans le temps de 25 $\frac{1}{2}$ jours par rapport aux étoiles fixes, mouvement trop tranquille & trop lent pour produire une force centrifuge de quelque conſidération; comme je le ferai voir ci-deſſous.

§. XXIII.

Mais la matiére du Soleil, qui eſt infiniment ſubtile, & dont la moindre portion l'eſt auſſi, par conſéquent ſuſceptible d'une extrême agilité, cette matiére, dis-je, n'auroit-elle point d'autre principe de mouvement, que celui dont je viens de parler, en vertu duquel tout le globe ſolaire tourne ſur ſon axe d'une vîteſſe aſſés uniforme, de même que ſon tourbillon dans chacune de ſes couches? Il ne faut pas douter que la matiére du Soleil, outre ſon mouvement rotatif, ne ſoit encore dans une agitation très-violente, qu'elle a reçûë dès le commencement de ſon exiſtence, & qui ne ſçauroit diminuer par la longueur du temps, quoique cette agitation ſe faſſe confuſément & en tout ſens: car comme ce liquide parfait eſt d'une nature à ne point faire de réſiſtance aux corps qui y nagent, ainſi que nous l'avons dit, il s'enſuit que les parties n'ayant point de connexion entr'elles ſe mouvront auſſi très-librement, ſans s'empêcher, ni ſe réſiſter en aucune maniere.

§. XXIV.

Voyons ce qui doit arriver aux corpuſcules groſſiers & irreguliers, que j'ai dit (§. XX.) être mêlés par-ci par-là dans cet océan du premier élement; & qui par l'irrégularité de leur figure, & par la lenteur du mouvement de rotation de la maſſe du Soleil, n'acquiérent

n'acquiérent pas aſſés de force centrifuge pour ſortir & s'éloigner du Soleil, ou s'il y en a qui s'éloignent, cet éloignement ne s'étendra qu'à une certaine diſtance, par exemple, tout au plus juſqu'à l'orbite de la terre, peut-être dans un temps plus que dans un autre. Enfin ſelon la conſtitution & l'agilité de ces corpuſcules, une partie ira aſſés loin, une autre ſe rangera plus ou moins haut à proportion de la force centrifuge que les corpuſcules reçoivent par le tournoyement du Soleil.

§. XXV.

C'eſt peut-être de cette matiére qui s'échappe du Soleil, que ſe forme une eſpece d'atmoſphere platte autour de cet aſtre, & particuliérement ſur le plan de ſon équateur, puiſque c'eſt ici où le mouvement de çirculation eſt le plus vîte, & où par conſéquent la force centrifuge eſt la plus grande. Ainſi il n'y a nul doute que ce ne ſoit cet atmoſphere qui cauſe la lumiére zodiacale, que M. Caſſini le pere obſerva la premiére fois le ſoir du 18. Mars 1683. comme il l'a annoncé lui-même dans le Journal des Sçavants du 10. Mai de la même année. Après lui, M. Fatio de Duiller remarqua auſſi cette lumiére dans l'Automne le matin avant le lever du Soleil, d'où il conjectura d'abord, qu'elle devoit paroître le plus ſenſiblement dans ces deux ſaiſons, ſçavoir dans le Printemps après le coucher du Soleil, & dans l'Automne avant ſon lever, parce qu'alors dans nos climats, l'écliptique (ou plûtôt le plan de l'équateur ſolaire) ſur lequel la lumiére (qu'on appelle zodiacale) ſe répand, s'éleve le plus droit ſur l'horizon, ou s'approche le plus d'un cercle vertical.

§. XXVI.

Après cette petite digreſſion je reviens à mon ſyſtéme, qui ſe developpera par l'explication des principaux phenomenes aſtronomiques, entre leſquels celui qui eſt en queſtion demande le plus d'attention, vû l'extrême difficulté qui ſe préſente de tout côté en voulant chercher une cauſe phyſique probable, qui faſſe détourner la route des Planetes du plan de l'équateur ſolaire, d'autant qu'il paroît être contre le cours & l'ordre de la nature, que les corps mûs ne ſuivent pas la direction de la cauſe mouvante, là où les

corps celestes ont un champ libre d'aller en tel ou tel sens, vers où la force motrice les détermine.

C'est ici en effet, que l'action des Tourbillons à la Cartesiene souffre un horrible échec; car le mouvement du Tourbillon & celui du Soleil sur son axe, se faisant chacun d'Occident en Orient, prennent sans doute leur origine d'une même cause : le Tourbillon & le Soleil sont un tout, ainsi la même force primitive qui a fait tourner l'un, a aussi fait tourner l'autre; donc l'équateur de l'un & l'équateur de l'autre devroient être dans un même plan, donc aussi les Planetes, qui flottent tranquillement (selon l'idée de Descartes) dans la matiére du Tourbillon, devroient suivre absolument sa direction, tout comme un batteau dans une riviere abandonné à lui-même, est bientôt entraîné par l'eau, & dirigé suivant le fil du courant. Cependant les Planetes ne marchent pas sur les traces du courant du Tourbillon, elles s'en écartent, & décrivent des routes particuliéres, dont les plans coupent le plan commun du Tourbillon & du Soleil dans la ligne des Nœuds qui passe par leur centre commun. Voilà le point capital de la difficulté.

§. XXVII.

Pour me préparer à y répondre convenablement, je continue à faire mes reflexions sur les effets que doit produire la véhémente agitation de la matiére du premier élement, dont j'ai commencé à parler (§. XXIII.) je regarde d'abord cette agitation comme la plus forte ébullition que l'on puisse concevoir, & d'autant plus forte que la quantité de corpuscules irreguliers du second élement qui s'y trouvent dispersés, ne sçauroit rallentir ni diminuer en rien la violence de cette ébullition, parce que quelque copieuse que soit cette matiére héterogéne des corpuscules, elle est comptée pour rien en comparaison de toute la masse du Soleil, & n'y fera pas plus qu'une pincée de poussiére que je jetterois dans un grand chauderon rempli d'eau bouillante.

Cependant ces corpuscules ne laissent pas d'être la cause de plusieurs effets considérables tant au dedans qu'au dehors du Soleil; car comme ils sont obligés de subir la même agitation confuse, ils ne peuvent que se choquer très-frequemment avec une grande impetuosité, par où il arrive qu'une partie des plus grossiers &

irreguliers, pouvant résister à la rupture, s'accrochent ensemble, & forment enfin de gros pelotons, à peu près comme se font les avalanges de neige, qui grossissent en roulant avec précipitation du haut d'une montagne. C'est de-là sans doute, que tirent leur origine les taches de différente grandeur & figure, que l'on observe sur le disque du Soleil, qui vraisemblablement ne sont autre chose que ces gros pelotons, expulsés quelquefois vers la surface du Soleil, & ensuite derechef engloutis.

L'apparition de ces taches a été d'un grand secours aux Astronomes, qui par leur mouvement sur le disque solaire ont eu l'avantage de déterminer deux choses : 1.° le temps periodique d'une revolution du Soleil sur son axe; & 2.° la situation de son équateur par rapport aux étoiles fixes. Par où ils ont connu que ce mouvement de rotation se fait en même sens que la revolution des Planetes autour du Soleil, sçavoir suivant l'ordre des signes; marque certaine que ces mouvements sont les effets d'une même cause. Quant à l'équateur solaire, ils ont aussi trouvé par leurs frequentes observations, qu'il n'est pas dans un plan commun avec l'écliptique ou l'orbite de la terre, ni avec les orbites des autres Planetes, mais que toutes ces orbites sont différemment inclinées, tant entre elles que par rapport à l'équateur du Soleil. Or comme cette différence ne paroît pas bien s'accorder avec la mutuelle dépendance qui devroit regner entre le mouvement de rotation du Soleil, & celui de son tourbillon, c'est justement ce qui a occasioné l'illustre Academie d'en demander la cause physique; mais avant que d'en venir à la solution de cette importante question, il faut nécessairement achever d'expliquer mon systéme, afin que la liaison entre tous les phenomenes, dont l'explication en découle si naturellement, soit exposée dans un plus grand jour. Je me flatte que la simplicité, aussi bien que la fecondité des principes dont je me sers, sera agréable à tous ceux qui aiment qu'un systéme soit clair & intelligible.

§. XXVIII.

Nous avons consideré l'effet que produisent les corpuscules grossiers & crochus, en formant par leur rencontre & leur concrescence les taches du Soleil; je passe maintenant à mediter sur

ceux qui ſont moins groſſiers, & d'une conſiſtance friable: je vois avec une évidence entiére, que ceux-ci ne pouvant pas réſiſter à l'impetuoſité & frequente colliſion, ſans ſe rompre de plus en plus, deviendront d'une ſubtilité qui ſurpaſſe la force de l'imagination. C'eſt donc dans l'agitation incroyablement violente, & la colliſion perpetuelle de ces petites maſſules, que conſiſte la lumiére éclatante, & la chaleur exceſſive du Soleil. Il n'y a qu'à voir comment l'une & l'autre eſt portée au dehors du Soleil à une diſtance immenſe, & avec une rapidité prodigieuſe.

§. XXIX.

Je ne ſçais ſi on ne m'accordera pas facilement, que ces maſſules reduites à une petiteſſe quaſi infinie, & miſes dans une effervescence extraordinaire, ne pouvant plus ſe contenir dans leurs bornes, ſeront chaſſées & jettées hors du Soleil avec une vîteſſe incomparablement plus grande que tout ce qu'on peut imaginer de plus rapide, & cela en direction droite du centre vers tous les points de la ſurface extrême, & au de-là même (comme nous l'entendrons bientôt) du Tourbillon. Nous voyons au moins une foible image de telles exploſions dans les liqueurs ſpiritueuſes faites par la chymie, leſquelles étant fortement ſecouées & agitées, rendent une odeur beaucoup plus forte & plus au loin que quand elles ſont dans un état calme, marque certaine que par le mouvement d'agitation les particules ſpiritueuſes ſont pouſſées dehors, & diſperſées de toute part à la ronde juſqu'à une diſtance conſiderable.

Je conçois donc, que ces effluves qui ſortent du Soleil ſans ceſſe en ligne droite par l'effet d'une exploſion très-violente, ſont ce qu'on appelle les rayons du Soleil, qui portent ſur tout ce qu'ils rencontrent la lumiére & la chaleur de la maniere qu'on ſçait aſſés, ſans que je m'y arrête long-temps.

§. XXX.

Je dois plûtôt répondre à deux objections qu'on peut me faire; la premiére eſt, pourquoi par ce continuel découlement de ces maſſules, qui dure déja depuis la création du Monde, la ſource qui eſt dans le Soleil, ne tarit pas à la fin, & que la matiére ne

lui en manque jamais? La ſeconde objection conſiſte en ce qu'on me demandera, d'où vient que les rayons qui traverſent les vaſtes étenduës du ciel, ne perdent rien de leur rapidité? Pour ce qui eſt de la derniére de ces objections, à laquelle je répondrai en premier lieu, je dis ſans détour, que chaque Tourbillon n'étant qu'une maſſe de matiére du premier élement, mais ſans agitation inteſtine qui ſe trouve ſeulement dans celle du Soleil & des autres étoiles fixes, & que dans cette maſſe du Tourbillon y ayant bien quantité de particules du ſecond élement, mais qui ſont fort diſperſées les unes des autres; on voit bien, que puiſque la matiére du premier élement ne réſiſte pas, les rayons y paſſeront ſans aucun obſtacle de la part de cette matiére, & à cauſe des grands interſtices que laiſſent entre elles les particules du ſecond élement, l'extrême ſubtilité des maſſules dont les rayons ſont compoſés, fait auſſi qu'il n'y a point d'empêchement à craindre pour leur paſſage; & que ſi par hazard il y en a, l'une ou l'autre de ces particules, qui ſe rencontre ſur leur chemin, ſera bien vîte refoulée, & écartée par le flux continuel du rayon.

§. XXXI.

Mais quant à la premiére objection, elle merite plus d'attention, d'autant que la réponſe que j'y donnerai, m'ouvre juſtement le chemin pour parvenir à la connoiſſance de la cauſe phyſique d'un des plus importants phenomenes, je parle de la peſanteur. On renvoye donc la réponſe, pour la donner lorſque j'aurai à expliquer la peſanteur dans toute ſon étenduë; il ſuffit que je diſe en paſſant, que la perte de la matiére du Soleil qui ſe fait par l'écoulement des rayons, eſt à tout moment reparée par une égale quantité d'autre matiére qui s'y jette de tout côté, venant des extrémités du Tourbillon vers le Soleil, de la maniere que j'indiquerai.

Revenons donc aux rayons du Soleil, dans le progrès deſquels conſiſte la propagation de la lumiére. Il y a long-temps que l'on eſt deſabuſé de croire avec Deſcartes, que cette propagation ſoit inſtantanée comme un effort qui ſe communique à la fois d'un bout à l'autre par toute la longueur d'un bâton, quand il eſt preſſé par l'une des extrémités. L'obſervation qu'a faite M. Romer,

montre évidemment que le progrès de la lumiére eſt ſucceſſif, quoique prodigieuſement rapide, puiſqu'elle parcourt le diametre de l'orbe annuel de la terre dans le temps de 22 minutes horaires; en ſorte que dans une ſeule minute elle fait un chemin de mille diametres de la terre, & 16 $\frac{2}{3}$ diametres dans une ſeconde. Une telle vîteſſe, qui eſt ſix cent mille fois plus grande que celle du ſon, a paru à M. Huguens trop énorme pour croire que la propagation de la lumiére ſe faſſe par un tranſport actuel d'une matiére qui depuis l'objet lumineux s'en vienne juſqu'à nous. Il a donc mieux aimé concevoir cette propagation ſur le pied que ſe fait celle du ſon, qui s'étend par des ondes ſphériques, comme on le voit dans ſon Traité de la Lumiére, d'ailleurs très-ingenieux; où il prétend que les particules qui compoſent le rayon, ſans ſortir loin de leur place, ſe pouſſent ſucceſſivement, comme feroient de petites boules élaſtiques miſes bout à bout ſur une longue file en ligne droite, dont la premiére en mouvement choqueroit la ſeconde, celle-ci la troiſiéme, & ainſi de ſuite, tout le mouvement de la premiére boule ſeroit tranſmis à la derniére par les boules intermediaires.

§. XXXII.

Mais ſans parler de l'impoſſibilité du hazard, qui demanderoit que toutes ces petites boules fuſſent miſes très-exactement & à la rigueur géometrique en ligne droite; car ce qu'il dit, que ſi une des boules en rencontroit à la fois trois ou pluſieurs autres, la communication du mouvement en ligne droite ne laiſſeroit pas de ſe faire ſur les ſuivantes avec la même vîteſſe, eſt très-faux, & contre les regles de la communication du mouvement; ſans parler donc de cet inconvenient, on voit bien que par-là il ne gagneroit rien pour ſauver la difficulté qu'il y auroit à comprendre cette énorme vîteſſe, qu'il faut ſuppoſer en ſtatuant que la matiére des rayons ſe tranſporte effectivement depuis l'objet rayonnant juſqu'à la plus grande diſtance où la lumiére ſe porte; car quand on lui accorderoit cette ſorte de tranſmiſſion de mouvement d'une boule à l'autre, ne faut-il pas que chacune reçoive ſucceſſivement la même vîteſſe par l'impreſſion de la précedente? & la rapidité de cette ſucceſſion de l'une à l'autre n'eſt-elle pas plus incomprehenſible,

que si la vîtesse une fois imprimée à chacune des boules ne fait que perseverer, puisqu'il n'y a rien en leur chemin qui leur résiste, comme nous avons fait voir?

Outre cela, l'élasticité des boules d'où leur viendroit-elle, vû que les corps sont naturellement sans ressort, & s'ils en ont, il faut qu'il y ait une cause qui le produise, car certainement l'idée que l'on a du corps, ne renferme pas celle de l'élasticité, autrement tout corps devroit être élastique, ce qui est contre l'experience; donc, selon M. Huguens, il faudroit supposer encore un autre genre de matiére, qui fût incomparablement plus subtile que ces boules qui composent les rayons de lumiére, lesquelles sont déja d'une si grande subtilité, qu'elles passent librement les pores les plus étroits, tels que sont ceux du verre, du cristal, du diamant; ce seroit donc cette autre matiére qui entrant avec une rapidité inconcevable dans les globules de la lumiére, leur devroit procurer cette parfaite élasticité.

Ainsi M. Huguens, bien loin d'éviter la difficulté, qui selon lui, se rencontre en supposant un transport effectif des globules de lumiére avec une si grande vîtesse, est reduit à supposer dans la matiére qui leur donne le ressort, une vîtesse infiniment plus grande; ou veut-il peut-être, que l'élasticité leur soit innée ou essentielle, sans qu'on ait besoin de supposer pour cela une cause étrangére? mais ce seroit attribuer à la matiére une qualité aussi incomprehensible que l'est la vertu attractrice que donnent si liberalement aux corps M.rs les Newtoniens, se mettant peu en peine qu'on l'entende ou non. En fait de Physique, on a raison de rejetter la coûtume de ceux, qui pour expliquer quelque phenomene, ont recours à des principes chimeriques, plus obscurs que ce qui est en question.

§. XXXIII.

Après cette discussion, nous ne balancerons plus à établir pour hypothése, que les petites masses très-fines (que je nommerai *massules)* formées dans le Soleil par cette agitation violente, sont continuellement chassées hors du Soleil avec une rapidité necessaire pour parcourir mille diametres de la terre dans une minute de temps. Et comme cette explosion se fait de tout côté, ou vers toutes les

plages du Monde, il eſt viſible qu'il y a autant de rayons partants du Soleil, que l'on peut s'imaginer de lignes droites tirées du centre vers toute la circonference de ſon Tourbillon, & que chaque rayon eſt une file rectiligne d'une infinité de maſſules qui ſe ſuivent immediatement les unes après les autres avec cette prodigieuſe vîteſſe.

Rien n'empêche donc de concevoir, qu'à cauſe de leur extrême petiteſſe elles penetrent librement les pores des corps groſſiers ſur leſquels elles tombent, comme ſont les Planetes & leurs atmoſphères, ſans y produire d'autre effet que la lumiére & la chaleur; la lumiére ſe termine ſur la ſurface des corps, à moins que leurs pores ne ſoient diſpoſés en ligne droite, auquel cas la lumiére paſſe plus outre avec les rayons; car ceux-ci paſſent toûjours (au moins pour la plûpart) de part en part, quoiqu'ils ſoient obligés d'aller en ſerpentant par les corps qu'on nomme *opaques,* à cauſe des détours & des ſinuoſités obliques des pores, mais néantmoins ſans rien perdre de leur rapidité; car les pores ſont aſſés larges pour donner un libre paſſage, ils changent ſeulement la direction, & interrompent par-là l'effet de la lumiére, qui demande la continuation en ligne droite. Mais pour la chaleur, qui eſt cauſée par le frottement continuel que ſouffrent les pores interieurs ou leurs parois, quand les rayons y paſſent, & agitent les petits filaments qui avancent hors de ces parois; il eſt clair que les parties des corps opaques en étant ébranlées en diverſes manieres, reçoivent cette qualité qu'on appelle *chaleur.*

§. XXXIV.

Ce n'eſt pas mon deſſein de m'arrêter plus long-temps ſur l'explication de ces deux effets, j'entends de la lumiére & de la chaleur; je n'en euſſe même point du tout parlé comme hors de mon ſujet, ſi la petite deſcription de mon ſyſtéme (que je dois faire préliminairement avant que de donner une ſolution probable de nôtre queſtion) ne m'y eût conduit directement.

Je reprends donc le fil de mon diſcours, pour voir ce qui arrive de plus, lorſque les rayons du Soleil, après avoir paſſé au travers des Planetes, auſſi bien que tous ceux qui ne les traverſant pas, ſont parvenus au-deſſus de la region de Saturne, où ils ne rencontrent plus

plus de Planetes jusqu'à l'extrémité du Tourbillon : à moins que dans cette vaste étenduë, il n'y ait peut-être encore quelques autres Planetes, mais qui pour être trop éloignées ou trop petites, ne sont pas visibles.

§. XXXV.

Les massules, dont les files composent les rayons, étant ainsi parvenues à l'extrémité du Tourbillon, sont d'une très-grande rareté, puisque toutes celles qui partoient à la fois en lignes droites depuis la surface du Soleil, sont présentement répanduës par toute la surface du Tourbillon; par consequent les densités étant en raison reciproque des espaces qu'une même quantité de massules occupe, il est évident que la densité de leur masse totale dans l'instant qu'elles partent du Soleil, est à la densité de cette même masse répanduë sur toute la surface du Tourbillon, réciproquement comme le quarré du demi-diametre du Tourbillon est au quarré du demi-diametre du Soleil. D'où il paroît qu'à cause de cette grande rarefaction de la matiére des rayons solaires, la lumiére doit être affoiblie dans la même raison directe; avec tout cela les rayons ne laissent pas de continuer leur route avec la même rapidité, & de pénétrer non seulement dans les Tourbillons voisins, mais de les traverser, & encore d'autres plus éloignés, pour porter leur lumiére, quoiqu'affoiblie extrémement, à des distances immenses; il faut bien que cela soit ainsi, car sans cela les étoiles fixes, qui dardent leurs rayons dans nôtre Tourbillon au travers de plusieurs autres qui sont entre deux, ne seroient pas visibles.

§. XXXVI.

Cependant considerons maintenant un autre effet qui doit arriver à la matiére des rayons, lorsqu'elle est portée à l'extrémité de son Tourbillon, & qu'elle est prête à entrer dans celui qui le touche immediatement : il est très-probable, & moralement certain, que parmi tant de millions de milliards de ces massules qui se présentent à chaque instant sur toute la superficie du Tourbillon, & dont le plus grand nombre passe plus outre, il y en a pourtant aussi une multitude très-considerable, qui sont rencontrées par tout autant de massules semblables, lesquelles chassées du fond des Tourbillons qui environnent le nôtre, viennent fondre sur les

premiéres avec la même force. D'où il s'ensuit que ces massules n'ayant naturellement point de ressort, comme je l'ai dit ci-dessus, il faut que toutes les fois que deux de ces massules de differents Tourbillons viennent à se choquer directement, elles perdent toutes deux leur mouvement, & s'arrêtent tout court colées ensemble, & forment ainsi une nouvelle massule en repos deux fois plus grosse que chacune n'étoit auparavant. Il peut même arriver sans beaucoup de hazard, que plusieurs de ces nouvelles massules en repos, viennent à être choquées à la fois par deux autres primitives, l'une d'un côté, & l'autre du côté opposé, auquel cas il est derechef manifeste par les regles de la communication du mouvement des corps sans ressort, que ce second choc détruisant le mouvement opposé de ces deux nouvelles massules, & les colant aux deux premiéres, il s'en formera un petit peloton en repos, & quatre fois plus gros qu'une des massules primitives.

De cette maniere je conçois clairement, que ces pelotons peuvent grossir de plus en plus, avant que d'être chassés de leur repos par des chocs qui viennent d'un seul côté, soit pour retourner ensemble au Soleil, si le choc vient du côté d'un Tourbillon voisin, soit pour pénétrer plus avant dans un des Tourbillons voisins, lorsque le choc vient du côté du Tourbillon solaire.

§. XXXVII.

Ainsi voilà nôtre Tourbillon solaire, & chacun des autres, terminé par une espece de voile d'un tissu fort rare & poreux, dont les parties ne sont point liées ensemble, en sorte que le plus grand nombre des massules qui composent les rayons y passent librement, pour sortir & entrer d'un Tourbillon dans l'autre : mais à cause de leur multitude infinie, il y en aura toûjours assés que le hazard dirige à tomber centralement sur autant de pelotons, qui sont là dans l'inaction & en repos, par consequent dans un état d'indifférence à être emportés vers où ils sont poussés, c'est-à-dire, les uns pour descendre au Soleil, les autres pour rentrer dans un autre Tourbillon. Il peut même arriver, qu'en chemin faisant quelques-uns de ces pelotons se joignent à d'autres qu'ils entraînent avec eux, & grossiront par ce nouvel accroissement.

De cette maniere nous concevons qu'il doit descendre conti-

nuellement du ciel une pluye abondante & impetueuſe de pelotons repouſſés en bas par le choc des maſſules, qui ſortent des Tourbillons circonvoiſins.

§. XXXVIII.

Je vais faire à preſent mes reflexions ſur la nature & l'effet de ce déluge de pelotons qui tombe de toute part de la circonference du Tourbillon vers le centre, & que j'appellerai pour cela *Torrent central,* parce qu'effectivement ſa matiére eſt aſſés copieuſe pour qu'elle ſe jette avec précipitation comme un Torrent perpetuel ſur le Soleil. C'eſt donc de cette matiére, que le Soleil recouvre ſa nourriture pour reparer la perte qu'il fait ſans ceſſe par l'émanation des files de maſſules, je veux dire par les rayons; à peu près comme les eaux qui ſortent de l'Océan, ſoit par l'évaporation, ou par la filtration par les pores de la terre, lorſque de maniere ou d'autre, moyennant la chaleur, elles ſe reſolvent en vapeurs, dont enſuite pluſieurs parcelles ſe joignant enſemble en goutes, retombent en forme de pluye, ou ſortent des lieux élevés de la terre pour compoſer de petits ruiſſeaux, qui eux-mêmes par leur concours forment de grands fleuves pour regagner les mers.

Ou bien ne pourroit-t-on pas faire cette autre comparaiſon, priſe de ce que nous voyons que la fumée qui s'éleve de la matiére combuſtible, & dont une partie s'attache au tuyau de la cheminée, & fait la ſuye, laquelle reprenant peu à peu par la réünion des petites particules de la fumée une conſiſtance plus groſſiére, ſe détache enfin, & retombe au foyer. C'eſt donc ainſi qu'on répond à la premiére objection formée dans le §. XXX. Or il eſt aſſés intelligible, ſans que je le diſe, que les pelotons rentrés dans le Soleil ſont d'abord contraints de ſuivre la violente agitation confuſe, qui ſe trouve dans toute la maſſe du Soleil, & ne ſeront pas long-temps ſans être réduits par la frequente colliſion dans leur premier état de petiteſſe, c'eſt-à-dire, dans la forme des maſſules propres à ſubir l'exploſion neceſſaire pour le dardement des rayons, tout comme la ſuye retombée dans le feu, ſe brûle, & ſe diſſout une ſeconde fois en fumée, & remonte.

En tout cela je ne vois rien qui puiſſe choquer l'imagination, mais il ſe préſente une difficulté dans la maniere de concevoir la

descente du Torrent central jusqu'au Soleil, sans que les files de pelotons s'empêchent mutuellement de descendre avant que d'arriver à la surface du Soleil; car si les pelotons encore en repos occupent toute la vaste étenduë de la circonference du Tourbillon, & qu'ils viennent ensuite se précipiter sur la surface du Soleil, où ils doivent occuper une étenduë quasi infiniment plus petite, il faut sans doute que la densité des files près du Soleil devienne comme infinie par rapport à celle que les pelotons ont entre eux pendant qu'ils sont dispersés à l'extrémité du Tourbillon : ainsi il semble que les files devroient enfin en descendant se toucher par les côtés avant que d'achever la descente totale; mais cela se faisant, il est sensible que les files du Torrent ne pourroient plus descendre davantage, sans que les pelotons se penetrassent, d'où il s'ensuit que le Torrent s'arrêteroit, & demeureroit suspendu à une bonne distance du Soleil.

Pour lever cette difficulté, on n'a qu'à dire que, quoique les files soient assés serrées autour même de la circonference du Tourbillon, rien n'empêche pourtant qu'on ne puisse supposer que leurs interstices peuvent être diminués tant que l'on veut, pourvû que l'on conçoive que la somme de tous les diametres des pelotons situés autour de la circonference du Tourbillon, n'excede pas la circonference du Soleil : de cette maniere nous comprendrons aisément que le Torrent descendra jusqu'au Soleil, sans que les files viennent à se toucher. Il est vrai que pour que cela soit, il faut que les pelotons soient supposés d'une subtilité extrême, nonobstant que le plus petit d'entre eux ait une masse trois fois plus grosse, qu'une massule du rayon solaire. La divisibilité de la matiére à l'infini permet de donner aux particules une telle subtilité que l'on jugera convenable. Il n'y a donc point de contradiction de statuer que nos pelotons occupant toute la surface du Tourbillon, & serrés entre eux si près que l'on voudra, ils pourront néantmoins étant transportés sur le soleil, trouver assés d'espace sur sa surface, pour y être situés au large, & sans se toucher les uns les autres.

SECONDE PARTIE.

§. XXXIX.

APRÉS avoir donné une idée, ce me ſemble, aſſés intelligible de la generation de nos pelotons, qui doivent former le Torrent central, je pourſuis ma théorie, pour en déduire les cauſes des phenomenes & des faits celeſtes; je commence par expliquer la cauſe de la peſanteur. A cette fin, je ferai mes remarques ſur les groſſeurs reſpectives, & les vîteſſes que peuvent acquerir les pelotons, lorſqu'ils ſont mis en mouvement par l'impulſion des maſſules qui viennent des Tourbillons du dehors. De ce que je viens d'expliquer, il eſt d'abord manifeſte que les plus petits pelotons qui forment le Torrent central, ſont composés pour le moins de trois maſſules, ſçavoir de deux qui par leur choc direct ſe ſont mis en repos, & de la troiſiéme qui leur donne l'impulſion, & vont conjointement deſcendre vers le Soleil, ne faiſant plus qu'un ſeul petit corps que j'ai nommé *peloton,* dont la commune vîteſſe ſera (par les regles de la communication du mouvement pour les corps ſans reſſort) le tiers de la vîteſſe d'une maſſule avant le choc.

La ſeconde ſorte de pelotons, ſont ceux qui ſont composés de 5 maſſules, lorſqu'après que deux ont perdu leur mouvement par le choc direct, deux autres les heurtent en même temps, & en direction opposée, par où elles perdent auſſi leur mouvement, & ne font qu'augmenter la maſſe du peloton, qui ſera par conſéquent composé de 4 maſſules, & encore ſans mouvement, juſqu'à ce que la 5.me vienne du dehors les choquer, & deſcendre enſemble comme une maſſe commune avec la 5.me partie de la vîteſſe d'une maſſule. La 3.me la 4.me la 5.me ſorte de pelotons, & ainſi de ſuite, ſeront composés de 7 maſſules, de 9, de 11, &c. & deſcendront avec $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{11}$, &c. de la vîteſſe d'une maſſule. Je ne prétends pas cependant que la formation de nos pelotons ſoit juſtement ſi reguliére, que nous venons de le dire; il peut arriver qu'un des pelotons déja mis en mouvement, en rencontre ſous lui un autre qui eſt encore en repos, ou qui a une vîteſſe plus petite, auquel cas il s'en

fera un peloton plus gros, qui acquerra une vîtesse selon la combinaison de la differente grosseur & vîtesse de leur masse particuliére. Concevons en general un peloton de masse A avec la vîtesse m, qui choque sous lui un peloton de masse B, qui a déja une vîtesse, mais plus petite n; la masse du peloton composé, qui sera $A+B$, prendra une vîtesse $= \frac{mA+nB}{A+B}$ suivant les regles de la communication du mouvement pour les corps non-élastiques. Enfin mon but étoit de faire comprendre que le Torrent central doit être composé de pelotons de toutes sortes de grosseur & de vîtesse avec laquelle ils se portent vers le Soleil.

§. XL.

Nous pouvons prendre de tous ces pelotons de differente grosseur & vîtesse, un d'une grosseur & d'une vîtesse moyenne quelle qu'elle soit; par exemple, qu'il soit dix ou cent fois plus gros qu'une des massules, & qu'il ait la centiéme ou la dixiéme partie de la vîtesse de celle-ci: une exacte détermination de cette circonstance n'est nullement necessaire pour mon dessein; c'est assés que je puisse concevoir l'existence d'un Torrent central en forme d'un fluide, composé de ces pelotons, qui sont poussés de haut en bas depuis toute la surface du Tourbillon jusques dans le Soleil, & que ce fluide du Torrent, qui, comme nous l'avons montré, ne manque jamais de matiére, se précipite avec une grande rapidité.

Car quand même cette rapidité seroit mille fois plus petite que celle d'une seule massule, qui est celle de la lumiére; cette rapidité du Torrent central ne laisseroit pas d'être encore très-considerable, puisque selon ce que nous avons remarqué (§. XXXI.) elle seroit assés grande pour parcourir dans le temps d'une minute la longueur d'un diametre entier de la terre. Le Torrent central avec une telle vîtesse sera donc en état de produire un effet tout particulier sur un corps qu'il rencontre dans son chemin, & cet effet est précisément la gravitation des Planetes vers le Soleil: voici comme je conçois que la chose se fait.

§. XLI.

Les pores & les interstices entre les parties élementaires terrestres qui composent les Planetes, sont suffisamment larges pour

laiſſer paſſer ſans obſtacle les files des maſſules qui partent du Soleil; mais après qu'à leur retour une bonne quantité de ces mêmes maſſules ſe ſont accumulées en petits pelotons, qui fourniſſent la matiére au Torrent central, & deſquels le plus petit eſt pour le moins trois fois plus gros qu'une maſſule; il eſt déja aſſés évident que les pelotons n'enfileront plus ſi aiſément les mêmes pores des corps terreſtres; d'où il arrive que le Torrent central fait un effort continuel ſur la Planete qu'il rencontre, pour la pouſſer en bas vers le centre commun du Tourbillon, de la même maniere qu'un courant d'eau donnant contre un obſtacle, fait un effort continuel pour l'entraîner, égal à la force avec laquelle cet obſtacle réſiſte.

Il n'y a point d'autre difference entre ces deux actions, ſinon que l'eau frappe ſeulement les ſurfaces extérieures des corps qui lui réſiſtent, au lieu que notre Torrent ayant des pelotons de toutes ſortes de groſſeur, les plus petits penetreront juſqu'aux moindres pores avant que de perdre leurs forces, & les imprimeront par conſéquent aux moindres parties des corps terreſtres, pendant que les plus gros pelotons conſument leurs forces en frappant la premiére ſuperficie de la Planete, après en avoir déja employé une partie à penetrer, en vainquant la réſiſtance de l'atmoſphere qui enveloppe le corps de la Planete.

Les pelotons, qui conſervent un reſte de mouvement après leur paſſage à travers la Planete, pourſuivront leur route vers le Soleil, mais ceux qui conſument tout-à-fait leur force, en donnant ou ſur l'atmoſphere ſeulement, ou ſur la ſuperficie extérieure du corps de la Planete, reſteroient là ſans mouvement, ſi par la ſucceſſion continuelle de la nouvelle matiére du Torrent, ils n'étoient obligés de faire place en eſquivant à côté, & de ſe laiſſer entraîner par le fluide lateral du Torrent, qui ne fait plus que friſer la Planete, ou ſon atmoſphere.

§. XLII.

Je ne crois pas qu'on puiſſe rien prétendre de plus pour la cauſe de la peſanteur des Planetes vers le Soleil; l'explication courte, mais claire, que nous en avons donnée, comprend tous les

éclairciſſements qu'on pourroit demander ſur diverſes particularités & circonſtances qui accompagnent la nature de cette gravitation. Car on voit 1.° que non ſeulement le corps de la Planete pris dans ſon total doit être peſant, mais que chacune de ſes parties en ſon particulier le doit être auſſi à proportion de ſa maſſe, parce que la matiére du Torrent central penetre & agit ſur la Planete ſelon toutes ſes dimenſions, ſur les parties intérieures auſſi bien que ſur les extérieures. On s'apperçoit 2.° pourquoi les forces de la gravitation, que M.rs les Newtoniens attribuent à une vertu attractrice, doivent être entre elles en raiſon reciproque des quarrés des diſtances au Soleil, puiſqu'il eſt évident que les filets du Torrent ſe retreciſſent par les côtés à meſure qu'ils s'approchent du Soleil, & partant que leur denſité, dont dépend l'eſtimation des forces abſoluës, obſerve cette proportion, tout comme les rayons auſſi produiſent une lumiére dont les vivacités ſont comme leur denſité, c'eſt-à-dire, reciproquement comme les quarrés des diſtances du point lumineux. Il eſt clair 3.° que les particules élementaires des corps groſſiers (j'entends les plus petites qui ſont ſolides & ſans pores) ne reçoivent l'action de la peſanteur que par leur ſurface, puiſque ces particules n'ayant point de pores ne peuvent pas admettre dans leur intérieur la matiére du Torrent, qui doit les rendre peſantes.

Il me ſemble que cette ſeule conſideration fait voir clairement la nullité de la prétenduë attraction. Car ſi les corps avoient de leur nature cette qualité eſſentielle de s'attirer l'un l'autre, il eſt certain que les particules élementaires ſeroient peſantes en raiſon de leur ſolidité, & non pas de leur ſurface; & qu'ainſi une même particule élementaire à un éloignement double du corps dont il eſt attiré, en recevroit une force qui ne ſeroit pas ſous-quadruple, mais ſous-octuple de celle qu'elle reçoit à une diſtance ſimple, puiſque la denſité, ou la multitude des rayons qui partent du corps attirant, & qui ſaiſiſſent la particule, devroit être eſtimée par la quantité de ſa maſſe & non point de ſa ſurface; d'où il s'enſuit que la force de cette attraction diminueroit en raiſon triplée, ou comme les cubes, & point du tout comme les quarrés des diſtances : de-là on peut démontrer aiſément, que les maſſes entiéres des

des Planetes n'auroient point d'autre gravitation ſur le Soleil, que celle de ſes particules élementaires, dont la diminution ſe feroit en raiſon des cubes des diſtances.

Que deviendra donc le ſyſtéme de M. Newton par rapport à la Phyſique, ſi ſon fondement principal tombe en ruine? Je m'étonne que pas un de ſes partiſans outrés ne ſe ſoit apperçû de l'inconvenient qui reſulte de l'hypothéſe des attractions, que l'on veut attribuer, comme une qualité eſſentielle, non ſeulement aux corps groſſiers, mais auſſi à leurs particules élementaires deſtituées de pores, ce qui ne peut ſubſiſter, ainſi que nous l'avons démontré, avec la loi ſuivant laquelle la gravitation des Planetes doit varier par rapport aux éloignements du Soleil, pour qu'elles décrivent des orbites elliptiques autour de cet aſtre placé dans un de leurs foyers.

§. XLIII.

Il n'y a nul doute que ce que nous avons dit juſqu'à préſent ſur la cauſe & la nature de la peſanteur des Planetes vers le centre du Soleil, ne doive être appliqué auſſi aux peſanteurs particuliéres qui agiſſent ſur les corps enveloppés dans les Tourbillons ſecondaires, pour les pouſſer vers les centres de ces Tourbillons. Car naturellement chaque Planete principale, comme, par exemple, la Terre qui tourne ſur ſon propre axe, ſera munie d'un Tourbillon particulier, & aura dans ſon centre une eſpece de petit Soleil, je veux dire un amas de cette matiére parfaitement liquide & bouillante, laquelle avec les autres circonſtances, doit produire en petit ce que la force du Soleil fait dans un degré beaucoup plus éminent.

Ainſi tous les corps, & même la Lune, qui ſont de la dépendance du Tourbillon terreſtre, ſeront pouſſés par un Torrent central qui s'y forme, vers le centre de la terre, avec des forces reciproquement proportionnelles aux quarrés des diſtances. C'eſt donc auſſi dans l'action de ces forces, que conſiſte la peſanteur des corps graves terreſtres. Je n'en dis pas davantage, de peur d'ennuyer mon lecteur par une longue répétition de ce qui a été expliqué ſur la cauſe generale de la peſanteur.

§. XLIV.

Je ne ſçaurois m'empêcher à cette occaſion, de communiquer

mes pensées sur la maniere d'expliquer la pesanteur, que l'on voit dans le petit livre de M. Villemot, intitulé *Nouveau Systéme, ou Nouvelle explication du Mouvement des Planetes;* où l'Auteur expose son systéme, établi aussi sur le bouillonnement d'un feu central, mais dont la nature, l'origine & les effets différent infiniment de l'idée sous laquelle je le conçois, outre qu'il le donne dans une tout autre vûë pour en tirer les phenomenes celestes, que je ne le fais dans mon systéme. On n'a qu'à lire l'un & l'autre pour en voir la difference : le seul chapitre de la pesanteur fait déja connoître que les principes de Statique & d'Hydrostatique ne lui étoient pas assés familiers. Voici de quelle maniere il raisonne, p. 182. Après avoir supposé que rien ne peut sortir de la matiére bouillonnante au centre de la terre, cette matiére, selon lui, ne fait que tendre ou s'efforcer à s'en éloigner en ligne droite,
» sans s'en éloigner effectivement, « mais on conçoit, dit-il, qu'elle
» pousse, ou plûtôt qu'elle presse toute la matiére voisine, & qu'ainsi
» elle doit pousser vers le centre les corps grossiers, par la même
» raison que l'eau tendant en bas fait monter le liege dont elle
» prend la place.

M. Villemot considére cette matiére voisine, répanduë jusqu'à l'extrémité du Tourbillon, comme un fluide renfermé de toute part, lequel venant à être pressé par un bout, cette pression se communique d'abord à l'extrémité opposée, & de-là ne pouvant aller plus loin, elle rejaillit sur le corps grossier qui s'y trouve, & l'oblige, à ce qu'il croit, de s'approcher vers le principe de la pression : mais ne devoit-il pas voir que par la loi d'Hydrostatique la pression se communiquant également sur toutes les parties du fluide, le corps qui en est environné, doit soûtenir une compression uniforme tout à l'entour, & sera par conséquent pressé pardevant tout autant qu'il l'est par derriére, ce qui lui fera garder un parfait équilibre. Si quelqu'autre que M. Villemot, eût allégué la compression prise du liege que l'eau fait monter, comme un exemple, pour expliquer la cause de la pesanteur, je dirois que ce seroit commettre le Sophisme, que l'on appelle dans les écoles *Petition de principe,* puisqu'il supposeroit que l'eau est pesante, & que le liege est moins pesant, sans expliquer la cause pourquoi l'un & l'autre est pesant. Car si on pouvoit ôter à l'eau & au liege sub-

mergé leur pesanteur naturelle, & qu'au lieu de cela on pressât de haut en bas la superficie horizontale de l'eau, on auroit beau presser, on verroit que le liege ne bougeroit pas de sa place.

§. XLV.

Pour en être convaincu, on n'a qu'à prendre un tuyau de verre *AB* fermé en *B*, & ouvert en *A*: qu'on le remplisse d'eau jusqu'en *P*; & qu'étant mis dans la situation horizontale, on y mette vers le milieu un petit morceau de liege *L*, qui puisse nager librement dans l'eau sans aucun frottement sensible contre le verre; que l'on fasse entrer par l'ouverture *A* le piston *PC*, & qu'on presse fortement le cylindre d'eau *CB* de *C* vers *B*. C'est-là justement le cas de M. Villemot, car la pression de la matiére bouillonnante est ici représentée par la pression du piston *PC*; la matiére voisine pressée, qui se termine par l'extrémité du Tourbillon, doit être comparée au cylindre d'eau *PB*, dont la pression se termine en *B*; le corps grossier dont il veut expliquer la pesanteur, se représente par le morceau de liege *L*: donc si son explication avoit lieu, il faudroit que par l'effort du piston *PC*, le liege *L*, s'en approchât, & vinst à s'y joindre. Mais la saine Hydrostatique m'apprend, sans en faire l'expérience, qu'avec la plus grande force du piston que le tuyau puisse soûtenir, on ne déplacera jamais le morceau de liege *L*, bien loin de le faire approcher du piston *PC*. Fig. 1.

Ainsi l'explication donnée par M. Villemot sur la cause de la pesanteur, n'est qu'une pure illusion, aussi évidente que celle qui se trouve à la page 186. de son livre, où, pour prouver que la terre est plus élevée vers l'équateur que vers les poles, c'est-à-dire qu'elle est un sphéroïde applati, il recourt à l'observation de M. Cassini, qui a observé que les degrés de la terre diminuent en allant de l'équinoxiale vers les poles; car cette observation supposée exacte, comme il n'en faut pas douter, prouve justement le contraire, sçavoir que la figure de la terre doit être un sphéroïde allongé : la raison en est, parce que les meridiens d'un tel sphéroïde ont leur plus grande courbure aux poles, ce qui fait que les degrés de latitude diminuent à mesure qu'ils s'éloignent de l'équinoxiale, au lieu que dans un sphéroïde applati, par une raison contraire, leur plus grande courbure se trouvant où les meridiens

croiſent l'équateur, y racourcit le plus ſenſiblement la longueur des degrés, qui enſuite s'allongent en allant vers les poles. La ſçavante Diſſertation ſur ces deux ſortes de ſphéroïdes, publiée par M. de Mairan dans les Memoires de 1720, merite d'être lûë, parce qu'elle contient des raiſonnements ſolides touchant la figure de la terre.

§. XLVI.

Quoi qu'il en ſoit, il faut avouer qu'une ſimple preſſion, telle que M. Villemot l'a imaginée, n'eſt point du tout propre à en tirer la cauſe de la peſanteur; & comme nous avons déja vû (§. IX.) que les Tourbillons conçûs à la maniere de M. Huguens, deſquels il fait mouvoir la matiére ſur des ſurfaces ſphériques en tout ſens, ne pourroient pas ſubſiſter, parce que leurs particules s'entre-choquant, & n'étant point élaſtiques, s'arrêteroient mutuellement, d'où il arriveroit dans peu, que toute la matiére d'un Tourbillon de cette nature ſe changeroit en une maſſe immobile.

D'ailleurs le Tourbillon fait ſelon l'idée de M. Deſcartes, que nous adoptons auſſi, mais pour un autre uſage (comme nous le verrons) que pour cauſer la peſanteur par la force centrifuge de ſa matiére, prévalente à celle des corps terreſtres; ce Tourbillon, dis-je, n'étant point du tout ſuffiſant pour expliquer les proprietés de la peſanteur, puiſque les corps groſſiers devroient être chaſſés, non point au centre, mais perpendiculairement à l'axe du Tourbillon; outre pluſieurs autres inconvenients qui reſultent de cette hypothéſe, dont nous avons indiqué quelques-uns (§. VI. & VII.) l'unique remede, qui reſte pour avoir une idée générale de la cauſe de la peſanteur, & de toutes ſes proprietés, à moins qu'on ne veuille recourir aux attractions de M. Newton, c'eſt d'admettre nôtre Torrent central, par lequel on explique ſi naturellement & ſi intelligiblement tout ce qu'il a voulu expliquer par ſes attractions, & bien davantage, ainſi qu'on le verra bientôt, par la raiſon que je rendrai de la rotation des Planetes principales autour de leur axe, où il paroîtra très-clairement que cette rotation (difficile à expliquer par le ſyſtéme de Newton) n'eſt qu'une ſuite de l'action du Torrent ſur la Planete.

§. XLVII.

Je vais donc contempler de plus près les Tourbillons de Descartes, afin de tirer de leur nature ce qui sert principalement à perfectionner ma théorie. J'ai déja dit au commencement de ce discours, qu'un Tourbillon celeste est 1.° un amas ou une quantité prodigieuse de matiére parfaitement liquide, qui ne fait point de résistance aux corps qui s'y meuvent; 2.° que cette matiére, quoique de la même nature que celle du Soleil, n'a pas ce bouillonnement excessif dont celle-ci est agitée; mais 3.° qu'elle tourne d'un mouvement tranquille autour du Soleil, avec une vîtesse que je déterminerai; 4.° que ce Tourbillon de matiére parfaitement liquide charrie avec lui une multitude infinie de particules du second élement, que je veux bien nommer avec M. Descartes *globules celestes,* sans s'entre-toucher pourtant, comme il les a conçûs, mais separés & dispersés, laissant entre eux des intervalles, si vous voulez, cent ou mille fois plus grands que le diametre d'un globule; je fais cette supposition dans cette seule vûë, que l'on puisse concevoir comment les massules des rayons & les pelotons du Torrent passent à travers des distances immenses fort librement, sans rencontrer de frequents obstacles, en heurtant contre des globules celestes, & que s'ils en rencontrent par-ci par-là, ils les écartent facilement par la rapidité de leur mouvement, & rendent le passage libre à ceux qui les suivent de près.

§. XLVIII.

Pour ce qui est de la vîtesse avec laquelle le Tourbillon doit tourner autour du Soleil, on a démontré ailleurs que la vîtesse (quelle qu'elle soit) des parties du Tourbillon sous son équateur, doit être à peu près reciproquement proportionnelle à la racine quarrée de leurs éloignements du centre du Soleil, d'où dépend la regle de Kepler, qui veut que leurs temps periodiques soient en raison sesquipliquée de ces mêmes éloignements. Mais pour avoir une idée distincte de la vîtesse actuelle à chaque distance, je fais cette reflexion : le mouvement de circulation de la masse du Soleil, & celui de son Tourbillon, se faisant en même sens, sçavoir d'Occident en Orient, il n'y a pas lieu de douter que ces deux

mouvements ne viennent d'un même principe, en ſorte que l'un doit être la regle de l'autre. Or la vîteſſe d'un point de l'équateur du Soleil eſt telle, qu'il acheve ſa circulation autour du centre en $25\frac{1}{2}$ jours, ce qu'on connoît par le mouvement des taches ſolaires. Donc concevant le Tourbillon diviſé en une infinité de couches concentriques d'une épaiſſeur infiniment petite, il faut que la premiére couche contiguë à la ſurface du Soleil, ait la même vîteſſe, c'eſt-à-dire qu'elle faſſe ſa rotation conjointement avec le Soleil; car quelle raiſon auroit-on de lui donner une vîteſſe differente & beaucoup plus grande, ſans forger un nouveau principe de mouvement de circulation, independant de celui du Soleil? & que pourroit-on imaginer de capable d'entretenir cette grande diverſité de mouvements entre deux fluides, qui ſe touchent immediatement, ſans qu'ils ſe confondent enfin en un mouvement commun?

Suppoſons donc comme une choſe raiſonnable, que la premiére & plus baſſe couche faſſe ſa circulation avec le Soleil en $25\frac{1}{2}$ jours; pour en tirer la vîteſſe réelle d'une autre couche, par exemple, de celle qui a pour demi-diametre la diſtance moyenne de la terre au centre du Soleil, que l'on compte ordinairement de 22000 demi-diametres de la terre; le demi-diametre du Soleil contenant 100 demi-diametres terreſtres, il faut faire en vertu de la regle de Kepler (car on a démontré dans une autre occaſion, que le Tourbillon a la propriété, que les vîteſſes réelles de differentes couches ſont à peu près reciproquement proportionnelles à la racine quarrée de leurs diſtances au centre, & non pas aux ſimples diſtances, comme quelques-uns l'ont avancé) il faut faire, dis-je, cette analogie; comme $\sqrt{22000}$ eſt à $\sqrt{100}$, ainſi la vîteſſe d'un point de l'équateur ſolaire, que je nomme V, eſt à la vîteſſe de l'équateur de la couche, pour la diſtance moyenne de la terre; mais on a à fort peu près $\sqrt{22000} \,.\, \sqrt{100} :: 150 \,.\, 10 :: 15 \,.\, 1$; Donc la vîteſſe de l'équateur de cette couche $= \frac{1}{15} V$, c'eſt-à-dire 15 fois plus petite que celle de l'équateur du Soleil, de ſorte qu'il lui faut 15 fois $25\frac{1}{2}$ ou $382\frac{1}{2}$ jours pour parcourir un arc égal en longueur à la periphérie du Soleil; cet arc eſt donc contenu dans toute ſa circonference autant de fois que le demi-diametre du Soleil eſt contenu dans le demi-diametre de la couche, c'eſt-à-dire

220 fois; ainsi il faut prendre 382 ½ jours 220 fois, & nous aurons 84150 jours, ce qui fait 230 années & 143 jours pour le temps d'une revolution entiére de la matiére du Tourbillon à la distance moyenne de la terre au Soleil.

Ce calcul appliqué à toutes les Planetes, on trouvera les temps periodiques de la matiére du Tourbillon pour la distance moyenne de chacune; voici le resultat de mon calcul, en negligeant les jours à adjoûter :

Pour	Saturne..............	6744. années.
	Jupiter.............	2715.
	Mars...............	428.
	Terre..............	230.
	Venus..............	140.
	Mercure............	54.

La conclusion que j'en tire, est que chaque Planete a son mouvement moyen sur son orbite plus de 230 fois plus vîte que n'est la vîtesse avec laquelle circule la matiére du Tourbillon dans la region moyenne où se trouve la Planete : voici maintenant les remarques que je fais là-dessus.

§. XLIX.

Le principe du mouvement des Planetes autour du Soleil ne vient pas de celui de la matiére du Tourbillon qui l'emporte, comme l'eau d'une riviere emporte un tronc d'arbre, selon le sentiment de Descartes; car la Planete se laissant entraîner par le courant du Tourbillon, ne pourroit acquerir tout au plus que la vîtesse du fluide où elle nage, comme je l'ai déja dit.

Il faut donc que la grande vîtesse avec laquelle les Planetes circulent autour du Soleil, ait un autre principe; c'est pourquoi je ne fais point de difficulté de statuer ici avec M. Newton, que cette vîtesse est primitive, qui leur a été imprimée dès le commencement de leur formation. Cette vîtesse dure encore aujourd'hui, & durera sans doute jusqu'à la fin du monde, sans que la résistance de la matiére du Tourbillon puisse lui causer le moindre retardement sensible : car la plus grande partie de cette matiére

étant parfaitement liquide, ne résiste pas, & les globules celestes qui y nagent fort au large, sont encore d'une petitesse & d'une rareté plus que suffisante, pour que leur choc contre les corps d'une grosseur énorme, comme sont ceux des Planetes, ne puisse rien gagner sur eux, ni retarder leur mouvement d'une maniere sensible, durant le cours de plusieurs centaines de siecles.

On peut donc considerer sûrement les Planetes, comme si elles se mouvoient dans un vuide parfait, tel que M. Newton l'a supposé, quoique veritablement tout soit rempli de matiére.

§. L.

Par-là nous ne tombons pas dans l'embarras où se trouvoit M. Newton à l'occasion de la regularité du mouvement de toutes les Planetes, qui se fait suivant la commune direction d'Occident en Orient. M. de Mairan dit très-judicieusement dans les Memoires de 1729, qu'on est fondé à demander raison de ce mouvement commun des Planetes d'Occident en Orient dans le systéme de Newton, cette uniformité n'étant nullement requise là où il y a un grand vuide, qui permettroit aux corps celestes de se mouvoir en tout sens, sçavoir à chacun selon sa propre direction, comme il arrive actuellement aux cometes qui suivent leurs routes particuliéres. On en a même observé, qui faisoient leurs cours contre l'ordre des signes.

Cette regularité, dis-je, du mouvement des Planetes sous le Zodiaque a tellement réduit à l'étroit M. Newton, qu'il fut obligé d'avouer ingenuement, que dans son systéme on ne peut point donner de raison physique de ce phenomene, qu'il regarde presque comme un miracle; voici comme il s'exprime sur cet article (pag. 527. Princ. phil. edit. 3.) *Feruntur*, dit-il, *cometæ motibus valde excentricis in omnes cœlorum partes, quod fieri non potest nisi vortices tollantur; perseverabunt quidem in orbibus suis per leges gravitatis, sed regularem orbium situm primitus acquirere per leges hasce minime potuerunt planetæ & cometæ.* Hi motus regulares *(planetarum)* originem non habent ex causis mechanicis.

Si ces causes ne sont pas mechaniques, elles ne sont donc pas naturelles ou physiques, il prétend donc qu'elles soient surnaturelles ou miraculeuses : mais sied-il bien à un grand Philosophe de crier

au

au miracle, quand il s'agit de donner l'explication d'un phenomene que la nature nous preſente.

§. LI.

Par la théorie que je viens d'établir, on trouve un expedient aſſés facile pour montrer la cauſe de ladite regularité du mouvement des Planetes, & de l'irregularité de celui des Cometes : car quant au premier point, ſuppoſons que les Planetes commencent d'exiſter, chacune avec ſa direction & vîteſſe particuliére, ſelon que le hazard l'a voulu; qu'en arrivera-t-il? Je vois d'abord que chacune pouſſée par le Torrent central vers le Soleil, pendant que ſa vîteſſe primitivement acquiſe, la tranſporte au travers d'une colomne du Torrent à l'autre, elle ſera obligée de décrire une ligne courbe, plus ou moins éloignée du Soleil, ſelon que la direction & la vîteſſe primitivement imprimée le demande, afin que la force centrifuge, qui dépend de la courbure & de la vîteſſe, puiſſe contre-balancer l'effort central du Torrent, derivé perpendiculairement ſur la courbe; lors donc que la Planete eſt parvenue dans cet état d'équilibre, elle continuera en vertu du principe de Statique, de décrire toûjours la même courbe, ſçavoir ſon orbite autour du Soleil.

Mais les forces centripetes, qui ſont dans ma théorie les preſſions du Torrent central, étant en raiſon reciproque du quarré des diſtances au Soleil, il eſt viſible par la démonſtration indirecte de M. Newton, & par celle qu'on en a donnée enſuite *à priori*, que cette orbite doit être une ellipſe, dont un des foyers eſt dans le centre du Soleil. Nous avons donc autant de differentes orbites elliptiques, dont les plans paſſent neceſſairement par le centre du Soleil, qu'il y a de Planetes principales.

Cependant juſqu'ici nous ne voyons pas encore pourquoi tous ces plans ſont reſſerrés ou renfermés entre deux plans paralléles, qui terminent dans le firmament une zone peu large, qu'on appelle le zodiaque, partagée en deux ſelon la largeur par un 3.me plan, qui eſt celui de l'écliptique ou de l'orbite de la terre; & pour quoi le mouvement de toutes les Planetes, qui décrivent leurs orbes elliptiques ſur ces plans, eſt dirigé reguliérement d'Occident en Orient, & pas un en ſens contraire; je parle du mouvement

réel, & non point de l'apparent qui est quelquefois retrograde.

§. LII.

Voici ma pensée là-dessus : s'il n'y avoit point de Tourbillon, je veux dire, si toute la matiére qui remplit cette vaste étenduë autour du Soleil bien loin au de-là de Saturne, n'avoit point de mouvement de circulation, je tiens pour incontestable, que les directions des Planetes seroient encore comme au commencement purement fortuites, & sans aucune regularité, en sorte que les plans de leurs orbes couperoient le firmament en de grands cercles qui seroient situés sans ordre par rapport aux plages du Monde, de même que cela s'observe encore aujourd'hui dans le mouvement des Cometes, dont presque chacune a sa direction particuliére, par la raison que je dirai ci-après.

Mais puisqu'il y a un Tourbillon, quoique fort tardif & fort foible, il aura eu, quelque foible qu'il soit, assés de force pour changer peu à peu la direction de la Planete, sans alterer sensiblement sa vîtesse, jusqu'à ce que cette direction soit devenuë à peu près conforme à la direction du Tourbillon, qui va d'Occident en Orient, je dis *à peu près,* pour marquer qu'il y a une cause que j'expliquerai, qui empêche l'entiére conformité de direction; c'est justement en quoi consiste le nœud de la question proposée, pour le dénouement duquel il m'a fallu faire tout ce discours, afin de faire voir la connexion des phenomenes qui découlent si naturellement des principes de mon systéme.

§. LIII.

On voit donc déja par quelle raison les Planetes ont pû changer leurs directions primitivement irreguliéres en direction reguliére & commune d'Occident en Orient, qui est celle du Soleil sur son axe, & aussi celle de son Tourbillon : on m'objectera peut-être, que j'ai ôté à la matiére du Tourbillon toute force sensible de résister au mouvement des Planetes, pendant que je lui en accorde assés pour en changer les directions; mais on se levera cette difficulté, si on daigne faire cette reflexion, qu'il faut incomparablement plus de force, pour augmenter ou diminuer la vîtesse d'un corps qui est déja en mouvement, que pour en changer seulement

la direction. Nous voyons, par exemple, qu'une fusée, qui vole tout droit dans les airs avec beaucoup de vîtesse, change considerablement de direction par le moindre vent qui souffle, sans une perte sensible de sa vîtesse : aussi voyons-nous qu'une bale de plomb chassée avec une extrême rapidité par la force de la poudre, ne laisse pas, malgré toute sa densité, d'être détournée de sa direction par un petit vent à peine sensible, qui vient de côté.

Ce qui rend cette explication plus probable, c'est justement l'irregularité des directions des Cometes, qu'elles ont pû garder depuis leur origine jusqu'à nos temps; tant s'en faut que cette irregularité serve d'argument pour détruire le systéme des Tourbillons, comme M. Newton l'a voulu insinuer à l'endroit cité; voici de quelle maniere j'en prouve le contraire : comme les orbites des Cometes sont des ellipses extrémement longues en comparaison de leur largeur ayant le Soleil dans leur foyer, quasi infiniment plus près du perihelie que de l'aphelie, selon le sentiment même de M. Newton; il faut que le temps que la Comete employe à parcourir la partie superieure de son orbite allongée, qui s'étend à une énorme distance au-dessus de Saturne, soit de beaucoup plus grand que le reste du temps periodique, qu'elle employe à passer par la region des Planetes, & qui ne peut qu'être fort court, tant à cause de la grande vîtesse que la Comete acquiert en approchant du perihelie, qu'à cause de la petitesse du chemin à parcourir dans la basse region par rapport à l'extrême longueur de la partie superieure, où il faut passer par l'aphelie avec un mouvement très-tardif. Puis donc que dans ces grands éloignements du Soleil les circulations du Tourbillon doivent être si lentes, que sa matiére peut bien être considerée comme immobile, elle ne fera par conséquent point d'effet sensible pour changer la direction de la Comete, pendant tout le temps qu'elle sejourne dans ces endroits si élevés : mais le sejour qu'elle fait dans nôtre voisinage, est trop court pour se laisser détourner beaucoup de sa route par la circulation du Tourbillon.

§. LIV.

Cela étant, il n'y a pas lieu de s'étonner qu'on n'observe pas dans le cours des Cometes cette regularité de direction, qui se

voit dans celui des Planetes : c'eſt plûtôt une conſéquence naturelle de nôtre théorie, que chaque Comete doit ſuivre ſa route particuliére, que le cas fortuit lui a aſſignée dans le premier commencement ſans aucune alteration perceptible. Si le Monde eût déja duré quelques milles ſiecles, ou qu'il durât encore autant, pour permettre aux Cometes de parachever pluſieurs centaines de revolutions, je ne doute pas que leur direction ne s'accommodât enfin auſſi peu à peu à ſuivre le zodiaque d'Occident en Orient.

La fameuſe Comete de 1680, dont M. Newton fait la deſcription avec beaucoup d'exactitude, ſe trouva dans ſon perihelie le 8 Decembre ſelon ſon calcul, laiſſant un ſi petit intervalle entre elle & le Soleil, qu'à peine la ſixiéme partie du diametre du Soleil eût pû être miſe entre deux : cependant le 5 Janvier ſuivant, c'eſt-à-dire en moins de 30 jours elle étoit déja hors de la region du grand orbe, & après le 5 Mars elle diſparut, en allant s'enfoncer dans les plus hautes regions du Tourbillon, où elle paſſera 575 années (ſuivant la ſupputation de M. Halley) avant que de redeſcendre dans nos quartiers, où pareillement elle ne reſtera viſible que 5 ou 6 mois : elle ſera donc pour le moins 574 années ſans ſouffrir la moindre alteration ſenſible dans ſa direction de la part du Tourbillon, ni dans l'inclinaiſon de ſon orbite ſur le plan de l'écliptique, laquelle inclinaiſon eſt, ſelon le même M. Halley, de 60 degr. 56 min. & les 6 mois, ou, ſi on veut, le double, qu'elle eſt à paſſer par les regions planetaires, ne ſont pas à beaucoup près ſuffiſants, pour que la force du Tourbillon circulant puiſſe la troubler dans ſa direction, à moins que ce ne ſoit l'atmoſphere du Soleil, par laquelle cette Comete paſſe en allant vers ſon perihelie (comme le croit M. Newton) qui y puiſſe apporter quelque petit changement, mais ce n'eſt pas de quoi il s'agit ici.

Enfin les Planetes qui ne ſortent jamais des regions où elles ſont ſans ceſſe expoſées à l'action du Tourbillon qui tend à rendre par petits degrés leur direction uniforme, quand elle ne l'eſt pas déja, que ſçait-on ſi d'abord après leur création il ne falloit pas des ſiecles entiers pour leur procurer cette uniformité permanente, à laquelle nous les voyons aujourd'hui reduites ? N'eſt-il donc pas probable que l'unique raiſon pourquoi les directions des Cometes

ſont ſi irregulières, eſt parce que ſe trouvant la plus grande partie du temps de leur revolution hors de cette action du Tourbillon, il s'en faut beaucoup qu'il n'y ait eu aſſés de temps pour conformer leurs directions à la regularité de celles des Planetes? & cela d'autant plus que les Cometes qui deſcendent plus ſouvent vers nous, c'eſt-à-dire qui achevent leur revolution en moins de temps, ne paroiſſent pas entiérement exemptes de l'effet que la circulation du Tourbillon peut faire ſur elles, en ce que les plans de leurs orbites approchent plus de celui de l'équateur du Tourbillon, que ne font ceux des Cometes, dont les revolutions ſont d'une durée exceſſive. Il y a effectivement une Comete, que M. Halley croit être la même qui parut dans les années 1531, 1607, 1682, & qui, ſelon lui, avoit auſſi paru l'an 1456, & reparoîtra l'an 1758, laquelle par conſéquent n'employe que 75 $\frac{1}{2}$ années pour parcourir ſa periode; cette Comete, dis-je, a ſon orbite inclinée ſeulement de 17. degr. 56. min. ſur le plan de l'écliptique, ſuivant la remarque de M. Halley, au lieu que l'inclinaiſon de l'orbite de la Comete de 1680 ſur l'écliptique, eſt, comme nous avons vû, de plus de 60 degrés. Il eſt vrai que la difference de ces inclinaiſons peut provenir du hazard des directions primitives, mais rien n'empêche que la cauſe alleguée n'y puiſſe avoir auſſi ſa part. Le meilleur moyen de s'en aſſûrer, ſeroit que les Aſtronomes qui viendront après nous, obſervaſſent, à chaque retour, la Comete qui doit reparoître en 1758, ſi tant eſt qu'elle revienne tous les 75 $\frac{1}{2}$ ans, pour voir ſi l'angle du plan de ſon orbite avec celui de l'écliptique, ou plûtôt avec le plan de l'équateur ſolaire, ne diminuëra pas peu à peu après pluſieurs de ſes revolutions. Si cela arrivoit, ma conjecture deviendroit une verité certaine.

TROISIE'ME PARTIE.

§. LV.

AVANT que d'entrer dans le point essentiel du sujet de la Question, il reste encore à examiner un des plus importants phenomenes : c'est le mouvement diurne des Planetes principales, ou la rotation sur leur axe, dont j'entreprends d'expliquer la cause physique par les principes établis de ma théorie; je le fais d'autant plus volontiers, que je n'ai point lû d'Auteur qui m'ait donné là-dessus une entiére satisfaction. M. Villemot dans son Traité (chap. 1 part. 2.) croit de ce que la terre est emportée par le Tourbillon, & se meut moins vîte par le bas de son globe que la matiére du Tourbillon, mais plus vîte par le haut, que le fluide reflue (comme il dit) d'un hémisphére à l'autre, d'où il prétend prouver que la terre doit tourner sur son axe d'Occident en Orient, comme fait le Tourbillon lui-même.

M. de la Hire lui a fort bien objecté, que selon ce principe la terre devoit tourner dans un sens contraire; l'Auteur lui a voulu répondre par un éclaircissement, que l'on voit à la fin de son Traité, mais il n'y a pas assés de solidité dans sa réponse, & la difficulté subsiste toûjours.

J'ai lû dans les Memoires de l'Academie de 1729, une piece excellente de la façon de M. de Mairan, où il rejette aussi l'explication de M. Villemot, & lui substitue la sienne, qui est à la verité très-ingenieuse. Il deduit la cause de la rotation des Planetes d'Occident en Orient, de ce que l'hémisphére inferieur de la Planete doit être plus pesant que le superieur, par cela seul, que celui-ci est plus éloigné du Soleil que celui-là, d'où il conclud que l'impulsion du fluide contre l'hémisphére superieur, comme le moins pesant, devoit avoir plus d'effet pour l'entraîner, que celle sur l'hémisphére inferieur, qui ayant plus de poids, a aussi plus d'inertie pour résister. Or les deux hémisphéres inégalement pesants, ne l'étant pas constamment par leur nature, mais par leur position seule; il est visible que l'inferieur qui est le plus pesant quand il monte, perd son avantage, & devient le plus leger, &

au contraire le ſuperieur en deſcendant prend cet avantage de devenir le plus peſant du plus leger qu'il étoit. De cette maniere le fluide du Tourbillon ayant une fois ébranlé le ſuperieur avec plus d'efficace que l'inferieur, cette action ſe renouvellant toûjours, il falloit que le ſuperieur ſe précipitant en avant, c'eſt-à-dire d'Occident en Orient, fît enfin tourner par degrés la Planete ſur ſon axe, juſqu'à ce que la rotation eût pris une vîteſſe conſtante, qui dure encore aujourd'hui.

Mais quelque déférence que j'aye pour les ſentiments de l'illuſtre Auteur de cette explication, je dois dire que j'ai de fortes raiſons, que le temps ne me permet pas d'expoſer tout au long, de douter que la rotation des Planetes puiſſe être l'effet de l'inégalité perpetuelle de peſanteur des deux hémiſphéres; car ſans rien dire des autres difficultés qui ſe préſentent contre cette conjecture ſi ſubtilement imaginée, il me ſemble que l'inégalité de peſanteur des hémiſphéres eſt trop inſenſible pour produire un effet ſi conſiderable, tel que ſeroit la grande vîteſſe de rotation imprimée à la prodigieuſe maſſe de Jupiter pour lui faire faire une revolution entiere ſur ſon axe en moins de dix heures. Si on veut prendre la peine de faire le calcul, on trouvera que cette vîteſſe du mouvement diurne d'un point pris ſur l'équateur de Jupiter, eſt preſque égale à la vîteſſe du mouvement annuel de cette Planete autour du Soleil, par conſéquent auſſi preſque égale à la vîteſſe même du fluide du Tourbillon, qui l'emporte ſuivant le ſens du ſyſtéme de M. Deſcartes : il faudroit donc que l'impulſion faite par le fluide ſur l'hémiſphére inferieur, ſans doute contraire à la rotation, ne l'eût ou point retardé ou fort peu, de ſorte que toute la force du fluide eût eté uniquement employée à la rotation, ſans rien contribuer ni à pouſſer l'hémiſphére inferieur, ni à tranſporter tout le corps planetaire ſur ſon orbite; cependant il s'y meut librement d'un mouvement progreſſif, & tourne en même temps ſur ſon axe; comment accorder tout cela?

§. LVI.

Voyons s'il n'y auroit pas moyen de s'en éclaircir par quelque expérience, qui nous mît devant les yeux l'effet que pourroit produire l'action d'un fluide à faire tourner un corps ſphérique qui

y nage, & dont la partie inferieure fût par sa position seule constamment plus pesante que la superieure.

Pour cette fin on prendra une boule creuse d'une matiére moins pesante que l'eau, par exemple, de bois : on y versera par une petite ouverture une liqueur plus pesante, par exemple, du vif-argent, autant qu'il en faut pour donner à la boule avec le vif-argent au dedans un poids presque égal à celui d'un volume d'eau, que la boule entiérement enfoncée y occuperoit, afin que la boule ainsi chargée de vif-argent, mise dans l'eau, s'y plonge jusqu'au niveau, sans pourtant descendre au fond. Cela fait, & après avoir bouché le trou par lequel on a fait entrer le vif-argent, on se choisira une riviere dont le courant soit uniforme, & la surface bien unie comme la glace d'un miroir; on y plongera doucement la boule jusqu'à son sommet : voilà donc la boule dans un état semblable à celui que M. de Mairan attribuë aux Planetes, quand elles ont commencé d'être emportées par le fluide du Tourbillon.

Car l'hémisphére inferieur de nôtre boule, chargé de vif-argent, est aussi constamment & par la position seule plus pesant que l'hémisphére superieur, en sorte qu'elle peut tourner sur son axe, & avoir néantmoins l'hémisphére d'enbas toûjours plus pesant que celui d'enhaut, tout comme le sçavant Auteur le conçoit dans les Planetes, avec cette seule différence, qu'au lieu que dans les Planetes l'inégalité de pesanteur des hémisphéres est quasi infiniment petite, ici dans nôtre boule on peut faire cette inégalité aussi sensible que l'on voudra, & ce qui plus est, la vîtesse de l'eau qui donne contre l'hémisphére superieur de la boule, est pour le moins aussi grande, si elle n'est pas plus grande, que celle avec laquelle est frappé l'hémisphére inferieur, au lieu que dans le Tourbillon la premiére est plus petite que l'autre; d'où il devroit resulter par cette double cause une rotation bien prompte dans la boule : cependant je serai bien surpris quand j'apprendrai (car je n'ai pas fait cette experience) que la boule venant à être plongée dans le courant de la riviére, & abandonnée à elle-même, aura fait autre chose que suivre simplement le mouvement progressif de l'eau qui l'entraîne, sans subir la moindre rotation.

§. LVII.

§. LVII.

Croyant avoir de bonnes raiſons de prévoir quel ſera le ſuccès de cette expérience, je puis m'être trompé, ce qui eſt très-facile en fait de Phyſique, auquel cas je declare que j'adopterai volontiers l'explication ingenieuſe de M. de Mairan. En attendant que je ſois convaincu d'un ſuccès contraire, il me ſera permis de dire à mon lecteur, que j'ai cherché ailleurs la cauſe du mouvement diurne des Planetes, & que je crois l'avoir trouvée dans nôtre Torrent central; voici comment: Je conſidére d'abord la Planete comme n'ayant point encore de mouvement progreſſif ſur ſon orbe, dans cet état je vois que le Torrent la pouſſe de toute ſa force en ligne droite vers le Soleil avec une acceleration, que doit produire la preſſion du Torrent, qui eſt reciproquement proportionnelle aux quarrés des diſtances au Soleil : Je vois auſſi que durant la deſcente, la Planete ne tournera nullement ſur ſon centre, non plus qu'une pierre ſphérique qui tombe verticalement ſans pirouetter, parce que la preſſion du Torrent ſe repandant également ſur toutes les parties de la Planete, les retiendra en équilibre, & donnera le parallelisme à leur mouvement.

Mais s'il ſurvient à la Planete une vîteſſe laterale primitivement imprimée, qui lui fait décrire ſon orbe elliptique, de la maniere que nous l'avons expliqué ci-deſſus, alors l'équilibre & le parallelisme du mouvement des parties ne peut plus ſe ſoûtenir; la raiſon en eſt manifeſte; car il eſt très-clair que les parties anterieures de la Planete, qui ſe trouvent du côté où elle tend, vont en quelque façon au devant & à la rencontre des filets du Torrent que la Planete eſt prête à traverſer, au lieu que les parties de l'autre côté fuyent en quelque maniere ceux des filets qu'elles vont quitter, ce qui fait que la Planete eſt frappée ſur le devant avec plus de force que ſur le dos. Il faut donc que le côté anterieur cede au Torrent, c'eſt-à-dire qu'il deſcende, & que le côté poſterieur monte contre l'action du Torrent; & cela continuant toûjours, la Planete à meſure qu'elle avance ſur ſon orbe, eſt obligée de pirouetter avec une vîteſſe proportionnée à cet excès de force. On voit donc d'abord, ſans l'expliquer davantage, que ces deux mouvements, le diurne & l'annuel, doivent ſe faire en même ſens, ſçavoir d'Occident en Orient.

§. LVIII.

Ceci bien entendu, on ne doit pas s'imaginer que ce ſoit ſeulement la ſurface extrême de la Planete, dont la partie ſuperieure ſouffre une plus forte impulſion pardevant que par derriere : mais la même choſe arrive à toutes les couches paralléles autour du centre dont on conçoit compoſé le corps planetaire, parce que les pelotons du Torrent étant de toutes ſortes de grandeur (§. XXXIX.) il y en aura toûjours, qui après avoir penetré les pores des couches les plus éloignées du centre, tomberont ſur une qui a aſſés de denſité, par conſéquent ſes pores aſſés étroits pour ne leur pas donner le paſſage libre, en ſorte que cette autre couche doit auſſi bien que la premiére, ſoûtenir l'impulſion du Torrent, & par la raiſon alleguée, une impulſion plus forte ſur la partie qui va devant, que ſur celle qui ſuit.

Il faut même étendre cette explication juſqu'aux couches exterieures qui environnent le corps de la Planete, je parle de celles qui doivent compoſer ſon Tourbillon particulier, & qui ſeront ſans doute frappées par les plus gros pelotons du Torrent. Par où on voit non ſeulement pourquoi le Tourbillon particulier doit avoir la même direction pour tourner d'Occident en Orient qu'a le Tourbillon general, mais que toutes ces couches tant de la Planete que de ſon Tourbillon s'entre-aident à ſuivre cette commune direction, chacune contribuant de ſa part à la rotation par la prevalente impulſion qu'elle reçoit ſur le devant.

Cette force du Torrent central, qui frappe avec plus d'énergie la partie anterieure de la Planete & de ſon Tourbillon particulier pour lui procurer la rotation, peut fort bien être comparée à la force de l'eau d'une cataracte, laquelle ſe précipitant ſur les aîles d'une rouë de moulin la fait tourner ſur ſon axe; car quand même à l'oppoſite de cette cataracte, il y en auroit une autre mais moins forte, tombant ſur les aîles diametralement oppoſées, celle-ci feroit à la verité un effort ſur la rouë pour la faire tourner à contre-ſens : mais la premiére l'emportant ſur l'autre ne laiſſeroit pas de faire pirouetter la rouë de ſon côté, quoiqu'avec moins de vîteſſe qu'elle ne feroit ſans ſon antagoniſte.

§. LIX.

Dans cette nouvelle théorie, je regarde la Planete comme ayant déja acquis par la longueur du temps la commune direction permanente du grand Tourbillon solaire, de la maniere dont je l'ai expliqué ci-dessus. Car il est bien vrai que pendant ce temps-là elle étoit déja contrainte en passant continuellement à travers le Torrent, de pirouetter, mais à cause de l'irregularité de sa route, l'axe de sa rotation a dû changer à tout moment de situation dans le globe, jusqu'à ce qu'enfin se conformant avec la direction du Tourbillon general, la situation de l'axe se fixât. Quant à la vîtesse du mouvement de rotation, on s'apperçoit bien qu'elle ne dépend pas seulement de la rapidité ou de la force avec laquelle le Torrent central agit sur la Planete, & sur son Tourbillon particulier, mais de plusieurs autres circonstances, comme, par exemple, de la densité de la matiére dont le corps planetaire est composé : puisqu'il est notoire, toutes choses d'ailleurs étant égales, qu'un corps plus dense est plus difficile à remuer, à cause de sa plus grande inertie, qu'un corps moins dense; item de l'éloignement du Soleil, car dans une plus grande distance les filets du Torrent ont plus de rareté, par conséquent moins de force pour faire tourner la Planete, en même raison que la pesanteur est plus petite que dans une moindre distance : aussi la differente grosseur des Planetes peut faire varier la vîtesse de rotation, non pas tant parce que le Torrent a plus de prise sur les grandes couches à cause de leurs plus grandes surfaces, que parce que la même force étant appliquée à la circonference d'une grande rouë, fait plus d'effet qu'étant appliquée à celle d'une plus petite. Adjoûtés y l'obliquité de l'axe de rotation par rapport à la direction du Torrent; cette obliquité devant necessairement diminuer l'action du Torrent pour faire tourner la Planete autour de son axe.

La complication de toutes ces causes peut faire que la rotation se fait plus ou moins vîte, que n'exigeroit la distance de la Planete au Soleil, selon que les unes ou les autres de ces causes sont les prévalentes.

§. LX.

Ainsi Jupiter qui est environ 5 fois plus éloigné du Soleil que

la Terre, & partant la force du Torrent dans cette region 25 fois plus foible qu'elle n'eſt dans la region de la Terre, néantmoins Jupiter acheve une de ſes rotations en dix heures de temps, au lieu que la Terre a beſoin de plus du double de ce temps pour une ſeule revolution ſur ſon centre; la raiſon en eſt manifeſte par ces trois circonſtances : 1.° l'équateur de Jupiter repreſente une roüe dont le diametre eſt 10 fois plus grand que celui de la Terre; donc ſi ces deux corps n'étoient que des diſques plats de même épaiſſeur, il y auroit par la nature du levier dix fois plus de facilité à faire tourner Jupiter que la Terre. Mais puiſque ce ſont des globes, dont les ſurfaces expoſées à l'action du Torrent, ſont comme les quarrés de leurs diametres, il y aura, tout le reſte étant égal, dix fois dix ou cent degrés de facilité pour le tournoyement de Jupiter contre un degré pour celui de la Terre : mais comme par-contre l'action du Torrent à la diſtance de Jupiter eſt 25 fois plus foible qu'à la diſtance de la Terre, il faut combiner ces deux raiſons de 100 à 1 & de 1 à 25, d'où reſulte la raiſon de 4 à 1, qui marque que ſi Jupiter & la Terre étoient d'une même denſité, la facilité de rotation dans Jupiter ne ſeroit plus que quadruple de celle dans la Terre. Mais 2.° la matiére qui compoſe le corps de Jupiter, étant, ſi nous nous en rapportons au calcul de M. Newton, 5 fois moins denſe que le corps de la Terre, cela ſera la raiſon quadruple encore 5 fois plus grande, de ſorte qu'à ces deux égards la facilité de rotation, c'eſt-à-dire la vîteſſe qui en reſultera dans l'équateur de Jupiter, doit être 20 fois plus grande que celle de l'équateur de la Terre. Outre cela, 3.° les obſervations montrent que l'axe de Jupiter eſt preſque perpendiculaire au plan de ſon orbite, par conſéquent auſſi à la direction du Torrent central, au lieu que l'axe de la Terre incline de 23 $\frac{1}{2}$ degrés, ce qui diminue encore, comme il eſt aiſé à prouver, la vîteſſe de rotation de la Terre en même raiſon que le quarré du ſinus du complement de 23 $\frac{1}{2}$ degrés eſt plus petit que le quarré du ſinus total. Or les Tables des ſinus ſont connoître que ces deux quarrés ſont à peu près comme 5 eſt à 6.

Compoſant donc la raiſon de 20 à 1 avec celle-ci de 5 à 6; la vîteſſe rotative abſoluë de l'équateur de Jupiter eſt à celle de la Terre comme 20 eſt à $\frac{5}{6}$, ou comme 24 à 1. Ainſi puiſque les

temps periodiques de deux globes qui tournent ſur leur axe, ſont en raiſon directe de leurs diametres, & inverſe des vîteſſes abſoluës de leurs équateurs, nous aurons le temps d'une revolution de Jupiter ſur ſon axe à celui de la terre : : $\frac{10}{24}$. 1 : : 10 . 24 conformement aux obſervations.

§. LXI.

De tout cela nous tirons cette regle generale pour le mouvement diurne des Planetes : *Il faut compoſer ou multiplier enſemble ces quatre raiſons, ſçavoir, la raiſon inverſe du quarré des diſtances au Soleil; la raiſon directe du quarré des diametres; la raiſon ſimple inverſe des denſités; & la raiſon directe du quarré des ſinus du complement des inclinaiſons des axes ſur les plans des orbites : le produit donnera la raiſon des vîteſſes rotatives des équateurs.*

Mais n'y ayant aucune obſervation qui puiſſe nous apprendre les denſités des Planetes, il faudra ſe contenter de quelque conjecture probable. Or ſi on veut accepter ce que M. Newton a trouvé par ſa ſupputation, que la denſité de Jupiter eſt à celle de la Terre à peu près comme 1 eſt à 5, c'eſt-à-dire reciproquement comme leurs diſtances au Soleil; & comme d'ailleurs il paroît fort probable que les Planetes les plus denſes occupent les plus baſſes regions dans le Tourbillon ſolaire; on ſeroit porté à établir pour un principe general, que *les denſités des corps planetaires ſont reciproquement proportionnelles à leurs diſtances au Soleil.* La même choſe devroit s'entendre des Satellites par rapport aux diſtances à leurs Planetes principales.

Cela poſé, on pourroit abreger la regle que je viens de donner, car les deux raiſons qui entrent dans cette regle, ſçavoir la premiére inverſe du quarré des diſtances au Soleil, & la troiſiéme ſimple inverſe des denſités, donneroient toûjours par leur compoſition la ſimple raiſon inverſe des diſtances; ainſi il n'y auroit plus que ces trois raiſons à multiplier enſemble, ſçavoir *la raiſon ſimple inverſe des diſtances; la raiſon directe doublée des diametres; & la raiſon directe doublée des ſinus du complement des inclinaiſons des axes : le produit donneroit la raiſon des vîteſſes rotatives des équateurs.*

§. LXII.

Voyons ce qui resulteroit en appliquant cette regle à la Planete de Venus, & en adoptant ce qu'il y a dans la *Connoissance des Temps*, où je trouve que 1.° la distance moyenne de Venus au Soleil est à celle de la Terre environ comme 5 à 7, dont la raison inverse est de 7 à 5; que 2.° leurs diametres sont égaux, & par conséquent leurs quarrés sont comme 1 à 1; & 3.° par l'observation de M. Bianchini, l'inclinaison de l'axe de Venus sur le plan de son orbite est de 75 degrés : mais puisque M. Bianchini adjoûte qu'il y a des temps dans la periode de Venus, où l'axe de rotation paroît se confondre entiérement avec l'axe d'illumination, c'est-à-dire que l'inclinaison est totale, ou de 90 degrés; nous prendrons un juste milieu entre 75° & 90°; prenons donc 80° pour l'inclinaison la plus ordinaire de l'axe de Venus, en sorte que son complement étant de 10 degrés, & le complement de l'inclinaison de l'axe de la Terre de 66 $\frac{1}{2}$ degrés, on trouve dans les Tables que les sinus de ces deux complements sont à peu près en raison de 3 à 16, dont la raison doublée sera de 9 à 256; c'est pourquoi selon la regle il faut multiplier les exposants de nos trois raisons, & nous aurons $\frac{7}{5} \times \frac{1}{1} \times \frac{9}{256} = \frac{63}{1280}$, d'où il suit que la vîtesse de rotation de l'équateur de Venus seroit à celle de l'équateur de la terre comme 63 est à 1280, par conséquent les globes de ces deux Planetes étant posés égaux, les temps periodiques de leurs revolutions diurnes sont reciproquement comme 1280 à 63, ou bien près comme 20 $\frac{1}{3}$ à 1; on auroit donc 20 jours & 8 heures pour une rotation entiére de Venus, ce qui est un peu moins de 23 jours comme il est marqué dans la Connoissance des Temps.

Mais en donnant un seul degré de plus à l'inclinaison mediocre de l'axe de Venus, en sorte qu'elle soit de 81° au lieu de 80°, nous trouverons par nôtre regle, que la revolution diurne de cette Planete seroit environ de 25 jours; ce nombre surpasse celui de 23 jours presque autant que celui-ci surpasse les 20 jours 8 heures, que nous avons trouvés par la premiére supposition. Nous voilà donc reduits à prononcer que la veritable inclinaison moyenne de l'axe de Venus entre la plus petite de 75 degrés & la plus grande de 90 degrés, est un peu plus grande que de 80 degrés, mais un peu moindre que de 81 degrés. C'est beaucoup que nos

principes nous ayent mené à une ſi grande préciſion dans un cas où l'inclinaiſon de l'axe eſt variable dans chaque revolution annuelle, ce qui eſt un phenomene étrange, & tout particulier à Venus; les autres Planetes, que je ſçache, ne changeant point ſenſiblement d'inclinaiſon de leurs axes, pendant leur cours autour du Soleil, ſi ce n'eſt peut-être cette petite nutation ou libration, s'il y en a une, dont parle M. Newton, mais qui eſt ſi inſenſible, qu'elle ne merite point d'attention.

§. LXIII.

Dans cette recherche on a ſuppoſé que la matiére, qui compoſe le globe d'une Planete, eſt uniformement denſe par toute ſon étenduë, ou que tous les corps particuliers, qui pris enſemble ſont le total, ſont homogenes; mais comme l'experience fait voir que le globe terreſtre que nous habitons, eſt compoſé d'une infinité de parties heterogenes, plus ou moins denſes les unes que les autres ſelon leur differente nature, il eſt bien à préſumer qu'il en eſt de même dans les autres Planetes, quoiqu'il y en ait peut-être où la diverſité n'eſt pas ſi conſiderable, ou dont les parties heterogenes ſont arrangées autour du centre, d'une telle maniere que le total fera le même effet par une eſpece de compenſation du plus & du moins, que s'il étoit uniformement denſe : dans un tel cas nôtre regle ne s'écarteroit pas beaucoup de la verité du fait.

Quant au reſte, ſi les parties heterogenes d'une Planete ſont trop inégalement diſtribuées autour du centre du globe, en ſorte que le centre de gravité que je nommerois plûtôt le centre d'*inertie,* de toute la maſſe differe beaucoup du centre de figure, je dis que c'eſt juſtement cette inégale diſtribution, qui eſt la cauſe de l'obliquité de l'axe de rotation, ou qui fait pancher cet axe ſur le plan de ſon orbite; voici la maniere dont je conçois la choſe.

§. LXIV.

J'ai déja démontré que dans ce ſyſtéme, auſſi bien que dans celui de M. Newton, les orbites des Planetes doivent être des ellipſes qui ont leur foyer dans le centre du Soleil, vers lequel tendent directement les filets du Torrent central; il eſt viſible que la direction des filets qui donnent ſur une Planete, eſt ſituée toûjours ſur le plan de ſon orbite; il fera donc ſon effort pour

faire tourner la Planete ſur une ligne droite, qui paſſe par ſon centre perpendiculairement au plan de l'orbite; c'eſt pourquoi ſi le globe de la Planete ſe trouve dans une entiére indifference d'obéir au mouvement rotatif en telle ou telle direction, ſelon qu'il eſt frappé, il faut de neceſſité que cette ligne droite devienne effectivement l'axe de rotation.

Or cette indifférence ſe trouve, lorſque le centre de gravité ou d'*inertie* eſt dans le centre même du globe, ce qui peut arriver en deux manieres; ſçavoir 1.° quand la matiére du globe eſt réellement homogene, ou uniformement denſe; 2.° quand ſes parties, quoique non uniformement denſes, ſont tellement diſtribuées que leur commun centre d'inertie tombe dans le centre du globe, comme, par exemple, quand on conçoit le globe compoſé de couches, dont chacune ſoit d'une denſité uniforme, mais de differente denſité entre elles. Mais ſi le centre d'inertie eſt éloigné du centre de figure ou du globe, alors cette indifference au mouvement rotatif n'a plus lieu, étant ſenſible par les loix de la Mechanique, qu'il y a plus de facilité à tourner un globe, de façon que ſon centre d'inertie demeure immobile pendant le tournoyement, qu'il n'y en a lorſqu'on le veut tourner dans un autre ſens, qui ne ſe peut faire ſans mouvoir le centre d'inertie, parce que de cette maniere n'y ayant plus d'équilibre entre les inerties partiales, on eſt obligé de vaincre l'inertie totale de la maſſe, ce qui demande plus de force à meſure que le centre d'inertie fait plus de chemin par la rotation.

§. LXV.

Cela bien entendu, conſiderons la Planete comme n'ayant point encore de rotation, mais prête à la ſubir par l'impreſſion du Torrent: je conçois le diametre tiré par les deux centres, d'inertie & de figure; ſi ce diametre par un coup de hazard ſe trouve perpendiculaire ſur le plan de l'orbite, il eſt évident que la rotation commencera à ſe faire autour de ce diametre, qui enfile les deux centres, qui ſera par conſéquent l'axe de rotation, parce que de cette maniere le mouvement ne rencontre nulle oppoſition de la part du centre d'inertie, qui étant dans l'axe même demeure immobile; mais ſi le diametre qui paſſe par les deux centres, eſt

oblique

oblique au plan de l'orbite, alors l'impreſſion du Torrent ne tournera plus le globe autour de la ligne perpendiculaire ſur le plan de l'orbite, à cauſe de l'obſtacle que lui oppoſe l'inertie totale de la maſſe. Cet obſtacle devroit être vaincu pour mettre auſſi le centre d'inertie en mouvement de rotation, ce qui ne pouvant pas ſe faire aiſement, & ſans quelque perte de la force du Torrent, la rotation changera plûtôt de direction, en évitant, autant qu'il eſt poſſible, la difficulté de faire tourner le centre d'inertie, je veux dire que le globe ſe prêtant à la plus facile détermination, tournera, ou exactement, ou peu s'en faut, ſur le diametre qui paſſe par les deux centres, qui ſera par cela-même l'axe de rotation.

La ſituation oblique de cet axe, que le hazard lui a une fois donnée, doit enſuite ſe conſerver toûjours, parce que le corps planetaire étant conſtamment dans ſon équilibre par la force centrifuge contre-balancée par la gravitation cauſée par l'impulſion du Torrent, l'axe de rotation ne peut que garder ſon parallelisme, d'où il ne ſortiroit jamais s'il n'en étoit détourné inſenſiblement par une cauſe étrangére, dont nous parlerons dans la ſuite, qui fait qu'après un grand nombre de revolutions autour du Soleil, le changement de ſituation devient un peu ſenſible, en ſorte que l'axe prolongé juſqu'aux étoiles fixes, ſon extrémité, ou le pole de l'équateur paroît décrire un petit cercle autour du pole de l'écliptique, qui ſe fait dans le ciel, en étendant par la penſée le plan de l'orbite juſqu'au firmament.

§. LXVI.

Après cette longue deduction, on ne peut plus demander dans nôtre ſyſtéme pourquoi le mouvement diurne ou de rotation ſe fait, ni pourquoi il ſe fait ſelon la même direction dans la partie ſuperieure de la Planete, ſelon laquelle ſe fait ſon mouvement periodique autour du Soleil. Les difficultés qui ſe preſentent à cet égard dans l'hypothéſe des attractions, ſont entiérement levées par l'action du Torrent, plus forte ſur l'hémiſphére anterieur qui va au devant de ſon action, que ſur le poſterieur qui la fuit.

On peut former une autre demande dans le ſyſtéme de M. Newton, pour le moins auſſi importante que la premiére, qui eſt que l'hypothéſe des attractions étant jointe à celle du grand

vuide, on eſt en droit de demander pourquoi l'orbite de chaque Planete change inſenſiblement de place, en tournant d'un mouvement très-lent & uniforme autour de ſon foyer qui eſt dans le centre du Soleil, & pourquoi ce mouvement ſe fait auſſi d'Occident en Orient, ce qui cauſe qu'après une longue ſuite d'années on remarque que les apſides s'avancent un peu vers l'Orient. L'exiſtence du vuide ſuppoſée, & les forces centrales en raiſon inverſe doublée des diſtances, exigent neceſſairement que les orbites ſoient des courbes rentrantes en elles-mêmes, qu'elles ſoient des ellipſes parfaites, dont l'axe ou la ligne des apſides ſoit abſolument immobile. Il eſt vrai que pour rendre raiſon de leur mobilité, M. Newton a recours aux influences que les Planetes ont les unes ſur les autres par leurs attractions mutuelles, par leſquelles il croit devoir arriver que la regularité de leur mouvement ſe trouble, & que par-là les aphelies deviennent mobiles: mais on a démontré ailleurs l'inſuffiſance & la foibleſſe de cette raiſon, puiſqu'on a fait voir que, par exemple, Jupiter, qui par ſa groſſeur doit exercer le plus de force d'attraction ſur une autre Planete, devroit tantôt avancer, tantôt faire reculer l'aphelie de celle-ci, ſelon que l'un ou l'autre précéde, bien-loin de produire un mouvement toûjours en avant, égal & uniforme.

§. LXVII.

Nôtre théorie nous fournit une explication de ce phenomene très-ſimple & très-naturelle, quoique differente de celle qu'on a donnée dans une autre occaſion; voici cette nouvelle explication tirée des principes établis dans ce diſcours. Nous avons vû ci-deſſus, que le grand Tourbillon ſolaire eſt d'une nature à ne point faire de réſiſtance aux corps celeſtes, qui puiſſe être tant ſoit peu ſenſible en pluſieurs milliers d'années; que ſa circulation d'Occident en Orient doit être tranquille & uniforme dans chaque couche; & que la vîteſſe de cette circulation eſt 230 fois moins grande, qu'on ne la doit ſuppoſer dans le ſyſtéme de Deſcartes, qui veut que la Planete qui y nage n'ait point d'autre mouvement autour du Soleil, que celui qu'elle emprunte de la matiére du Tourbillon qui l'emporte, au lieu que, ſelon M. Newton, & ſelon mes principes, le mouvement annuel de la Planete n'a pas ſon origine de

celui du Tourbillon, mais qu'il lui a été primitivement imprimé, en ſorte que l'origine eſt intrinſeque, & indépendante de toute autre cauſe que de la premiére, tout auſſi-bien que les Carteſiens rigides ſont obligés de reconnoître que la circulation tant du Soleil, que celle du Tourbillon autour d'un centre commun, tirent immediatement leur origine de la premiére cauſe, je veux dire, de l'Auteur du premier mouvement.

De plus, nous avons vû (§. LII. & ſuiv.) que, quoique le Tourbillon n'ait pas aſſés de force pour augmenter ou diminuer ſenſiblement les vîteſſes des Planetes ſur leurs orbites que demande la regle de Kepler, il en a pourtant aſſés pour cauſer quelque changement dans leurs directions, juſques-là même que les orbites ayant eu au commencement leurs poſitions ſur differents plans ſans ordre & ſans regularité, les directions de leurs cours, & par-là les poſitions de leurs orbes ſe ſont rangées peu à peu par le mouvement du grand Tourbillon, dans l'eſpace du Zodiaque. Après donc que le plan d'une orbite a été reduit ainſi dans ſa ſituation convenable & permanente, la Planete continueroit éternellement à décrire la même orbite, & repaſſeroit dans chaque revolution par les mêmes apſides tout comme dans le vuide parfait, ſçavoir ſi le Tourbillon venoit à ceſſer de ſe mouvoir.

Mais comme il circule toûjours d'Occident en Orient, & ne ceſſe jamais; ſon effet ſera non pas de changer la vîteſſe ſenſible de la Planete, mais au moins d'en faire anticiper un peu la direction en chaque point de l'orbite; d'où il s'enſuit viſiblement que l'orbite elle-même paroîtra circuler d'un mouvement uniforme, mais très-lent, autour de ſon foyer, & tranſporter par conſéquent les apſides avec la même lenteur uniforme, & dans la même direction d'Occident en Orient

Voilà une explication, ce me ſemble, bien ſimple & pas moins claire, d'un phenomene, qui par ſon importance fut trouvé digne par l'illuſtre Academie d'être propoſé pour le ſujet du prix de 1730.

QUATRIEME PARTIE.

§. LXVIII.

JUsqu'ici j'ai traité des principaux phenomenes, que l'Aſtronomie moderne a obſervés avec le plus d'exactitude & d'application; les raiſons phyſiques que j'ai tirées de ma théorie pour expliquer ces faits, me paroiſſent telles qu'on les pourra enviſager pour le moins comme des conjectures très-probables, ſur-tout à cauſe de la ſimplicité & de la clarté des principes ſur leſquels j'ai bâti mon ſyſtéme. Je ſoûmets cependant le tout à la déciſion de mes Juges ſages & éclairés, accoûtumés à ne prononcer leur ſentence qu'en faveur de la ſolidité du raiſonnement.

Il eſt temps preſentement, que je tâche de ſatisfaire auſſi à la queſtion qui revient ſur le tapis, à cauſe que ſelon ce qu'inſinue le programme publié pour l'année 1734, on n'a rien trouvé dans les pieces qui ont été envoyées la premiére fois, d'aſſés précis ni d'aſſés clair ſur le ſujet en queſtion, & que c'eſt pour cela qu'on n'a pas cru devoir adjuger le prix, mais qu'une matiére auſſi importante pour l'Aſtronomie phyſique étant très-digne d'eſtre approfondie, l'illuſtre Academie a jugé qu'il étoit utile de propoſer de nouveau le même ſujet pour l'année 1734, en y attachant un prix double de l'ordinaire. Cette generoſité & louable attention pour le bien public doit exciter les Sçavants, & particuliérement ceux qui portés par eux-mêmes pour l'avancement des Sciences, ont toûjours tâché d'y contribuer, independamment même du profit qui leur en pourroit revenir.

Animé de cet eſprit, je vais produire mes penſées ſur *la cauſe phyſique de l'inclinaiſon des plans des orbites des Planetes par rapport au plan de l'équateur & de la revolution du Soleil autour de ſon axe;* & indiquer enſuite *d'où vient que les inclinaiſons de ces orbites ſont differentes entre elles.* Ce ſont-là les propres termes dans leſquels la Queſtion eſt propoſée. Je me flatte que la ſolution que j'en donnerai, ſera d'autant plus goûtée, qu'elle a une liaiſon parfaite avec les principes de ma théorie.

Auſſi eſt-ce dans cette ſeule vûe que j'ai communiqué un peu

au long cette théorie, afin qu'on ne trouve pas étrange que je m'y sois étendu à expliquer des faits astronomiques, qui semblent avoir peu de connexion avec le sujet dont il s'agit presentement. Si on veut examiner une partie d'un édifice, on fait bien de contempler auparavant tout l'édifice en son entier, & ensuite les parties separement, pour juger si celle dont il s'agit est dans l'ordre & dans la symmetrie avec les autres; c'est en quoi consiste la beauté de tout l'édifice : ainsi je crois n'avoir pas mal fait d'avoir exposé à la vûe un systéme avec les principales particularités qui en rehaussent le prix : outre que les œuvres surerogatoires, comme je pense, ne sont pas desagreables, lorsqu'elles donnent un lustre au devoir essentiel.

§. LXIX.

Pour en venir donc à la Question proposée : elle consiste en deux parties. On demande 1.° la cause physique des inclinaisons des orbites; 2.° la raison de la diversité de ces inclinaisons. Il n'y a qu'à bien satisfaire à la premiére partie par une réponse convenable, on verra que la réponse à la seconde s'ensuivra d'elle-même.

A cette fin, je prie mon lecteur de prêter le plus d'attention à mes raisonnements sur le premier de ces deux points, comme sur le plus essentiel, & de se souvenir avant toutes choses de la nature du Tourbillon solaire, auquel j'ai attribué par de bonnes raisons une vîtesse 230 fois plus petite qu'on ne la suppose dans le systéme Cartesien, & avec cela une force très-insensible de résister, ou de diminuer la vîtesse des Planetes, à cause que la plus grande partie de la matiére du Tourbillon est un liquide parfait, divisé actuellement à l'infini & sans borne, ou plûtôt n'ayant point de parties élementaires sans division (§. X. & suiv.) par conséquent incapables de faire la moindre résistance aux corps qui s'y meuvent; mais que le reste de la matiére, sçavoir les globules celestes, qui entrent pour une très-petite partie dans la composition du Tourbillon, sont d'une rareté extrême, je veux dire, si dispersés par tout le vaste océan du Tourbillon, que les corps énormes des Planetes y passent librement comme dans un vuide parfait, avec les vîtesses qu'ils doivent acquerir dans les divers endroits de leurs orbes elliptiques en vertu de la regle de Kepler.

Cependant si la résistance de cette matiére doit être comptée pour rien, nous avons démontré qu'il n'en est pas de même du changement de direction que doivent subir les Planetes sur leurs routes selon la diversité des circonstances, quoique sans rien perdre de leur vîtesse (§. LII. & LIII.) Or c'est ce changement de direction, provenant de l'opposition des globules celestes, qui peut devenir sensible, & même considerable par la longueur du temps, pour faire que les plans des orbites, après avoir été reduits dans une situation permanente, comme je l'ai expliqué ci-dessus, ne se trouvent pas précisement dans le plan commun de l'équateur du Tourbillon, mais qu'ils s'en écartent, en sorte que les orbites couperont cet équateur sous des angles plus ou moins grands selon la diverse constitution des Planetes, c'est ce que je me mets en devoir d'expliquer plus amplement & en détail.

§. LXX.

D'abord je me figure que le plan de l'équateur du grand Tourbillon n'est point different de celui de l'équateur du Soleil même. Je regarde le Soleil & son Tourbillon comme un tout, dont celui-ci est, pour ainsi dire, la continuation de celui-là; de sorte que le Soleil ayant reçû une fois son mouvement de circulation autour d'un axe, ce mouvement a été communiqué peu à peu à la matiére qui l'environne, & forme presentement son Tourbillon, dont la circulation ne fait que suivre celle du Soleil dans la même direction d'Occident en Orient, & partant autour du même axe, mais avec plus de vîtesse dans les couches plus voisines que dans les éloignées, jusqu'à ce que ces differentes vîtesses soient enfin parvenuës à l'état d'uniformité, sçavoir chacune convenable à la distance au Soleil, telle que la demandoient les loix de la Mechanique dans la formation d'un Tourbillon, comme on l'a démontré autrefois.

C'est-là l'idée la plus simple & la plus naturelle qu'on puisse avoir au sujet de la formation & du mouvement d'un Tourbillon; car quelle contrainte ne faut-il pas se donner pour s'imaginer avec les Cartesiens outrés, que la premiére couche du Tourbillon solaire fasse sa circulation 230 fois plus rapidement que la surface du Soleil à laquelle la premiére couche est contiguë? & quelle

peine n'a-t-on pas auſſi à concevoir que le Tourbillon particulier terreſtre dans ſa plus baſſe region contiguë à la ſurface de la Terre, circule 17 fois plus vîte que ne fait la Terre elle-même par ſon mouvement diurne? c'eſt pourtant ce qu'il faut dire, ſi on veut ſoûtenir que les Planetes autour du Soleil, & la Lune autour de la Terre empruntent leur mouvement de celui des Tourbillons par leſquels on prétend que ces corps celeſtes ſont entraînés.

Ne ſeroit-on pas fondé à demander pourquoi à l'endroit où le Tourbillon ſolaire touche le Soleil, & où le terreſtre touche la Terre, les deux mouvements ne ſe confondent pas enfin, ou ne ſe conforment pas l'un à l'autre? Quelle cauſe pourroit-on inventer, qui entretinſt cette grande inégalité de vîteſſe de deux matiéres fluides, qui ſe frotteroient continuellement, ſans qu'il en reſultât le moindre retardement dans la plus vîte, ni d'acceleration dans la plus lente? le bon ſens n'en eſt-il pas choqué? Nôtre hypothéſe remedie à tous ces inconvenients : ainſi continuons à nous en ſervir pour l'explication du fait en queſtion, d'une maniere qui en rende la cauſe preciſe & claire, telle qu'on la demande.

§. LXXI.

On m'accordera donc, puiſque j'ai fait voir que cela convenoit mieux à la ſimplicité de la Nature, que le mouvement du Tourbillon eſt la production de celui du Soleil, ou plûtôt que celui-la n'eſt autre choſe que la continuation de celui-ci; d'où il ſuit qu'il ne ſe fait point de ſaut ſubit de la vîteſſe de l'un à la vîteſſe de l'autre, mais que déja depuis le centre, la diminution de vîteſſe circulante ſe fait graduellement vers la circonference ſuivant la loi d'un Tourbillon, au moins juſqu'à une vaſte diſtance au-deſſus de la region des Planetes; que par conſéquent toutes ſes parties ſans exception circulent autour d'un même axe, qui eſt celui du Soleil; ce ſont donc les mêmes poles & le même plan des équateurs de toutes les couches qui compoſent le Tourbillon : car quelle raiſon auroit-on de croire, comme quelques-uns ſe le ſont imaginé, que les couches à differentes diſtances changent de direction dans leur circulation? il n'y a là aucune cauſe phyſique à alleguer, qui ſoit ſolide. Je me fonde toûjours ſur la ſimplicité, & tiens pour un principe general, qu'il ne faut jamais s'en écarter ſans une extrême neceſſité.

Cela étant, je vois avec une entiére évidence qu'après que les Planetes ont une fois acquis la direction permanente, de la maniere que je l'ai expliqué, cette direction devroit être exactement conforme à celle du Tourbillon, puisque celle-ci a produit l'autre, cela veut dire que toutes les orbites devroient se trouver parfaitement sur le plan commun de l'équateur du Soleil & du Tourbillon : cependant les observations font connoître qu'elles s'en écartent un peu, & que leurs plans coupent le plan de l'équateur solaire en differents endroits, & sous differents angles, dont le plus grand monte à 7° 30′, qui est celui que fait l'orbite de la Terre.

Cette deviation m'a donc fait juger que sa principale cause ne doit pas être cherchée uniquement dans la matiére du Tourbillon qui environne immediatement la Planete par un contact immediat, & qui devroit plûtot, comme nous l'avons vû, l'entretenir dans le mouvement commun sur le plan de l'équateur. Mais faut-il peut-être recourir à une autre cause, qui agisse de loin sur la Planete, pour la detourner de la direction du Tourbillon, selon le sentiment de Kepler, & de quelques autres après lui, qui ont introduit une espece de magnetisme immateriel émanant du Soleil, & capable de changer la situation & le cours des Planetes ? mais cette vision qui ne vaut pas plus que les attractions, est aussi obscure que les qualités occultes.

N'allons donc pas si loin, & cherchons la veritable cause de nôtre phenomene dans le corps même de la Planete; on l'y trouvera sûrement, d'autant plus recevable, qu'elle ne developpe pas seulement le fait, mais aussi les circonstances qui l'accompagnent indiquées par les observations les plus exactes; marque indubitable qu'il y a ici quelque chose de plus qu'une simple conjecture plausible.

§. LXXII.

Je commence par examiner ce qui arriveroit au mouvement annuel d'une Planete, en supposant que sa figure est une sphére parfaite. Je vois qu'un tel corps a une entiére indifférence à obéir avec une égale facilité en telle ou telle direction que le fluide ambiant lui imprime. Or, comme je l'ai déja dit plus d'une fois, le Tourbillon, quoiqu'il n'ait pas de force suffisante pour changer sensiblement les vîtesses des corps celestes, ne laisse pas d'en

disposer

diſpoſer les directions (ſi elles ſont d'abord differentes de la ſienne) qu'elles deviennent peu à peu conformes à la direction commune de toutes les parties du Tourbillon.

Il ne faut donc pas douter qu'une Planete parfaitement ſpherique (s'il y en avoit) ne demeurât continuellement dans le plan de l'équateur ſolaire, dont elle ne s'écarteroit jamais, en ſorte que le plan de cet équateur & celui de l'orbite planetaire ne feroient point d'angle, & ne ſeroient qu'un même plan : cela me paroît clair ſans autre explication plus ample.

§. LXXIII.

Mais on ſçait aujourd'hui que les corps des Planetes n'ont pas la figure d'un globe parfait. Quant à la Terre, il y a des Philoſophes qui lui attribuent la figure d'un ſpheroïde allongé vers les poles; au contraire M.rs Newton, Huguens & d'autres diſent qu'elle eſt un ſpheroïde applati. On convient generalement par les obſervations, que l'axe de Jupiter eſt plus petit que le diametre de ſon équateur en raiſon environ de 12 à 13. Il n'y a pas à douter en reflechiſſant ſur les cauſes phyſiques qu'on allegue de part & d'autre, qu'une telle inégalité de diametres plus ou moins grande ne ſe trouve auſſi dans la figure des autres Planetes.

Je ſuis donc en droit de demander qu'on m'accorde que les Planetes ſont des ſpheroïdes : & je démontrerai que cette figure ſuppoſée emporte neceſſairement, que 1.° les Planetes ne peuvent pas ſe mouvoir exactement ſur la direction du Tourbillon, je veux dire que les plans de leurs orbites ſeront differents du plan de l'équateur ſolaire, qui eſt auſſi celui du Tourbillon, & que c'eſt dans cette differente poſition que conſiſte l'inclinaiſon des orbites par rapport au plan de l'équateur ſolaire : que 2.° cette inclinaiſon ſera plus ou moins grande, ſelon que le ſpheroïde différe plus ou moins d'une ſphére parfaite. Ces deux points démontrés formeront la réponſe à la première & à la ſeconde partie de la Queſtion.

§. LXXIV.

Je dis donc que l'une & l'autre eſpece de ſpheroïde, tant applati qu'allongé, doit cauſer que la direction du mouvement de la Planete ſe détourne de la route qu'elle prendroit ſur le plan

commun de l'équateur ſolaire, ſi la Planete étoit une ſphére; avec cette difference, que les nœuds de ces deux ſpheroïdes ſur l'équateur du Soleil ſeront de noms contraires, je veux dire que là où ſe fera le nœud aſcendant ou Boreal dans le cas du ſpheroïde applati, il deviendra nœud deſcendant ou Auſtral ſi on ſuppoſe que c'eſt un ſpheroïde allongé, & reciproquement le nœud deſcendant du ſpheroïde applati ſe change en aſcendant pour le ſpheroïde allongé : j'en donne l'explication tirée de la navigation.

On ſçait que les vaiſſeaux pouſſés obliquement par le vent, au lieu d'aller dans la direction de la quille, en ſont inſenſiblement détournés en prenant une autre route, dont la direction fait avec celle de la quille un angle, que les Marins appellent la *dérive* du vaiſſeau.

La nature & la cauſe de cet effet eſt connuë & traitée amplement dans la manœuvre des vaiſſeaux : c'eſt que ſi le corps du vaiſſeau avoit la figure d'un cercle ou d'une ſphére, par conſéquent indifferente à ſe mouvoir avec une égale facilité en tout ſens, il iroit ſans doute, abandonné à lui-même, dans la direction que lui donneroit la ligne moyenne de la force mouvante, & cette direction pourroit paſſer auſſi pour celle de la quille, puiſque chaque diametre la pourroit être : tout au contraire un vaiſſeau fort long, mais infiniment peu large, ſuivroit conſtamment la direction de ſa longueur ou de ſa quille, quelle que fût l'obliquité de la direction de la force mouvante. Car un tel vaiſſeau ne trouvant point de réſiſtance ſenſible à la prouë, & toute la force de l'eau donnant ſur le côté, il eſt viſible qu'il doit ſe mouvoir exactement ſur la direction de la quille ſans la moindre dérive. Mais comme il eſt impoſſible dans la ſtructure des vaiſſeaux, de faire en ſorte que la prouë ne ſouffre dans le ſillage quelque réſiſtance que l'eau lui oppoſe; cela eſt la cauſe que le vaiſſeau eſt obligé de prendre une route moyenne entre la direction de la quille & celle de la force mouvante; c'eſt-à-dire de ſubir une dérive plus ou moins grande, ſelon que la réſiſtance de l'eau contre la prouë eſt plus ou moins ſenſible.

Je dis donc qu'il ſe fait la même choſe dans le mouvement des Planetes, lorſqu'elles n'ont pas la figure d'une ſphére exacte : ainſi il me ſera permis d'y faire l'application, dont le reſultat montrera

combien mes raiſonnements ſont conformes aux obſervations faites ſur cette matiére.

§. LXXV.

Soit *GC* une portion de l'équateur du Tourbillon, & ſuppoſons d'abord qu'une Planete *BDAE* ait ſon centre *C* ſur la ligne *GC* avec un mouvement de *G* vers *C*. Je vois clairement, que ſi la Planete étoit une ſphére parfaite, elle continueroit ſon mouvement ſur la même ligne de *C* vers *N*, nonobſtant l'oppoſition de la matiére du Tourbillon compriſe entre les tangentes extrêmes *ML*, *SR* paralleles à *GC*: car cette oppoſition qui n'auroit pas de force pour diminuer ſenſiblement la vîteſſe de la Planete, n'en a pas non plus pour changer la direction du mouvement; parce que les deux arcs *OBM*, *OES*, étant en ce cas deux quarts de cercle d'une ſituation ſemblable au-deſſus & au-deſſous de *CO*, il eſt évident que pour chaque filet tel que *TF* contre lequel donne l'arc ſuperieur *OBM*, & qui feroit impreſſion ſuivant *F*φ perpendiculaire à la courbe, il y a un autre filet ſemblable, qui donne ſur l'arc inferieur, & qui fait une pareille impreſſion, mais de bas en haut, au lieu que le premier l'a fait de haut en bas; en ſorte que toutes ces impreſſions ſe trouvant en équilibre par rapport à la direction *GC*, la Planete continuera toûjours à ſe mouvoir ſur cette direction, & n'en ſera jamais détournée. Fig. 2. & 3.

§. LXXVI.

Si le corps planetaire *BDAE* eſt un ſpheroïde ſoit applati ou allongé, mais dont l'axe de rotation ou du mouvement diurne *BA* eſt exactement perpendiculaire ſur *GC*, ou ſur le plan de l'équateur du Tourbillon, de ſorte que l'équateur *DE* de la Planete, & celui du Tourbillon *GC*, ne ſont que ſur un même plan; alors le point *E* tombant ſur *O*, les oppoſitions de la part du fluide contre *EB* & *EA* ſont encore ſemblables & égales, d'où il ſuit auſſi que la direction du centre *C* ſuivant *GC* ne ſera point changée. Donc une Planete ſphéroïdique, qui auroit ſon axe de rotation perpendiculairement érigé ſur le plan de l'équateur ſolaire, ne ſortiroit jamais de ce plan, c'eſt-à-dire, que le plan de l'orbite planetaire & le plan de l'équateur du Soleil ne feroient point d'angle. Voilà les deux cas uniques où il n'y auroit point d'inclinaiſon.

§. LXXVII.

Fig. 2. Mais confiderons prefentement la Planete comme ayant la figure d'un fphéroïde applati, dont l'axe de rotation *BA* foit oblique fur la direction *GC*, que je regarde toûjours comme une partie de l'équateur du Tourbillon, & voyons fi la Planete pourra fe foûtenir fur la direction *GC*, ou fi elle fera obligée de s'en écarter peu à peu pour prendre une autre route *gc*. Pour cette fin, foit le point *V* le plus avant vers le côté où va la Planete, par lequel fi on conçoit tirée la tangente *HVI*, cette tangente fera perpendiculaire aux directions *ML*, *ON*, *SR*, & le point d'attouchement *V* fera au-deffous de la direction *GCN*; tellement que l'arc total *MOS* expofé à l'action des filets du fluide compris entre *ML* & *SR* eft partagé en deux parties inégales *VOM*, *VES*, dont la plus grande *VOM* reçoit auffi le plus grand nombre de filets, qui confpirent tous à pouffer la Planete obliquement de haut en bas, & la moindre partie *VES* reçoit le plus petit nombre de ces filets, qui agiffent conjointement fur la Planete pour la repouffer obliquement de bas en haut.

Donc ces deux forces fur *VBM* & *VES* étant inégales, la plus petite cedera à la plus grande, d'où il fuit que le centre *C* quittera la direction *GC*, & en fuivra une autre *gc* au-deffous de la premiere. Ce qui arrive déja dès lors que l'angle *BCO* commence à devenir aigu: car il faut confiderer que cet angle *BCO*, que fait l'axe de rotation *BC*, toûjours parallele à lui-même, avec la direction *CO*, toûjours dans une autre pofition, change continuellement de grandeur, comme nous le verrons ci-après plus particulierement.

§. LXXVIII.

Si nous fuppofons maintenant le cas où la Planete, après avoir fait le demi-tour depuis un des nœuds jufqu'à l'autre, fe meut dans un fens contraire au premier, fçavoir de *C* vers *G*, en forte que l'angle *BCG* foit obtus, on voit évidemment que la plus forte impreffion du fluide du Tourbillon, qui fe déploye fur la partie découverte *MDAS*, vient de bas en haut, & détournera par confequent le centre *C* de la direction *CG*, pour lui faire prendre

la direction $c\gamma$ au-dessus de CG, ce qui arrive aussi d'abord que l'angle BCG commence à devenir obtus.

Il est à remarquer que les deux points d'intersection, où les deux lignes cg, γc coupent la ligne CG prolongée de part & d'autre, représenteront les deux nœuds de la Planete, sçavoir, la premiere intersection donnera le nœud austral, & la seconde le nœud boreal.

Il reste à expliquer l'effet que produira l'opposition du fluide du Tourbillon contre une Planete qui auroit la figure d'un sphéroïde allongé, d'où nous verrons que cet effet sera renversé par rapport au premier dans l'ordre du mouvement de la Planete sur son orbite, je veux dire, que le nœud descendant ou austral se change ici en boreal, & reciproquement le boreal en austral.

§. LXXIX.

Soit donc une Planete en forme de sphéroïde oblong $BDAE$; Fig. 3.
l'axe de rotation BA plus grand que le diametre de son équateur DE; son pole Boreal B, & Austral A; le centre C. Soient tirées toutes les autres lignes comme dans la figure précedente; nous voyons d'abord que le point d'attouchement V, qui partage l'arc MVS exposé à la pression du fluide contenu entre les filets extrêmes LM, RS, est au-dessus de la direction de l'équateur du Tourbillon : c'est pour cela que la pression exercée sur la partie inferieure VES, dont la direction moyenne va de bas en haut, est prévalante à celle qui s'exerce sur la superieure VBM, dont la moyenne direction tend de haut en bas. Ainsi le centre C ne pouvant pas se soûtenir sur la direction GC, en sera detourné vers le superieur c, & suivra la route gc au-dessus de GC. Et comme cette inégale pression, dont l'inferieure est la plus forte, commence dès que l'angle BCO devient aigu, on voit que CG, cg prolongées doivent se couper du côté de G, g, d'où la Planete vient, & que par conséquent le point d'intersection sera le nœud Boreal, puisque ce sera dans ce point, comme nous le verrons, que l'angle BCO étant droit va devenir aigu.

§. LXXX.

Mais au contraire, si tout le reste demeurant le même, on suppose le cas où la Planete se meut de C vers G, & où l'angle BCG

eſt obtus; on prouve par un raiſonnement ſemblable à celui que nous avons fait dans §. LXXVIII. que la Planete ſera obligée de deſcendre vers le pole auſtral du Tourbillon, & que ſon centre décrira la route *cy*, qui étant prolongée du côté d'où elle vient, coupera *GC* dans un point vers *N*, qui ſera le nœud Auſtral. Car ce ſera ici où l'angle *BCG*, de droit qu'il eſt, commence à ſe changer en angle obtus.

Il faut remarquer pour l'une & l'autre eſpece de ſphéroïdes, que l'axe de rotation étant incliné ſur le plan de l'orbite, il arrive deux fois dans chaque revolution annuelle, que les angles *GCB* & *BCO* deviennent droits, je veux dire, que la direction du centre de la Planete ſoit perpendiculaire à la poſition de l'axe *BA*, ſçavoir, une fois lorſque la Planete parvient à l'endroit de ſon orbite où ſon axe de rotation prolongé rencontre ou coupe l'axe de l'équateur ſolaire vers le pole Boreal, & une fois encore lorſqu'après une demi-revolution ces deux axes prolongés ſe rencontrent vers le pole Auſtral.

§. LXXXI.

C'eſt donc dans ces deux points que les angles *BCG*, *BCO* ſont droits; ils ſont par conſequent comme le paſſage où la direction de l'action du fluide ſur la ſurface du ſphéroïde change d'obliquité, & fait que la partie qui donnoit plus de priſe à cette action, commence à devenir celle qui en donne moins, & reciproquement la partie qui y eſtoit moins expoſée, va l'être plus que l'autre: cela eſt évident, en faiſant attention au paralleliſme que l'axe de rotation conſerve pendant ſa revolution autour du Soleil.

De là il paroît que les nœuds des Planetes à l'égard de l'équateur du Soleil ſe trouvent dans les points où les Planetes parviennent à leurs ſolſtices; puiſque c'eſt viſiblement dans ces points, que l'axe du Tourbillon & l'axe de rotation d'une Planete ſont dans un même plan, & que les angles *BCG*, *BCO* deviennent droits: en conſiderant au moins l'orbite de la Planete comme un cercle parfait, dont le centre ſeroit dans celui du Tourbillon; mais étant veritablement une Ellipſe, quoique fort approchante du cercle, nous verrons plus bas que cela fera que les nœuds ſeront un peu éloignés des points ſolſtitiaux.

§. LXXXII.

Juſqu'ici nous avons conſideré le mouvement de la Planete comme ſe faiſant dans un fluide calme & en repos, dont la ſeule oppoſition doit la faire écarter de la direction qu'elle auroit ſi elle étoit parfaitement ronde, ou ſi ſon mouvement ſe faiſoit dans le vuide; de la même maniere que les vaiſſeaux ſouffrent une dérive, lorſque la tendance de leur route n'eſt pas directement oppoſée à la direction moyenne de la reſiſtance de l'eau: tellement que le lieu d'un vaiſſeau s'éloigne de plus en plus de l'endroit où il ſe trouveroit, ſi on pouvoit éviter la cauſe de la derive.

Mais puiſque le fluide du Tourbillon a lui-même un mouvement, quoique 230 fois plus lent que celui de la Planete, qui ſe fait de même côté d'Occident en Orient, & dont j'ai demontré que l'effet eſt de la diriger inſenſiblement à prendre une conformité de direction commune dans le plan de l'équateur ſolaire, il eſt ſenſible que plus la Planete s'écarte de cette direction à cauſe de l'inégalité de preſſion qu'elle rencontre pardevant, plus auſſi ſera-t-elle obligée par cette autre cauſe, de regagner le deſſus, & de ſe rapprocher de l'équateur du Tourbillon.

La premiere de ces deux cauſes, qui dépend de l'inclinaiſon de l'axe *BA* de la Planete ſur la direction de ſa route, va en augmentant depuis le moment que les angles *BCG*, *BCO* ſont devenus droits, juſqu'à ce qu'ils deviennent le plus inégaux qu'ils peuvent, l'un devenant le plus obtus & l'autre le plus aigu, autant que l'autre cauſe, qui cherche à redreſſer la dérive, le leur permet; c'eſt-à-dire, depuis le nœud juſqu'à la limite de la Planete, ou depuis l'interſection de l'équateur & de l'orbite juſqu'au point de leur plus grand éloignement.

Ce point paſſé, le paralléliſme de l'axe *BA* fait que les angles *BCG*, *BCO* ſe rapprochent chacun de l'angle droit, par où il arrive que l'inégalité de preſſion du fluide contre les deux parties *VBM*, *VES* diminue, pendant que l'autre action tend continuellement à remettre la Planete ſur la direction du fluide; elle ſera donc repouſſée en chemin faiſant vers le plan de l'équateur ſolaire, qu'elle traverſera dans le nœud oppoſé où derechef l'axe *BA* eſt perpendiculaire à la direction du mouvement de la Planete ſur

ſon orbite; par conſéquent nulle inégalité d'impreſſion du fluide contre les deux parties *VBM, VES.*

Après que la Planete a paſſé ce nœud oppoſé, il eſt auſſi ſenſible qu'elle continuëra l'autre moitié de ſa route de la même maniere & ſuivant la même loi, qu'elle a fait la premiére : en ſorte que l'une s'écartant ou faiſant ſa dérive vers le pole auſtral, ſelon l'eſpece du ſpheroïde, l'autre la fera neceſſairement vers le pole boréal; parce qu'après un demi-tour de revolution, les parties de la ſurface expoſées aux impreſſions du fluide changent de ſituation; celle qui en recevoit le plus, ayant été d'un côté par rapport à la direction du fluide, ſera celle qui en recevra le moins, & reciproquement.

§. LXXXIII.

Voilà les deux cauſes contraires l'une à l'autre, qui doivent regler la ſituation du plan de l'orbite, & lui donner une certaine inclinaiſon par rapport au plan de l'équateur ſolaire. Et comme la quantité de la *dérive* (il me ſera permis d'appeller ainſi la deviation cauſée par l'oppoſition du fluide, ſemblable à celle de l'eau contre le vaiſſeau) dépend entiérement, en partie de la figure du ſpheroïde plus ou moins differente de l'uniformité d'une ſphére, & en partie de la plus ou moins grande obliquité de l'axe du mouvement diurne ſur le plan de l'orbite, puiſqu'il ne ſe feroit point de dérive, comme nous l'avons déja dit, ſi cet axe étoit perpendiculairement érigé ſur ce plan, quand même le ſpheroïde differeroit beaucoup de la ſphéricité parfaite : comme donc, dis-je, ces deux circonſtances, la figure du ſphéroïde & la poſition de l'axe, ſont ſans doute différentes dans les différentes Planétes, il ne faudra plus demander pourquoi les inclinaiſons des orbites ſont différentes entre elles, car chacune des Planétes étant dans un eſtat particulier par rapport à ces deux circonſtances, il eſt évident que l'inclinaiſon de ſon orbite lui doit être auſſi particuliére, je veux dire différente des autres ; il ſeroit donc inutile d'expliquer plus amplement la cauſe de ce phénoméne.

Cependant pour dire encore quelque choſe ſur la quantité de l'inclinaiſon des orbites; nous avons vû que la reſiſtance qu'oppoſe le fluide du Tourbillon au mouvement des corps celeſtes eſt ſi inſenſible,

insensible, que leur vîtesse n'en souffre aucune diminution perceptible, peut-être pas même pendant toute la durée du Monde; Nous avons vû pareillement, que le mouvement circulant du Tourbillon avec une vîtesse 230 fois plus petite que celle de la Planete dans la region où elle se trouve, ne peut non plus ni accelerer ni retarder la vîtesse qu'elle doit acquerir dans les differents endroits de son orbite elliptique, en vertu de la regle de Kepler, mais que tout ce que le Tourbillon circulant peut produire, c'est de diriger peu à peu le mouvement progressif des Planetes à prendre sa direction commune d'Occident en Orient.

Ainsi reflechissant sur la foiblesse des deux causes que je viens d'expliquer, qui concourent à déterminer les inclinaisons des orbites, & qui influent seulement sur les directions & non point sur les vîtesses, il est très-probable que l'inclinaison de chaque orbite n'a pas été produite dès la premiére revolution, mais qu'il a fallu un grand nombre de revolutions, avant que l'inclinaison soit parvenuë à sa quantité fixe & permanente, telle qu'on l'observe aujourd'hui.

§. LXXXIV.

Une autre circonstance digne d'attention, c'est que l'orbite étant une ellipse qui a le Soleil dans un de ses foyers, duquel toutes les lignes droites tirées aux points de la circonference, excepté les deux apsides, font des angles obliques avec les tangentes, il est clair que pendant le temps que la Planete est à monter depuis le perihelie jusqu'à l'aphelie, la direction du fluide du Tourbillon contre la surface anterieure de la Planete, fait un angle obtus avec la ligne de la distance au Soleil, & que cet angle devient aigu dès qu'elle a passé l'aphelie jusqu'à son retour au perihelie.

Mais comme les orbes elliptiques approchent beaucoup des cercles veritables, ces angles obtus & aigus ne different que très-peu des angles droits; d'où on doit conclurre que les deux points de l'orbite où se fait l'équilibre de l'impression du fluide sur la Planete, c'est-à-dire, les deux nœuds, ne se trouvent pas exactement dans les deux points solstitiaux, mais toûjours fort près : en sorte que l'on peut être assûré que les Planetes arrivent à leurs solstices, ou un peu avant ou un peu après qu'elles passent par les nœuds.

§. LXXXV.

Au moins cela ſe verifie très-bien par l'obſervation faite du nœud boreal de l'orbite de la Terre par rapport à l'équateur du Soleil, qui ſe trouve, le Soleil étant dans le 8.e degré de ♓, éloigné du ſolſtice d'eſté ſeulement de 22 degrés. Il ſeroit à ſouhaiter que M.rs les Obſervateurs priſſent la peine de déterminer les lieux des ſolſtices des autres Planetes, comme ils ont fait ceux des nœuds ſur l'équateur ſolaire, pour voir ſi dans chacune des Planetes les nœuds & les points ſolſtitiaux ne ſe ſuivent pas de bien près : une telle obſervation donneroit un grand poids à ma conjecture ſur la veritable cauſe de l'inclinaiſon des orbites planetaires, ſuppoſé que pour chaque Planete on trouve une proximité conſtante entre ces deux points; il faudroit, par exemple, que Mars paſſant par ſon nœud qui eſt entre le 14.e & le 15.e degré de ♓, ne fût pas bien loin de ſon ſolſtice, ſoit qu'il l'eût déja paſſé, ou qu'il fût près de le paſſer.

§. LXXXVI.

A cette occaſion je ne dois pas paſſer ſous ſilence une des plus importantes utilités qu'on retireroit de mon ſyſteme, s'il avoit le bonheur d'être agréé : cette utilité conſiſteroit en ce qu'on ſeroit en état de décider la fameuſe queſtion ſur la véritable figure de la Terre, ſi elle eſt un ſphéroïde allongé ou applatti. Les ſentiments des Philoſophes de notre temps, touchant cette queſtion, ſont partagés depuis 40 ou 50 ans. On allegue de part & d'autre des preuves ſolides : M.rs Huguens, Newton & pluſieurs grands Géometres qui les ſuivent, prétendent que la diminution de la peſanteur des corps terreſtres vers l'équateur de la Terre, cauſée par la force centrifuge de ces corps, qui reſulte du mouvement journalier de la Terre, laquelle force eſt plus grande dans ces endroits que dans les lieux plus proches des poles, eſt un argument invincible que la Terre eſt plus élevée vers l'équateur que vers les poles; à quoi ils adjoûtent l'experience de l'accourciſſement des pendules à ſecondes, qu'il faut leur donner dans les pays voiſins de l'équateur, marque évidente, à ce qu'ils penſent, d'une plus grande diminution de peſanteur.

D'autres grands Hommes ſoûtiennent le contraire, ſe fondant principalement ſur la meſure actuelle de la Terre, faite en différents endroits & en divers pays, avec toute l'exactitude poſſible; l'experience ayant conſtamment montré que les degrés d'un même meridien avoient plus de longueur dans les lieux de moindre latitude que dans les plus ſeptentrionaux, & que leur longueur diminuoit à meſure qu'on approchoit du pole. Ce qui eſt une preuve géometriquement certaine, que le meridien a la forme d'une ellipſe, dont le grand axe paſſe par les poles de la Terre, & que par conſéquent la figure de la Terre eſt un ſphéroïde oblong.

On ne ſçauroit preſque douter de l'exactitude avec laquelle ces meſures ont été priſes en France, ſi on lit les ouvrages qu'on en a publiés, & qu'on réflechiſſe ſur les ſoins & les précautions extraordinaires employées dans ce penible travail. La piéce que M. Caſſini a donnée ſur la figure de la Terre dans les Memoires de 1713. pag. 188. merite une attention particuliére, par la ſolidité de ſes raiſonnements, pour établir le ſphéroïde allongé; & il ne ſemble pas que cet illuſtre Auteur ait été ébranlé dans ſon ſentiment par la ſeconde édition des Principes Phil. de M. Newton, qui parut la même année 1713. où M. Newton ne perſiſte pas ſeulement dans ſon opinion contraire, fondée ſur l'inégalité des pendules à ſecondes, mais il donne encore, pag. 383. une liſte (qu'on ne trouve point dans la premiére édition,) de la meſure d'un degré pris conſecutivement ſur le meridien, par où il prétend faire voir que leurs longueurs vont en augmentant depuis l'équateur juſqu'au pole; comme ſi c'eſtoit une affaire décidée, que l'accourciſſement des pendules fût une marque infaillible que les parties de la Terre ſont plus élevées vers l'équateur que vers les poles, au lieu qu'on n'en peut conclurre autre choſe tout au plus, ſinon que la Terre eſt un ſphéroïde moins allongé, qu'elle ne le ſeroit ſi elle étoit encore dans ſon état primitif, cela veut dire, ſans le mouvement diurne, ce que M. de Mairan a très-bien expliqué dans ſes excellentes Recherches Géometriques ſur la diminution des degrés en allant de l'équateur vers les poles: *Voyez les Mem. de l'Acad. de 1720. pag. 231.*

§. LXXXVII.

Enfin M. Caſſini bien-loin de changer de ſentiment après la ſeconde édition de l'ouvrage de M. Newton, nous a donné une nouvelle diſſertation dans les Memoires de 1718, p. 245, où non ſeulement il confirme ce qu'il avoit avancé touchant la figure oblongue de la Terre, & la préciſion extraordinaire avec laquelle fut priſe la meſure des degrés du Méridien, mais il pouſſe l'exactitude juſqu'à déterminer en toiſes l'axe de la Terre, le diametre de l'Equateur & l'intervalle des deux foyers de l'Ellipſe generatrice du ſphéroïde allongé. *V. p. 255.*

Or ce grand Aſtronome, qui lui-même s'étoit employé à ce travail de concert avec M.rs Maraldi & de la Hire, également habiles dans l'art d'obſerver, auroit-il bien avancé avec tant d'aſſûrance un fait, s'il n'en avoit pas été convaincu par des opérations réïtérées & vérifiées par un grand nombre d'autres?

Un ſurcroît de preuve ſe tire préſentement de ma Théorie, qui décide en faveur du Sphéroïde allongé: car de ce que j'ai démontré aux §§. LXXIX, LXXX, il ſuit néceſſairement que quand on obſerve qu'une Planete dans le temps de ſon ſolſtice d'été eſt aux environs de ſon nœud aſcendant, il faut que cette Planete ait la figure d'un ſphéroïde oblong; mais parmi grand nombre d'obſervations que le même M. Caſſini, diligent obſervateur tant pour le Ciel que pour la Terre, a faites avec une aſſiduité infatigable pour déterminer le mouvement des taches du Soleil, il s'en trouve une dans les Memoires de 1703 p. 109, & les ſuites dans les pages ſuivantes, où la deſcription exacte de deux taches qui parcouroient à peu-près le même parallele ſur le diſque du Soleil, & peu éloigné de ſon équateur, eſt entiérement conforme à ma penſée; car il n'y a qu'à jetter les yeux ſur la Figure que l'obſervateur a fait graver pour tracer la route qu'ont tenuë ces deux taches depuis le 24 Mai 1703 juſqu'au 3 Juin ſuivant.

Cette route étant ſenſiblement une ligne droite, ſi on conçoit une parallele tirée par le centre du diſque, cette parallele repréſentera l'équateur du Soleil, & il eſt viſible que du côté d'Occident elle ira au deſſous de l'écliptique marquée dans la Figure, faiſant enſemble un angle de 8 degrés, qui eſt l'inclinaiſon du plan de

l'écliptique ou de l'orbite de la Terre ſur le plan de l'équateur ſolaire ; de ſorte que l'interſection de ces deux lignes ſur le diſque, c'eſt-à-dire, de l'équateur & de l'écliptique, déſigne le nœud aſcendant de cette derniére par rapport à l'équateur ſolaire. Par ce nœud ſi par la penſée on tire du centre du Soleil une ligne droite juſqu'à l'orbite terreſtre, le point où cette droite la rencontre ſera le nœud aſcendant de la Terre.

C'eſt donc par le nœud aſcendant ou Boreal que la Terre paſſa le 28 Mai 1703, jour marqué par M. Caſſini, p. 112, pour le paſſage de la tache par le milieu de ſon parallele, le Soleil étant alors dans le 8me degré de ♊, c'eſt-à-dire, 22 degrés ou à peu-près autant de jours avant le ſolſtice d'été.

D'où je dois inferer, ſuivant ma théorie, que la figure de la Terre eſt à la verité celle d'un ſpheroïde allongé conformément au réſultat des obſervations faites en France par des meſures actuelles. Je me flatte que cette conformité ne déplaira pas à M.^rs^ les obſervateurs, d'autant qu'elle détruit le ſoupçon de quelque inexactitude gliſſée dans leurs operations, prétexte unique de ceux qui ſont pour le ſpheroïde applati de la Terre.

§. LXXXVIII.

Pour faire comprendre plus diſtinctement les differents effets que produit l'oppoſition du fluide du Tourbillon ſur les ſphéroïdes des deux différentes eſpeces ; je tâcherai de mettre clairement devant les yeux tout ce que j'ai démontré ci-deſſus par les Figures 2 & 3. J'employerai pour cela deux nouvelles Figures qui repréſenteront pour l'un & l'autre ſphéroïde ce qui lui doit arriver dans ſon cours pendant une révolution entiere autour du Soleil. Je ſuppoſerai, pour ſubvenir à l'imagination, que l'orbite eſt circulaire, & que le Soleil eſt dans le centre ; car il ne s'agit ici que d'expoſer à la vûë comment ſe fait l'inclinaiſon des Plans des Orbites par rapport au plan de l'Equateur Solaire.

§. LXXXIX.

Soit le centre du Soleil *S*, l'équateur du Tourbillon *EFHG* concentrique, & dans un même plan avec l'équateur de la révolution du Soleil autour de ſon axe *BSA*, qui eſt perpendiculaire Fig. 4. & 5.

au plan de ces deux équateurs ; *B* le pole boreal ou superieur du Soleil ; *A* le pole austral ou inferieur. Concevant qu'une Planete, par exemple la Terre, se trouve d'abord sur l'équateur du Tourbillon dans le point du solstice d'été *E*, & qu'elle soit déterminée à se mouvoir autour du Soleil, nous comprendrons aisément, par ce qui a été expliqué ci-dessus, que la Terre décriroit parfaitement l'équateur du Tourbillon, je veux dire que cet équateur & l'orbite de la Terre seroit un même cercle, si la figure du Globe terrestre étoit parfaitement spherique, parce que l'uniformité de cette figure n'admettroit aucune cause exterieure qui pût détourner la Terre de sa route une fois commencée, de même qu'un Vaisseau spherique sur mer étant poussé suivant une certaine direction, ira toûjours dans la même direction sans souffrir la moindre dérive.

Mais la Terre ayant la figure de spheroïde, il est sensible que pendant sa révolution autour du Soleil elle présente à l'opposition de la matiére du Tourbillon une moitié de sa surface qui change continuellement de position, & partant aussi de figure par rapport à la direction, à cause que l'axe de rotation de la Terre *ba* conserve son parallelisme, pendant que les directions du fluide opposé changent à tout moment de situation, puisque ces directions ne sont autre chose que les tangentes de l'orbite. Ainsi les changements de direction causent l'inégalité de l'action du fluide sur la surface anterieure de la Terre.

Cette surface est partagée en deux parties inégales, l'une au-dessus du point le plus avancé *V* (Voyez fig. 2 & 3.) l'autre au-dessous ; ce qui cause de part & d'autre des impressions de forces inégales qui font écarter la Terre, en forme de derive, de la route qu'elle tiendroit, si elle étoit parfaitement ronde ; c'est pour cela qu'elle quittera l'équateur du Tourbillon pour décrire un autre grand cercle, dont voici les conditions.

§. XC.

Fig. 4. Considerons en premier lieu la Terre comme un spheroïde applati, & supposons la placée dans le point *E*. D'abord il est clair que dans cette situation l'axe de rotation de la Terre *ba*, & l'axe de revolution du Soleil *BA* étant prolongés se rencontreront dans la partie superieure en C, & formeront le triangle rectangle C*SE*,

dont l'angle *SCE* est de 23.° 30′, mesure de la plus grande déclinaison du Soleil. Il est clair aussi, que le plan du triangle *CSE* est perpendiculaire sur le plan de l'équateur du Tourbillon; d'où il suit, que s'imaginant tirée *Ee* tangente de l'équateur du Tourbillon en *E,* cette tangente sera perpendiculaire à *EC*, & sera par consequent avec l'axe de rotation *ba,* deux angles droits *eEb, eEa.*

Ainsi le fluide du Tourbillon s'opposant également à la partie boreale & australe de la surface qui se présente à sa direction, l'équilibre du mouvement sur l'équateur se maintiendroit parfaitement, & la terre n'en sortiroit jamais, si l'angle *eEb* demeuroit toûjours droit. Mais comme l'axe de la Terre *ba* conserve sensiblement sa situation parallele, on voit que dès qu'elle part du point solstitial d'Eté *E,* pour aller vers *F,* cet angle *eEb* diminuë de plus en plus, jusqu'à ce qu'elle soit parvenuë dans son point équinoxial de l'Automne, où l'angle fait par l'axe de la Terre & la ligne de direction, sera le plus petit ou le plus aigu: D'où, en vertu de ce que nous avons démontré ci-dessus (§. LXXVII.) pour le sphéroïde applati, il faut que l'opposition du fluide sur la partie boreale de la surface, soit la prévalente, ce qui fera dériver la Terre vers le pole austral du Tourbillon; ensorte qu'après le premier quartier de sa révolution, au lieu de se trouver en *F,* elle se trouvera en *L,* où l'angle *fLb* fait par la direction *fL* & l'axe *Lb* est le plus aigu.

Mais comme depuis l'endroit *L* cet angle recommence de croître, en devenant successivement moins aigu jusqu'en *H,* qui est le point du solstice d'Hyver, où l'axe de rotation de la Terre *ba* prolongé rencontre l'axe du Tourbillon en *a,* & où par consequent la direction *hH* redevient perpendiculaire à l'axe *ba.* C'est pourquoi pendant le temps que la Terre est à parcourir le second quartier de sa revolution *LH,* l'avantage de l'action du fluide sur la partie superieure de la surface du spheroïde applati diminuë jusqu'à son entiére extinction au point *H,* où l'action sur la superieure & l'inferieure est dans son équilibre parfait, parce que le fluide s'oppose à l'une & à l'autre d'une maniere égale & semblable.

Mais puisque l'autre action du Tourbillon, en tant qu'il ne cesse de circuler continuellement d'Occident en Orient, poursuit toûjours la Terre, & tend à la remettre dans sa direction commune,

comme nous l'avons expliqué ci-dessus tout au long, il est visible qu'après qu'elle a passé le point *L* où elle a souffert sa plus grande dérive, elle doit se rapprocher ensuite de l'équateur du Tourbillon, de la même maniere qu'elle s'en étoit écartée en parcourant le premier quartier.

§. XCI.

Il ne reste donc plus qu'à considerer la route que doit prendre la Terre, en parcourant les deux autres quartiers de son orbite. Or il est d'abord manifeste que tout se fait ici à rebours, c'est-à-dire que l'angle *hHb,* de droit qu'il étoit, commence à devenir obtus, dès que la Terre part du point solstitial d'hyver *H,* & que cet angle augmente jusqu'au point *M,* où l'angle *gMb* est le plus obtus qu'il est possible; depuis *M* cet angle décroît jusqu'en *E,* où il redevient droit.

Ainsi en appliquant nôtre raisonnement de l'article precedent à la circonstance presente, on verra par le §. LXXVIII. que l'opposition du fluide ayant ici l'avantage du côté de la surface inferieure de la Terre, la dérive se doit faire vers le pole superieur; donc les deux derniers quartiers *HM, ME,* se formeront de la même maniere que les deux premiers *EL, LH,* par rapport à leur figure, mais avec differentes positions par rapport au plan de l'équateur *EFHG,* en ce que la premiére moitié de l'orbite *ELH* s'écarte de ce plan vers le pole Austral, autant que la seconde s'en écarte vers le pole Boreal; si bien que le plan de l'orbite doit couper necessairement le plan de l'équateur, qui est aussi celui du Soleil selon nôtre théorie, dans la ligne *EH* qui passe par le centre de cet astre *S.*

Tout ce qui pourroit faire quelque peine, ce seroit de sçavoir pourquoi l'orbite entiére *ELHM,* formée ainsi par les dérives, est justement sur un plan, pouvant être, à ce qu'il semble, une courbe à double courbure, mais on se levera cette difficulté, si on se souvient de ce que nous avons expliqué ci-dessus touchant la difference qu'il y a entre la force qui produit du mouvement dans un corps, & celle qui en change seulement la direction, où il a été démontré que la moindre opposition, ou une force insensible est déja capable de changer peu à peu la direction d'un corps

corps mis en mouvement par une force très-grande, ſans pourtant que la courbe que ce corps eſt obligé de décrire par l'action de cette grande force, change de nature. Ici il en eſt de même : la figure des orbites eſt cauſée par la gravitation des Planetes vers le Soleil, contre-balancée par les forces centrifuges, & cette gravitation a pour cauſe la force du Torrent central, qui eſt une force très-grande, par rapport à laquelle l'oppoſition du fluide contre le mouvement des Planetes eſt une force comme infiniment petite, qui n'en change que la direction, c'eſt-à-dire qui a cauſé inſenſiblement leur dérive, laiſſant pour le reſte aux orbites leur figure, & aux Planetes leur vîteſſe, telle qu'elles auroient ſi elles ſe mouvoient dans un grand vuide, comme le ſuppoſe M. Newton : mais on démontre géometriquement, que la gravitation dirigée toûjours vers le Soleil, fait que chaque orbite eſt ſur un plan qui paſſe par le centre du Soleil ; elle le ſera donc encore après qu'il lui ſera ſurvenu la dérive reglée & permanente, par où l'orbite ne perd rien de ſa figure, mais change ſeulement de poſition, paſſant du plan de l'équateur du Tourbillon ſur un autre plan qui coupe le premier, comme je l'ai dit, dans le centre du Soleil ſous un angle *FSL* ou *GSM*, meſure de l'inclinaiſon plus ou moins grande, ſelon qu'éxige le ſphéroïde plus ou moins applati.

§. XCII.

Quelque petit que ſoit cet angle, même pour l'orbite de la Terre, qui eſt celle de toutes les orbites qui a la plus grande inclinaiſon, ſçavoir de $7\frac{1}{2}$ degrés, il ne faut pourtant pas croire que cette inclinaiſon ait été acquiſe dès la premiére revolution de la Terre autour du Soleil, car cela marqueroit un effet trop ſenſible pour une cauſe ſi foible, telle que nous avons ſuppoſé être la force de l'oppoſition du fluide, incapable d'alterer ou de retarder la vîteſſe des Planetes, mais capable ſeulement d'en changer, par la longueur du temps, les directions, comme nous l'avons inſinué pluſieurs fois.

Rien ne nous empêche donc de concevoir que l'inclinaiſon des orbites ait été produite, en naiſſant inſenſiblement, & en prenant à chaque revolution un nouveau petit degré de dérive, juſqu'à parvenir après un grand nombre de revolutions, à l'inclinaiſon

totale que l'on obſerve aujourd'hui dans les orbites, & qui eſt permanente ſans pouvoir prendre de nouvelles augmentations, étant empêchée par le mouvement du Tourbillon d'Occident en Orient, qui s'efforce ſans ceſſe de rendre aux Planetes la direction commune dans le plan de ſon équateur, comme nous l'avons expliqué aſſés amplement.

C'eſt-là le cours ordinaire des effets de la Nature, qui ne produit rien ſubitement, mais par ſucceſſion de degré en degré, quoique tantôt plus tantôt moins vîte, ſelon l'intenſité de la force qu'elle employe, & la diverſité des circonſtances.

§. XCIII.

Après tout cela, on voit que ſi la Terre avoit véritablement la figure de ſphéroïde applati, le point *E* du ſolſtice d'eſté ſeroit le Fig. 5. nœud deſcendant, & ſon oppoſé le nœud aſcendant. Mais en donnant à la Terre la figure de ſphéroïde allongé, il n'y a qu'à accommoder à cette hypotheſe le raiſonnement que nous avons fait juſqu'ici depuis §. X C. & on trouvera un effet entiérement contraire par rapport à la nature des nœuds.

Car on s'apperçoit clairement (LXXIX.) que la Terre étant dans ſon ſolſtice d'Eté *E*, ou aux environs, ſa ſurface allongée vers les poles ſera la cauſe d'une dérive boreale, qu'elle ſubira en parcourant les deux premiers quartiers de ſon orbite *EL, LH,* comme reciproquement la dérive doit être auſtrale depuis environ le ſolſtice d'Hyver *H* en achevant de parcourir les deux derniers quartiers *HM, ME;* en ſorte que dans ce cas c'eſt le point *E* qui ſera le nœud aſcendant, & *H* le deſcendant.

Voilà donc déterminés par notre raiſonnement, les nœuds pour le ſphéroïde allongé, à peu près comme l'experience le confirme pour la Terre, fondée ſur les Obſervations alleguées de M. Caſſini, qui aſſigne le nœud aſcendant vû du Soleil, au 8.e degré de ♐, & par conſéquent le deſcendant au 8.e degré de ♊, aſſés près des ſolſtices, qui ſeroient peut-être préciſément dans les ſolſtices mêmes, ſi l'action du fluide du Tourbillon ſolaire ſur la ſurface de la Terre n'étoit pas troublée un peu par ſon propre Tourbillon, qui intercepte en partie cette action, & par d'autres cauſes accidentelles & particuliéres, dont nous avons fait mention ci-devant.

Après cette heureuſe conformité de nôtre théorie, avec les obſervations céleſtes, peut-on plus long-temps refuſer à la terre la figure de ſphéroide oblong, fondée d'ailleurs ſur la dimenſion des degrés de la méridienne, entrepriſe & executée par le même M. Caſſini, avec une exactitude inconcevable ?

§. XCIV.

Le parellelisme de l'axe de rotation des Planetes étant ſuppoſé être conſtant & parfait, il eſt viſible, que les nœuds de leurs orbites ou leurs interſections avec l'équateur du Tourbillon, ſeroient entiérement immobiles, & répondroient toûjours aux mêmes endroits du firmament par rapport au Soleil; mais le parallelisme eſt ſujet à une variation quoique très-petite, qui ne ſe fait ſentir qu'après un grand nombre de révolutions. Il eſt facile d'en rendre raiſon par nôtre théorie : car la Planete, par exemple nôtre Terre, circulant autour des poles de l'écliptique avec ſa propre vîteſſe, pendant que le fluide du grand Tourbillon circule de même côté, mais autour des poles de l'équateur ſolaire, & avec une vîteſſe 230 fois plus petite ; c'eſt comme ſi un globe flotant dans une eau calme, étoit obligé par une force extérieure de ſe mouvoir d'Occident en Orient, autour d'un centre pris à quelque diſtance hors du globe : Or il eſt aiſé de concevoir que la réſiſtance de l'eau, exercée ſur la ſurface antérieure du globe, ſe fera en ſens contraire d'Orient en Occident, & que cette réſiſtance agit plus fortement contre l'hémiſphére le plus éloigné du centre de circulation, que contre le plus proche, parce que celui-là faiſant un plus grand chemin en circulant que celui-ci, frappe l'eau avec plus de vîteſſe ; le globe ſera donc déterminé à pirouetter ſur lui-même à contre-ſens de ſon mouvement progreſſif, c'eſt-à-dire, d'Orient en Occident, autour d'un axe perpendiculaire ſur le plan de la circulation.

On en pourroit faire l'expérience ſemblable à celle que M. Poleni a faite, mais dans un autre deſſein, voulant démontrer que le mouvement diurne des Planetes ne peut pas être cauſé par le mouvement du grand Tourbillon, pris à la façon de Deſcartes. *Voyés Poleni de Vorticibus Cœleſt.* p. 72 & 73. De-là il devient clair, comme quoi la terre repréſentée par ce globe, pendant qu'elle fait

ſa révolution annuelle, doit tourner ſur elle-même contre l'ordre des ſignes autour d'un axe perpendiculaire au plan de ſon orbite; par conſéquent auſſi l'axe oblique du mouvement diurne tournera lui-même ſur cet axe perpendiculaire, d'où il ſuit que les poles de l'équateur terreſtre paroîtront décrire de petits cercles autour des poles de l'écliptique dans la direction d'Orient en Occident.

§. XCV.

C'eſt de ce troiſiéme mouvement de la Terre que dépend (comme il eſt très-facile de le comprendre) le reculement des interſections de l'équateur & de l'écliptique, que l'on nomme dans le Syſteme de Copernic *Préceſſion des équinoxes,* parce que ces deux points reculent continuellement ſur l'écliptique vers les ſignes précedents, ce qui produit dans les étoiles fixes & dans tous les points immobiles du Ciel, un mouvement apparent contraire d'Occident en Orient autour des poles de l'écliptique.

C'eſt donc ainſi que le paralleliſme de l'axe de rotation diurne de la Terre & de toutes les Planetes qui ont cet axe oblique ſur le plan de leurs orbites, ne ſe conſerve pas exactement; mais puiſque la reſiſtance du fluide du grand Tourbillon, ſelon ce que nous avons démontré, doit être extrêmement foible, il faut que la variation de ce paralleliſme ſoit auſſi très-inſenſible, & que le mouvement apparent qui en reſulte dans les fixes ſoit très-lent. Comme en effet les étoiles fixes vûës de la Terre n'avancent dans leur longitude que de 50 ſecondes par an, ce qui demanderoit un temps de 25920 années pour une révolution entiére du Firmament.

Une autre choſe à laquelle on n'a pas encore aſſés penſé, c'eſt peut-être que les poles de ce mouvement ſi tardif ne ſe trouvent pas préciſement dans les poles de l'écliptique, comme on l'a cru juſqu'ici; en voici ma raiſon: il eſt vrai que la reſiſtance du fluide eſt directement oppoſée à la direction du mouvement annuel qui ſe fait ſur le plan de l'écliptique, & qu'à cet égard, ſi la reſiſtance agiſſoit ſeule contre le mouvement, ce qui arriveroit ſi le fluide du Tourbillon étoit tout-à-fait calme & en repos, il ne faut pas douter que le troiſiéme mouvement de la Terre, dont il eſt ici queſtion, ne ſe feroit exactement autour de l'axe perpendiculaire au plan de l'écliptique; mais le fluide du grand Tourbillon ayant lui-même

ſon mouvement circulant ſuivant la direction de l'équateur ſolaire, différente un peu de la direction de la reſiſtance, il eſt certain que de ces deux actions compliquées il reſulte une direction moyenne quoique beaucoup plus approchante de celle de l'écliptique, comme de la plus forte, que de celle de l'équateur ſolaire; d'où on peut raiſonnablement conclurre, que l'axe du troiſiéme mouvement eſt tant ſoit peu oblique ſur le plan de l'écliptique; or cette obliquité doit auſſi cauſer néceſſairement une petite variation apparente dans les latitudes des Fixes, mais incomparablement moins ſenſible que celles qu'on remarque dans leurs longitudes.

§. XCVI.

Cette variation de latitude paroît paradoxe à la plûpart des Aſtronomes, qui ne ſe mettent pas toûjours en peine des cauſes phyſiques, contents de ce qu'ils croyent ſçavoir par obſervation. Cependant pluſieurs des plus fameux Aſtronomes, comme Tycho Brahé lui-même & Kepler, qui cite l'autorité du premier, favoriſent le changement de latitude des étoiles fixes: *Si comparetur* (dit Kepler Epit. Aſtron. pag. 724.) *ecliptica (id eſt orbita Telluris ſub fixis) ſecum ipſa, ſecundum diverſa ſæcula, deprehendit ſane Braheus ex mutatis fixarum latitudinibus eclipticam hodiernam conceſſiſſe ad latera eclipticæ priſtinæ.* Mais ſelon mon explication, il falloit dire que le mouvement apparent des fixes d'Occident en Orient ſe fait autour des poles, qui ne ſont pas préciſement dans les poles de l'écliptique, (c'eſt-à-dire, de l'orbite de la Terre,) car de cette maniere on conçoit la petite variation de latitude, ſans qu'il ſoit beſoin que le plan de l'orbite change de place. Le plus ſimple, dans l'explication des cauſes de la Nature, eſt toûjours préférable à ce qui a moins de ſimplicité.

§. XCVII.

Pour revenir maintenant aux nœuds des orbites avec l'équateur du Soleil, il faut dire, ſelon ma théorie, qu'ils ont auſſi un petit mouvement contre l'ordre des ſignes, & cela, à cauſe qu'ils ont une connexion eſſentielle, comme je l'ai fait voir, avec les points des ſolſtices, par conſéquent auſſi avec les équinoxiaux, qui en ſont éloignés de trois ſignes. En effet, il y a des Aſtronomes qui don-

nent 51″ par an au mouvement retrograde des nœuds de l'orbite de la Terre avec l'équateur du Soleil, qui eſt à peu près la quantité de la retrogradation annuelle des équinoxes, ce qui ſert de confirmation de la dépendance eſſentielle entre ces nœuds & les ſolſtices; choſe qui merite d'être verifiée ulterieurement par des obſervations exactes, afin de s'aſſûrer que c'eſt un fait general qui regarde toutes les Planetes principales, ce qui rendroit ma conjecture tout-à-fait certaine.

§. XCVIII.

Quoiqu'au reſte la declinaiſon des limites, ou, ce qui revient au même, l'élevation des plans des orbites ſur le plan de l'équateur du Soleil, doive être cōnſtante & invariable, il pourra néantmoins arriver qu'on y appercevra avec le temps quelque petite variation, mais qui ne ſera qu'apparente, dont la cauſe doit être attribuée à ce changement inſenſible de latitude des étoiles fixes dont nous venons de parler. On rencontre dans l'Aſtronomie pratique une infinité d'autres minuties, qui reſultent des obſervations que l'on prend ſouvent pour des réalités, quand ce ne ſont que de ſimples apparences, dont un ſyſteme phyſique general, (quelque ſolide qu'il ſoit,) n'eſt pas toûjours reſponſable.

§. XCIX.

Si je ne craignois d'être trop long dans cette 4.e partie de mon Diſcours, où je me ſuis principalement attaché au ſujet de la queſtion, je pourrois m'étendre à d'autres phénoménes qui ne ſont pas préciſement compris dans la queſtion, mais qui y ont beaucoup de rapport; tel eſt, par exemple, le mouvement de la Lune autour de la Terre, où on pourroit demander pareillement d'où vient que ce mouvement ne ſe fait pas dans le plan de l'équateur de la Terre; car ce que les orbites des Planetes principales ſont à l'égard de l'équateur du Soleil, l'orbite de la Lune & celles des autres Satellites le ſont par rapport à l'équateur de leurs Planetes principales; & comme celles-ci ont le grand Tourbillon general pour guide de leur mouvement autour du Soleil, ainſi les Satellites ſont dirigés par les Tourbillons particuliers qui les enveloppent, & qui environnent les Planetes principales dont ils ſont Satellites.

Je dis que les Satellites ſont *dirigés* par les Tourbillons particu-

liers, & non point entraînés, par la même raiſon que j'ai expoſée tout au long pour les Planetes principales; car les uns & les autres de ces corps ont, ſelon ma théorie, leur mouvement d'une impreſſion primitive, en ſorte que le fluide du Tourbillon n'y contribuë toûjours que la commune direction d'Occident en Orient.

§. C.

Cependant, s'il m'eſt permis de communiquer encore en peu de pages mes penſées, ſur ce qui peut être la cauſe phyſique de ce que la circulation de la Lune autour de la Terre, ne ſe fait pas ſelon le plan de l'équateur terreſtre; je penſe que cette cauſe eſt différente de celle qui fait l'inclinaiſon des orbites planetaires principales ſur l'équateur du Soleil. La différence conſiſte dans la diverſe façon du grand Tourbillon, & du Tourbillon particulier de la Terre; toutes les parties du premier font leurs circulations ſur des cercles paralleles au plan de l'équateur ſolaire, parce que, ſelon ce que j'ai établi, le mouvement du Tourbillon entier & de toutes ſes parties, tire ſon origine d'une même cauſe primitive, qui a commencé de faire tourner le Soleil ſur ſon axe; le Soleil & ſon Tourbillon font enſemble une maſſe fluide totale, & n'ont qu'un même plan pour leur équateur, que les Planetes principales ne quitteroient jamais ſi leur figure étoit parfaitement ſphérique, ou que leur axe de rotation fût perpendiculaire ſur le plan de l'équateur ſolaire.

Mais il en eſt autrement d'un Tourbillon particulier, par exemple, de celui de la Terre; car enclavé comme il eſt dans le grand Tourbillon general, il n'a pas la liberté de tourner avec une égale facilité dans toutes les diſtances de ſes couches autour de l'axe de la Planete qu'il environne, ainſi qu'il le feroit s'il étoit dehors & indépendant du grand Tourbillon; mais il n'eſt pas malaiſé de concevoir que les couches proches de l'extrémité du Tourbillon terreſtre, s'accommodent inſenſiblement au courant du grand Tourbillon, comme du plus fort, pendant que les couches interieures & bien proches de la ſurface de la Terre conſervent la direction autour de ſon axe de rotation; c'eſt pourquoi les couches d'entre deux, participant de l'un & de l'autre de ces deux effets, auront chacune leur propre direction, les plus éloignées ſe conformant plus à la direction de l'écliptique, ou plûtôt de l'équateur du

Soleil, & les moins éloignées à la direction de l'équateur de la Terre, selon la differente distance de chacune.

§. CI.

De-là nous voyons la raison pourquoi la Lune, quand même elle seroit supposée parfaitement spherique, doit se tenir si près de l'écliptique, que son orbe n'incline sur celle-ci que de 5 degrés, au lieu que l'équateur de la Terre fait avec l'écliptique un angle de 23 $\frac{1}{2}$ degrés. C'est que le courant du fluide du Tourbillon de la Terre prend sans doute dans la region de la Lune une direction que la Lune elle-même est obligée de prendre sur un plan bien moins élevé sur l'écliptique que sur l'équateur de la Terre, marque certaine que la Lune elle-même est fort proche des confins du Tourbillon terrestre.

Si la region de la Lune étoit beaucoup au-dessous de celle qu'elle occupe presentement, ou que le Tourbillon de la Terre s'étendît beaucoup au de-là des termes que lui a prescrits la Nature, nous verrions peut-être que l'orbe de la Lune seroit tout-à-fait sur le plan de l'équateur terrestre, ou en déclineroit fort peu.

§. CII.

Ma conjecture se fortifie considerablement par ce qu'on a observé sur les 5 Satellites de Saturne : c'est que les orbes ou les cercles des quatre premiers se trouvent tous sur un même plan qui est aussi le plan de son anneau; cette uniformité ne laisse pas douter un moment, que ce plan ne soit aussi exactement le plan de l'équateur de Saturne. Or le 5.me Satellite (qui a sa distance au centre de Saturne trois fois plus grande que celle du 4.me) circule sur un orbe, dont le plan décline beaucoup de celui des 4 premiers & de l'anneau, & s'éloigne moins de l'orbite de Saturne, que ne fait le plan commun de ceux-ci, puisque selon la supputation de M. Cassini (*Voyez les Mem. de 1717. p. 153 & 155.*) l'inclinaison veritable du cercle du 5.me Satellite par rapport à l'orbite de Saturne est de 13° 8', & l'inclinaison veritable des cercles des 4 autres Satellites & du plan de l'anneau avec l'orbite de Saturne est de 31° conformement à ce que donne M. Huguens pour l'obliquité de l'axe de Saturne (*V. Cosm. p. 108.*) la difference est de

de 17° 52′, dont le cercle du 5.me Satellite s'écarte moins de l'orbite, que les cercles des autres & l'anneau.

Que doit-on conclure de tout cela ? ſinon que le Tourbillon particulier de Saturne s'étend conſiderablement au de-là de ſon 5me Satellite, mais non pas tant que la direction du fluide dans la region de ce Satellite ne commence déja à pencher vers la direction de l'orbite même de Saturne peu differente de la direction du grand Tourbillon, l'angle de leurs plans n'étant que d'environ 6 degrés.

Si ſuivant la conjecture de M. Huguens *(Coſmoth. p. 99.)* il y avoit encore d'autres Satellites autour de Saturne, que le temps découvrira peut-être, ſur-tout entre les deux extrêmes qui laiſſent entre eux un intervalle trop grand pour avoir une juſte proportion avec les intervalles des autres, il n'y a pas à douter que le cercle de celui qui ſeroit entre le 5me & le 4me, n'eût une inclinaiſon avec l'orbite de Saturne moyenne entre 13° 8′ & 31°; comme au contraire un Satellite plus éloigné que le cinquiéme ne manqueroit pas à coup ſûr d'avoir ſon inclinaiſon moindre que 13° 8′.

§. CIII.

J'avouë cependant qu'une cauſe accidentelle qu'on ne prévoit pas, pourroit démentir en apparence ma conjecture touchant un ſixiéme Satellite qui ſeroit entre les deux extrêmes, pouvant arriver que l'inclinaiſon de ſon cercle ſe trouvât hors des inclinaiſons des deux cercles voiſins. Nous en avons un exemple viſible dans le ſecond Satellite de Jupiter, dont le cercle décline un peu de ceux des trois autres, chacun deſquels circule autour de Jupiter dans un plan commun & parallele aux bandes de cette Planete, ce que feu M. Caſſini a obſervé le premier (V. les Mem. depuis 1666 juſqu'à 1699. Tom. VIII.) quoique ſans déterminer alors de combien l'inclinaiſon du ſecond differoit de celle des trois autres Satellites.

La verité de ce Phénomene extraordinaire fut confirmée enſuite par les obſervations de M. Maraldi (V. Mem. de 1729. p. 399.) en vertu deſquelles il donne 4° 33′ à l'inclinaiſon du cercle du ſecond Satellite à l'égard de l'orbite de Jupiter, & la fait d'un degré & demi plus grande que celle des autres.

Pour rendre quelque raiſon plauſible de la bizarrerie de ce phénomene, je remarque que Saturne & Jupiter, à cauſe de l'énorme groſſeur de leur corps par rapport à la Terre, doivent avoir auſſi leurs Tourbillons particuliers d'une étenduë beaucoup plus vaſte que celui de la Terre, tellement qu'à une diſtance aſſés grande depuis la ſurface de ces gros corps, la direction du mouvement de leurs Tourbillons ne ſouffre point d'alteration ſenſible par l'influence du Tourbillon general, mais qu'ils ſont obligés de ſuivre la direction commune du mouvement de rotation de ces deux Planetes, comme le Tourbillon general lui-même ſuit la direction de la rotation du Soleil.

C'eſt ce qui fait, comme je l'ai déja expliqué, que les quatre premiers Satellites de Saturne & ſon Anneau circulent ſelon le plan de ſon équateur, le ſeul cinquiéme s'en écartant, parce qu'il eſt à une diſtance où le Tourbillon de Saturne commence à être déréglé un peu par l'action du grand Tourbillon ſolaire. Le Tourbillon de Jupiter ayant ſans doute la plus grande étenduë entre tous les Tourbillons particuliers, il faut convenir que tous ſes quatre Satellites ſont compris dans un eſpace autour de lui, juſqu'où l'action du Tourbillon Solaire ne ſçauroit pénetrer, puiſque le plus éloigné des Satellites, auſſi-bien que le premier & le troiſiéme, circule exactement ſelon le plan prolongé de l'équateur de Jupiter. Ainſi je penſe que de ce que le ſecond Satellite décline ſeul de l'équateur de Jupiter, on ne peut pas donner pour cauſe celle qui fait décliner le cinquiéme Satellite de Saturne de la direction commune de ſes compagnons.

§. CIV.

C'eſt pourquoi il faut recourir à une cauſe accidentelle, qui agiſſe en particulier ſur le ſecond Satellite de Jupiter, ſans que cette cauſe regarde les trois autres : mais je n'en trouve point de plus ſimple ni de plus naturelle que celle-là même qui fait dériver les Planetes principales de la direction du grand Tourbillon, qu'elles prendroient ſi elles étoient parfaitement ſpheriques.

Il n'y a donc qu'à dire que les Satellites de ces deux grandes Planetes ſont apparemment des Globes parfaits, excepté le ſecond de Jupiter, qui peut bien être ſpheroïde ou moins globe que les

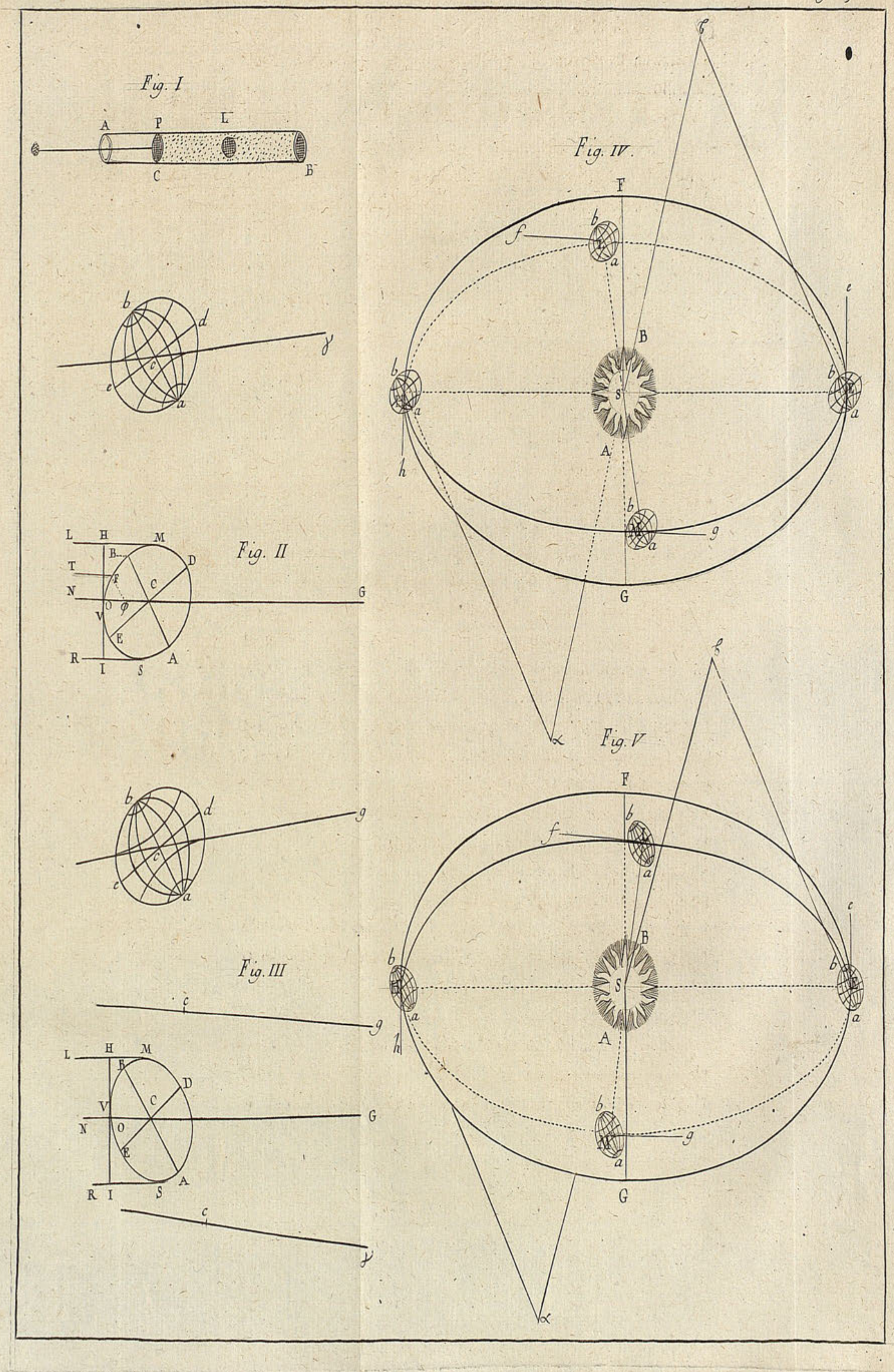
trois autres; raiſon ſuffiſante pourquoi ſon cercle autour de Jupiter décline un peu de l'équateur de cet Aſtre, pendant que les trois autres obſervent exactement (à cauſe de leur ſphericité) en circulant la ſituation commune avec le plan de l'équateur, ſans ſouffrir aucune déviation ſenſible, qui par cela même ſont vrai-ſemblablement des globes parfaits, à l'imitation des quatre premiers Satellites de Saturne.

Je ne décide rien ſur la figure du cinquiéme ni ſur celle de la Lune (que M. Newton dans ſes Princ. Natur. Part. III. prop. 38, fondé ſur l'hypotheſe d'attraction prend pour un ſpheroïde oblong, dont il veut que l'axe ſe dirige toûjours vers la Terre) ayant déja fait voir que l'inclinaiſon de leurs orbes peut avoir lieu, quand même ces deux corps ſeroient parfaitement ſpheriques, ſçavoir parce qu'ils ſe trouvent ſi avant vers les extremités des Tourbillons de Saturne & de la Terre où la direction de leurs cours peut être alterée par la violence du grand Tourbillon Solaire, dont la direction eſt differente de la leur.

FIN.

Fautes à corriger.

Page 22. §. *XXXII. lig. prem.* l'mpoſſibilité, *liſés,* l'impoſſibilité.
Page 52. lig. antepenult. compoſans, *liſés,* comparans.
Page 67. §. *LXXV. lig. 16.* l'a fait, *liſés,* la fait.


Fig. I
A
P
L
C
B
b
d
c
e
a
γ
Fig. II
L
H
M
B
D
T
F
N
G
C
O
φ
V
E
R
I
S
A
b
d
g
c
e
a
Fig. III
c
g
L
H
M
B
D
C
V
G
N
O
E
R
I
S
A
c
γ
Fig. IV
F
b
f
a
e
B
b
S
b
a
a
A
h
b
g
a
G
α
Fig. V
F
b
f
a
e
B
b
S
b
a
a
A
h
b
g
a
G
α

RECHERCHES PHYSIQUES ET ASTRONOMIQUES

SUR LE PROBLEME PROPOSE' POUR LA SECONDE FOIS

Par l'Academie Royale des Sciences de Paris.

Quelle est la cause physique de l'inclinaison des Plans des Orbites des Planetes par rapport au plan de l'E'quateur de la revolution du Soleil autour de son axe; Et d'où vient que les inclinaisons de ces Orbites sont differentes entre elles.

PIECE DE M. DANIEL BERNOULLI,
DES ACADEMIES DE PETERSBOURG, DE BOLOGNE, &c.
& Professeur d'ANATOMIE & de BOTANIQUE en l'Université de Bâle.

Qui a partagé le Prix double de l'année 1734.

Traduite en François par son Autheur.

PREFACE.

J'AY fait cette traduction à la priere de quelques-uns de mes amis de Paris, à qui je dois toutes sortes de déferences & de reconnoissance. Ceux qui voudront se donner la peine de la confronter avec l'original Latin, verront que si ce n'est pas une traduction de mot à mot, au moins j'ai gardé le sens de chaque periode : mais j'ai fait quelques petites additions ou éclaircissements, dont j'ai pû me passer avant que j'aye sçû que je pourrois avoir d'autres lecteurs que M.rs les Juges. Ces additions sont distinguées du corps de la piece par deux parentheses de cette forme [...] qui les renferment.

Je prie ici le lecteur, de ne point trouver mauvais le stile que j'ai affecté en parlant de mon pere : je m'en suis servi pour me cacher davantage aux Academiciens.



RECHERCHES
PHYSIQUES
ET ASTRONOMIQUES

SUR LE PROBLEME PROPOSÉ
POUR LA SECONDE FOIS

Par l'Academie Royale des Sciences de Paris.

Virtutum pretium in ipsis est, & rectè facti merces est fecisse.

---

§. I. LE Probleme que l'illustre Academie propose, a deux parties; l'une regarde l'inclinaison, ou la non-coincidence des Orbites celestes avec l'Equateur solaire; l'autre a pour objet la diversité de ces inclinaisons. Nous considererons l'une & l'autre en même temps, notre systême ne permettant pas qu'on les sépare.

§. II. On voit par la maniére même, en laquelle l'Académie a énoncé son Problême, qu'elle présuppose y avoir une liaison entre les Orbites des Planetes & l'Equateur du Soleil, qui tende à les mettre dans un plan commun, & que sans une raison particuliere les Orbites planetaires seroient tout-à-fait dans le même plan avec l'Equateur solaire.

Cela m'a de même toûjours paru fort vrai-semblable; car pourroit-on, pour ne point alléguer d'autres raisons, attribuer à un pur hazard le peu d'inclinaison de toutes ces Orbites au plan de l'Equateur solaire? Ou si cela pouvoit paroître encore douteux [vû le peu de précision & de certitude dans la position de l'Equateur solaire] du moins ne pourra-t-on pas disconvenir que les Orbites planetaires ne tendent vers un plan commun, puisque

ſans cela il auroit été moralement impoſſible, que les Orbites fuſſent renfermées dans des limites auſſi ſerrées qu'elles le ſont. Ceci étant, il eſt fort probable que ce plan de commune tendance eſt le même que celui de l'Equateur ſolaire, celui-ci étant le ſeul dans lequel on puiſſe trouver quelque raiſon capable de produire un tel Phénoméne.

Cela poſé, il s'agit de trouver une raiſon phyſique, qui faſſe pencher & approcher les Orbites celeſtes vers l'Equateur du Soleil, & de déterminer pourquoi ces Orbites ne ſont point tout-à-fait, ni dans le plan dudit Equateur, ni dans un plan commun.

§. III. Avant que d'entreprendre ces deux points, il ne ſera pas hors de propos d'examiner plus particuliérement ce que nous avons poſé en fait; ſçavoir, *que les Orbites céleſtes s'approchent de trop près pour ne point affecter quelque plan commun ſitué au milieu d'elles, & que ce n'eſt que par une circonſtance particuliere, que les mêmes Orbites ne ſont pas entiérement unies dans un même plan.* Sans cet examen, on pourroit attribuer à un hazard le Phénoméne, qui fait le ſujet de notre queſtion, & regarder tout notre raiſonnement comme ſuperflu, ou peut-être même chimérique.

Voici comme je m'y prendrai: Je chercherai de toutes les Orbites planetaires, les deux qui ſe coupent ſous le plus grand angle, après quoi je calculerai quelle probabilité il y a, que toutes les autres Orbites ſoient renfermées par hazard dans les limites de ces deux Orbites. On verra par-là que cette probabilité eſt ſi petite, qu'elle doit paſſer pour une impoſſibilité morale.

§. IV. Après avoir comparé chaque Orbite avec chacune, & calculé les angles, ſous leſquels elles s'entrecoupent, j'ai trouvé ſe couper ſous le plus grand angle l'Orbite de Mercure, & celle de la Terre ou l'écliptique: car leurs plans font un angle de 6° 54': pendant que l'Orbite de Saturne ne fait, avec celle de Mercure, qu'un angle de 6° 24'; & l'Orbite de Jupiter, encore avec celle de Mercure, un angle de 6° 8'. Toutes les autres Orbites, de quelque maniére qu'on les combine, ſe coupent ſous des angles beaucoup plus petits. Je parle ici des Orbites des Planetes principales.

[Il eſt facile de voir qu'on peut trouver leſdites interſections par la ſimple Trigonométrie; car comme on connoît les nœuds des Orbites, auſſi-bien que leurs inclinaiſons avec l'écliptique, on aura dans

dans un triangle ſphérique pour baſe donnée la diſtance des nœuds, & les deux angles autour de la baſe ſeront connus par les angles d'inclinaiſon des Orbites avec l'écliptique. De-là on trouvera l'angle oppoſé à la baſe qui fait l'angle d'interſection des deux Orbites : ainſi, par exemple, on trouve l'angle, ſous lequel les Orbites de Saturne & de Mercure ſe coupoient l'an 1700, en conſidérant que, ſuivant Kepler, on avoit alors le nœud aſcendant de Saturne dans le 22° 49′ du *Cancer*, & celui de Mercure dans le 14° 47′ du *Taureau :* la diſtance des nœuds eſt donc ici de 68° 2′, qui fait la baſe du triangle. Et, ſuivant le même Auteur, l'Orbite de Saturne coupe l'écliptique ſous un angle de 2° 32′, & celle de Mercure ſous un angle de 6° 54′. On a donc les angles autour de la baſe de 2° 32′, & 173° 6′ : & cherchant de-là l'angle oppoſé à la baſe, on le trouve de 6° 24′ ; comme nous l'avons marqué. Au reſte on voit bien que les nœuds étant différemment mobiles, les angles d'interſection des Orbites doivent être variables ; mais cela n'eſt ici d'aucune importance.]

Je m'imagine donc toute la ſurface ſphérique ceinte d'une zone, ou eſpece de Zodiaque, de la largeur de 6° 54′ (car telle eſt la plus grande inclinaiſon de l'Orbite de Mercure avec l'écliptique.) Cette zone contiendra à peu-près la dix-ſeptiéme partie de la ſurface ſphérique. Si l'on conſidere donc les Orbites planetaires comme placées par un pur hazard, il ſera queſtion de déterminer quel degré de probabilité il y a pour que toutes les Orbites tombent dans une zone donnée de poſition, faiſant la dix-ſeptiéme partie de toute la ſurface ſphérique. Mais la poſition elle-même de la zone ſe détermine par une des Orbites, quelle qu'elle ſoit, puiſqu'elles ne different gueres entre-elles ; ce qui fait qu'il n'y a plus que cinq Orbites qui entrent en ligne de compte : cela poſé, on trouvera par les regles ordinaires, le nombre des cas, qui faſſent tomber les 5 Orbites dans ladite zone, au nombre des cas contraires, comme 1 à $17^5 - 1$; c'eſt-à-dire, comme 1 à 1419856.

[Je ne donne pas à cette méthode toute la préciſion géometrique, ce que le Lecteur n'aura pas manqué de remarquer ; mais je m'en ſuis contenté, parce qu'il ne s'agit ici que d'avoir quelque idée générale de la choſe. Un nombre conſidérablement plus grand ou plus petit, ne nous feroit pas enviſager autrement le point

de la queſtion. On voit pourtant aſſés que notre proportion ne peut être fort éloignée de la véritable. Mais, me demandera-t-on, quelle eſt donc la véritable ? Je réponds à cette demande, qu'on ne ſçauroit la déterminer à cauſe du mouvement des nœuds qui changent à tout moment les limites des Orbites : j'ai donc ſimplement conſidéré une zone, hors de laquelle aucun point des Orbites, quoique changeantes de poſition, ne ſorte jamais, & j'ai comparé cette zone avec la ſurface de la ſphére, dont elle fait à peu-près la dix-ſeptiéme partie, tantôt plus, tantôt moins, à cauſe de la variabilité des limites. Dans cette zone il n'y a aucun point, qui ne ſoit ſujet à être touché par une des Orbites ; & hors de la même zone, il n'y a aucun point qui puiſſe jamais l'être ; d'où l'on voit aſſés le fondement de ma ſolution. Si tous les nœuds étoient conſtamment dans un même point commun, il auroit fallu avoir égard au plus grand angle d'interſection de 2 Orbites que nous avons vû être de 6° 54′ : & comme cet angle auroit pû aller juſqu'à 90°, ſi le hazard l'avoit formé, il faudroit comparer ces deux angles, & dire que le premier fait environ la treiziéme partie du ſecond ; d'où l'on tireroit le degré de probabilité (pour qu'aucune des Orbites ne fît avec une autre Orbite un angle plus grand que de 6° 54′) égal à 1 : ($13^5 - 1$,) qui donne une proportion environ quatre fois plus grande, que dans la premiere ſolution ; ſçavoir, celle de 1 à 371292. Enfin, la meilleure maniére de calculer le degré de probabilité, ſeroit de conſidérer le plan au milieu des Orbites (qui, ſelon toutes les apparences, eſt le plan même de l'Equateur ſolaire) avec lequel chaque Orbite, quoique mobile, fait ſans doute un angle conſtant, ou preſque conſtant. Si ce plan étoit donné de poſition, il faudroit calculer quelle Orbite fait le plus grand angle avec ce plan, & quelle eſt la grandeur de cet angle : & comme dans l'hypotheſe des Orbites fortuitement placées cet angle auroit pû monter juſqu'à 90 degrés, on auroit encore eu à conſidérer le rapport dudit angle avec celui de 90°, &, poſé ce rapport être de 1 à m, le degré de probabilité cherché, ſeroit maintenant comme 1 à $m^6 - 1$. Je mets ici l'expoſant 6 au lieu de 5, que j'ai mis dans les deux exemples précédens, parce que le terme fixe n'eſt pas ici une des Orbites, mais l'Equateur ſolaire. Cette méthode me paroîtroit la plus juſte de toutes, ſi la détermination

de l'Equateur ſolaire étoit un peu plus certaine; ſuivant ce que M. Caſſini rapporte dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris de l'année 1701, c'eſt l'Orbite de la Terre qui fait le plus grand angle avec l'Equateur ſolaire, & cet angle doit être de 7° 30', cela donneroit $m = 12$, & $m^6 - 1 = 2985983$. Si donc toutes les Orbites étoient placées fortuitement par rapport à l'Equateur ſolaire, il y auroit à parier 2985983 contre 1, qu'elles n'en ſeroient pas toutes ſi proches. Toutes ces méthodes quoique fort différentes, ne donnent pas des nombres extrémement inégaux. Cependant je m'attacherai au nombre donné en premier lieu, & n'ai fait cette addition que dans le deſſein de faire voir au Lecteur quel fond on y peut faire.]

§. V. Quelques-uns trouveront peut-être à redire à cette méthode : je m'en étois moi-même d'abord fait une autre : cependant tout bien conſidéré, je lui ai préféré celle que j'ai expoſée en premier lieu. Je ne m'arrêterai pourtant pas à l'affermir, pour ne me pas éloigner davantage de notre propos principal.

Cependant, pour mieux faire ſentir le ridicule qu'il y auroit d'attribuer à un pur hazard la poſition ſerrée des Orbites, nous comparerons la queſtion des ſix Orbites avec celle d'une ſimple interſection. Je dis donc que cette poſition des Orbites eſt moins probable, que ne ſeroit celle de deux Orbites qui doivent ſe couper ſous un angle plus petit, que d'un quart de ſeconde [car puiſque l'angle de 90° eſt à l'angle de 15''', comme 1296000 à 1, il n'y a ici que 1295999 cas contre un, au lieu que là nous avons trouvé y en avoir 1419856 contre 1 :] or ſi par exemple la Nature n'avoit donné à l'Ecliptique qu'un angle de 15''' d'inclinaiſon par rapport à l'Equateur de la Terre, ſuppoſant que l'habileté des hommes eût pû arriver à meſurer de tels angles, quelqu'un auroit-il pu croire que cela ſe fût fait par pur hazard, ſans qu'il y eût la moindre liaiſon entre l'Ecliptique & ledit Equateur ? Mais ſi nous faiſons encore attention aux Satellites de Jupiter & de Saturne, qui, de même que les Planetes principales, font leur courſe preſque dans un plan commun (excepté le dernier Satellite de Saturne, qui par une raiſon particuliere, que notre théorie même indiquera, n'a pas tout-à-fait cette loi) il ne pourra plus reſter le moindre ſcrupule ſur cette matiére ; & qui n'eſt pas dans ce ſentiment, doit

rejetter toutes les vérités, que nous connoiſſons par induction. Revenons à notre ſujet principal.

§. VI. Nous avons dit, qu'il y a un plan qui doit avoir quelque rapport avec les Orbites des Planetes, dans lequel ces Orbites tâchent de ſe réünir ; que ce plan eſt ſitué au milieu des Orbites, & enfin qu'il eſt, ſelon toutes les apparences, le même que celui de l'Equateur ſolaire, tant parce que le plan de cet Equateur traverſe effectivement le milieu des Orbites, autant qu'on en peut juger par les obſervations faites ſur les taches du Soleil, que parce que c'eſt le ſeul plan qui puiſſe fournir une raiſon phyſique de ce point. Après quoi nous avons ajoûté, qu'il doit y avoir une circonſtance particuliere, par rapport à laquelle les Orbites planetaires peuvent n'être pas entiérement unies dans le plan de l'Equateur ſolaire, ou dans un plan commun. C'eſt dans ces deux points que conſiſte principalement la queſtion propoſée. Je ſens donc, que pour ſatisfaire à la demande de l'Académie, je dois premiérement montrer, ce qui peut avoir tiré les Orbites planetaires ſi près de l'Equateur ſolaire ; & en ſecond lieu, pourquoi ces Orbites ne ſont pas entiérement unies avec le même Equateur.

§. VII. Je ſuis perſuadé, que tous les corps céleſtes ont leur atmoſphére, & quoique M. Huguens n'en ait point voulu accorder à la Lune par pluſieurs raiſons qu'il a alleguées, je crois pourtant que cette opinion eſt maintenant généralement bannie : car pluſieurs Phénoménes en prouvent abſolument la fauſſeté. Il eſt vrai que la matiére, qui fait les différentes atmoſpheres, peut être différente, comme d'être plus denſe, ou plus rare : il eſt pourtant à préſumer que toutes les atmoſpheres ont des propriétés ſemblables. Comme je ſuis aſſuré, toutes choſes bien conſidérées, que c'eſt de l'atmoſphere qui environne le Soleil, qu'il faut tirer la ſolution de notre Problême, il ne ſera pas hors de propos d'indiquer ici les propriétés principales de l'atmoſphére de la Terre, pour les appliquer à celle du Soleil.

L'air, qui fait l'atmoſphére de la Terre, eſt un fluide peſant vers le centre de la Terre, élaſtique, & par conſéquent de différentes denſités dans les endroits plus ou moins élevés.

La denſité de l'air diminue ſi fortement, qu'il doit être d'une rareté incompréhenſible dans la region de la Lune, s'il eſt vrai qu'il

y atteigne : car la denſité eſt diminuée environ de la moitié à chaque lieuë d'Allemagne d'élevation; de ſorte que la denſité de l'air près la ſurface de la Terre étant exprimée par 1, elle ſera dans la region de la Lune moindre que $\frac{1}{50000}$; l'atmoſphére de la Terre ne peut pourtant que s'étendre à l'infini, à moins qu'elle ne ſoit environnée & retenue par un autre fluide élaſtique; & elle l'eſt, comme je préſume, par l'atmoſphére ſolaire; les limites de l'atmoſphére de la Terre ſeront là où ſes élaſticités ſont égales à celle de l'atmoſphére du Soleil : on peut donc douter, ſi l'atmoſphére de la Terre va juſqu'à la region de la Lune ou non. Je ſuis porté à croire, qu'elle ne s'étend pas ſi loin, à cauſe de l'exceſſive rareté que l'air y devroit avoir, qui ſurpaſſe toute imagination : il y a deux autres circonſtances qui m'en diſſuadent. C'eſt premiérement la trop grande inclinaiſon de l'Orbite de la Lune avec l'Equateur de la Terre, qui ſans doute ſeroit beaucoup moindre, ſi la Lune étoit environnée de l'atmoſphére de la Terre, comme je tâcherai de faire voir ci-deſſous; la ſeconde eſt, que la Lune nous montre toujours la même face,

La denſité de l'air eſt encore diminuée par le chaud, & augmentée par le froid, & enfin l'air eſt mû autour de l'axe de la Terre avec la même vîteſſe, ou ſenſiblement telle que la ſurface : car ſans cela nous ne manquerions pas de ſentir un vent continuel d'Orient en Occident, mais un vent incomparablement plus fort que dans les plus grandes tempêtes : cela eſt clair, puiſque chaque point de l'Equateur fait dans une ſeconde de temps, par la révolution diurne de la Terre, un eſpace de plus de mille quatre cens pieds; & que les vents les plus impetueux font à peine cinquante pieds dans une ſeconde, & c'eſt non-ſeulement à la ſurface de la Mer, que l'air ſe meut enſemble avec la Terre, avec la vîteſſe marquée; mais la même choſe arrive encore ſur les pointes des plus hautes montagnes ouvertes de tous côtés, comme ſur celle du Pic dans l'Iſle de Ténériffe.

Il eſt encore facile de démontrer, que toute l'atmoſphére depuis la ſurface de la Terre juſques dans ſes plus hauts endroits, ne manqueroit pas de faire le tour dans 24 heures de temps, ſi ſon mouvement n'étoit point empêché par le frottement de ſa ſurface contre l'atmoſphére ſolaire. Ce frottement & empêchement, qui ſe fait

vers la surface, influë jusques sur la surface de la Terre dans toute l'atmosphére, & fait que ses différentes couches font leur révolution en différents temps. C'est M. Jean Bernoulli, qui nous a montré les véritables loix de ce mouvement pour toutes les hypotheses par rapport aux variations des densités, dans sa belle Dissertation, que l'Académie a couronnée du Prix de l'an 1730, digne de cette glorieuse récompense.

[Ce que j'ai allegué ci-dessus touchant l'énorme diminution des densités de l'air, qui s'éloigne davantage de la surface de la Terre, est presque generalement reçû par les Geométres, & ils se fondent sur ce que les densités de l'air sont toûjours proportionnelles aux forces qui les compriment, d'où ils concluent que les distances depuis la surface de la terre croissant arithmetiquement les densités doivent décroître geométriquement; c'est-à-dire, que (la densité de l'air à la surface de la mer étant $=1$ la hauteur verticale par-dessus cette surface $=x$, la densité de l'air qui répond à cette hauteur $=y$) l'équation entre les hauteurs verticales des lieux, & les densités de l'air doit être celle-ci $log. \frac{1}{y} = \frac{x}{a}$, la valeur de a, disent-ils, se trouvant par une expérience: ainsi, par exemple, si le Barometre est supposé tomber de sa $\frac{1}{336}$ partie en l'élevant depuis la surface de la Mer de 63 pieds, on obtiendra à peu près $a = 335 \times 63 = 21105$. Et si de-là on veut sçavoir quelle seroit la hauteur verticale où la densité de l'air seroit $= \frac{1}{2}$, on la trouve environ égale à 14600 pieds: au lieu de cette quantité, j'ai mis une lieuë d'Allemagne, quoique beaucup plus grande, pour ne point paroître avoir voulu exagerer la chose. C'est-là le raisonnement le plus commun des Géometres, que j'ai voulu suivre, parce qu'il ne s'agit pas ici de trouver des nombres exacts, & que je n'ai pas eu le temps, lorsque je composois cette Piéce, d'entrer dans des détails, étant près de mon départ de Petersbourg; je ne l'approuve pourtant pas, ni ne l'approuvois alors, sçachant bien dès-lors, qu'il ne répond pas assés bien aux expériences qu'on a faites sur cette matiére, & que l'on y néglige plusieurs points très-essentiels; Sçavoir, 1°. La diminution de la pesanteur en s'éloignant de la surface de la Terre: c'est un point que M. Newton n'a pas manqué de considérer dans le *Liv. 2. prop. 22. des princip. Math.* mais qui n'est pas de con-

ſéquence pour les petites hauteurs, telles que ſont celles des montagnes par-deſſus la ſurface de la Mer, de ſorte que ce n'eſt pas à cette raiſon, qu'il faut attribuer le trop peu de conformité entre le calcul expoſé & les expériences faites par les Phyſiciens. 2°. La diverſité des forces centrifuges des parties de l'air contraires à leur peſanteur. Ce point eſt, de même que le premier, ſans grande conſéquence pour les hauteurs médiocres. 3°. La diverſité de chaleur, tant dans les différentes parties des mêmes couches, que dans les différentes couches; car l'augmentation de chaleur dilate auſſi bien l'air, que la diminution des forces qui le compriment. Je m'aſſure que c'eſt ici la ſeule raiſon qui fait différer ſi ſenſiblement les expériences d'avec l'hypotheſe communément reçûë. On voit par-là combien il eſt difficile de donner une méthode exacte pour calculer la diminution des denſités de l'air : ce que je dis ci-deſſous de l'atmoſphére du Soleil (§. IX.) ſervira à éclaircir davantage cette matiére, mais je la traiterai un peu plus en détail dans un Ouvrage hydrodynamique, que je compte de publier au premier jour.]

§. VIII. De ces propriétés que nous connoiſſons de l'atmoſphére de la Terre, nous concluerons que le Soleil eſt de même environné d'un fluide pareil à notre air, peſant vers le centre du Soleil, doué d'une force élaſtique, qui ſans doute ſe renforcera, la chaleur du Soleil étant augmentée; ce fluide aura donc auſſi ſes différentes denſités dans ſes différentes diſtances de la ſurface du Soleil, tellement que s'il y avoit par tout un même degré de chaleur, & que la peſanteur fût auſſi en tous lieux la même, les denſités deviendroient proportionnelles aux appliquées d'une logarithmique, les diſtances depuis la ſurface du Soleil etant exprimées par les abſciſſes : mais comme l'un & l'autre décroiſſent en s'éloignant du Soleil, les variations des denſités ſuivront une autre loi, que nous allons examiner ci-deſſous.

L'atmoſphére ſolaire s'étendra tant que ſon élaſticité devienne égale à celle d'une autre atmoſphére, que nous ne connoiſſons pas, dans laquelle la ſolaire peut être enveloppée, comme l'atmoſphére de la Terre l'eſt dans celle du Soleil.

Enfin, la remarque la plus eſſentielle pour notre deſſein eſt; que ce fluide ſolaire doit neceſſairement faire ſes révolutions autour

de l'axe du Soleil, & même que toutes ſes parties ne manqueroient pas de faire le tour enſemble avec le Soleil dans 25 $\frac{1}{2}$ jours de temps, ſi le mouvement n'étoit pas empêché dans les limites de l'atmoſphére : cet empêchement fera que les temps périodiques de la matiere croîtront vers les limites. Je préſume pourtant que malgré cette diminution de mouvement, les vîteſſes (qui ſans cela ſuivroient la proportion des diſtances de l'axe du Soleil) ne laiſſent pas d'être plus grandes, quand les diſtances dudit axe ſont plus grandes.

§. IX. Quant à la methode de trouver les différentes denſités de l'atmoſphére dans différens lieux, je ne crois pas qu'on puiſſe les connoître parfaitement, les choſes qui déterminent le Problême nous manquant.

Nous nous contenterons d'en avoir quelque legere idée ; en choiſiſſant les hypotheſes les plus probables. Poſons que la peſanteur vers le centre du Soleil ſuive la raiſon réciproque des quarrés des diſtances du même centre : que les denſités du fluide ſoient par tout en raiſon directe des poids de l'atmoſphére qu'il ſoutient, & en raiſon réciproque de ſa chaleur : que la chaleur ſuive, de même que la peſanteur, la raiſon réciproque des quarrés des diſtances du centre du Soleil, & enfin que les meſures des élaſticités ſoient les poids qu'elles ſoûtiennent.

Après ces hypotheſes, nous nommerons le rayon du Soleil r; la diſtance d'un endroit donné au centre du Soleil $= x$. Nous marquerons la denſité de l'air, ſon élaſticité & ſa chaleur, telles qu'elles ſont à la ſurface du Soleil par l'unité : la denſité qui convient à l'endroit propoſé $= D$, & l'élaſticité pour le même endroit $= E$. Nous aurons de cette maniere en vertu des hypotheſes, *que la denſité eſt par tout proportionelle au poids de l'atmoſphére ſupérieure diviſé par la chaleur, ou bien à l'élaſticité diviſée par la chaleur, qui eſt* $\frac{rr}{xx}$.

$$D = \frac{Exx}{rr}.$$

Concevons l'atmoſphére compoſée d'une infinité de couches autour du centre du Soleil ; il eſt clair que $-dE$, qui marque la diminution infiniment petite de l'élaſticité qui répond à dx, ou à la différentielle de x; il eſt, dis-je, clair que dE ſera proportionnelle au poids de la couche correſpondante, dont la hauteur eſt dx : mais

mais ce poids eſt proportionnel au produit de la même hauteur dx, par la denſité D, & par la force de la peſanteur $\frac{rr}{xx}$; donc prenant n pour un nombre conſtant, on aura

$$-dE = \frac{nrrDdx}{xx}$$

& mettant dans cette équation pour D, ſa valeur trouvée tantôt, on obtient $dE = -nEdx$, dont l'intégrale eſt (déſignant par c le nombre qui a pour logarithme l'unité)

$$E = c^{n \times (r-x)}.$$

On voit par cette équation, que les élaſticités décroiſſent dans l'atmoſphére ſolaire, en s'éloignant du Soleil, de la même maniere qu'elles feroient, ſi la peſanteur & la chaleur étoient par tout les mêmes, qui ſont les deux hypotheſes, dont on ſe ſert pour trouver les variations des denſités de l'atmoſphére de la Terre, leſquelles hypotheſes pourtant ne ſont gueres convenables pour cet effet, comme M. Newton l'a auſſi obſervé. Si maintenant on ſubſtitue dans la premiere équation pour E ſa valeur trouvée, on aura cette équation finale

$$D = \frac{xx}{c^{n(x-r)}\,rr}.$$

§. X. Il ſuit de cette équation, que la plus grande denſité de l'atmoſphére ſolaire, n'eſt pas à la ſurface du Soleil, mais dans quelque autre endroit, qui peut être très-éloigné du Soleil : la raiſon phyſique en eſt, que l'atmoſphére ſe rarefie extrêmement par l'énorme chaleur qui regne autour du Soleil. L'endroit de la plus grande denſité eſt éloigné du centre de la quantité $\frac{2}{n}$, & on ne ſçauroit déterminer la valeur de n, tant qu'on ne peut trouver par une expérience en quelque endroit la denſité réelle de l'atmoſphére.

§. XI. Mais poſons, par exemple, que la plus grande denſité de l'atmotphére ſolaire eſt près de Venus, qui eſt éloigné du centre du Soleil d'environ cent cinquante rayons du Soleil : on aura $\frac{2}{n} = 150\,r$ ou bien $n = \frac{1}{75\,r}$: donc l'équation appliquée à ce cas, eſt

$$D = \frac{xx}{c^{(x-r):(75r)}\,rr};$$

ce qui marque les denſités de l'atmoſphére comme il ſuit :

Sur la ſurface du	Soleil	=	1
Dans la region de	Mercure	=	2200
	Venus	=	3000
	La Terre	=	2600
	Mars	=	1300
	Jupiter	=	0,40
	Saturne	=	0,000006

§. XII. Dans cette hypotheſe les denſités de l'atmoſphére ſolaire deviennent aſſés égales dans les regions de Mercure, de Venus, de la Terre & de Mars: mais autour de Jupiter, & ſur-tout autour de Saturne, la matiere deviendroit ſi rare, qu'elle ne pourroit plus produire aucun effet ſenſible. Il y a donc lieu de croire que l'endroit de la plus grande denſité eſt encore au-delà de la region de Venus. Si on la ſuppoſe être dans la region de Mars, alors les denſités ſeront dans cette proportion,

Sur la ſurface du	Soleil	=	1
Dans la region de	Mercure	=	4170
	Venus	=	8910
	La Terre	=	12300
	Mars	=	14400
	Jupiter	=	1310
	Saturne	=	15

§. XIII. Si la plus grande denſité eſt ſuppoſée être autour de Jupiter, l'atmoſphére ſolaire en devient encore beaucoup plus uniforme depuis Mercure juſqu'à Saturne: & cette poſition me paroît la plus probable: car comme un grand nombre de Phénoménes, communs à toutes les Planetes, me paroiſſent pouvoir ſe déduire de l'atmoſphére ſolaire, c'eſt très à propos que les denſités de cette atmoſphére peuvent, dans toute l'étendue des regions planetaires, n'être pas exceſſivement inégales, comme elles le ſont dans l'atmoſphére de la Terre ſous de médiocres différences de hauteur. Que l'on prenne dans notre atmoſphére ſeulement la hauteur d'un demi diametre de la Terre par-deſſus la ſurface de la Terre que nous habitons, on verra que l'air y doit déja être d'une rareté inconcevable.

§. XIV. Après avoir expoſé ce qui regarde l'atmoſphére ſolaire, je crois devoir dire ici, qu'il ne me paroît pas que cette at-

mosphére mûë autour de l'axe du Soleil, puisse faire toutes les fonctions que l'on attribue aux Tourbillons déferants, & que ce n'est pas elle par conséquent, qui retient les Planetes dans leurs Orbites : car dans un Tourbillon déferant, la densité de sa matiere doit être égale à la densité des corps, qui y nagent, comme M. Newton a fait voir : mais l'atmosphére solaire est, sans doute, partout incomparablement plus rare, que ne sont les corps célestes mûs autour du Soleil. Il y a une autre circonstance, qui me paroît démontrer entierement, que cette atmosphére n'a pas l'usage des Tourbillons déferants ; c'est que les vîtesses de la matiere, & du corps emporté par le Tourbillon, doivent être égales. Or par la Regle de Kepler le temps périodique d'une Planete, qui seroit près la surface du Soleil, feroit le tour environ dans trois heures, pendant que la matiere de l'atmosphére, qui touche le Soleil, a besoin de 25 jours & demi pour faire sa révolution, de même que l'atmosphére de la Terre, près sa surface, fait la sienne dans 24 heures de temps. Je n'entre pas ici dans l'examen, si cet argument n'est pas contraire au systême des Tourbillons en général, que je ne veux pas réfuter.

Il y a donc une autre cause qui retient les Planetes dans leurs Orbites, & qui contrebalance leur force centrifuge : cette cause, quelle qu'elle soit, pousse les corps vers le centre du Soleil, puisque les plans des Orbites passent par ce centre : Si l'on trouve que les Tourbillons déferants puissent rendre cet office aux Planetes, & à la Terre, je ne m'opposerai point qu'on établisse de tels Tourbillons, qui traversent l'atmosphére, & cela ne sera pas contraire à ce que j'ai dit, que l'atmosphére elle-même ne peut pas faire cette fonction : j'avoue pourtant, que même après avoir lû attentivement la Dissertation de M. Jean Bernoulli, que j'ai citée cidessus, il me reste encore plusieurs difficultés contre le systême des Tourbillons. Mais la grande pénétration de ce célebre Auteur, & sur-tout l'éminente autorité de l'Académie, dont il a peut-être emporté les suffrages jusques dans cette matiere, ne me permettent pas de dire mon sentiment avec confiance. Je souffrirai encore qu'on dise, que l'atmosphére mûë autour de l'axe du Soleil, est précisément le Tourbillon déferant des Planetes, s'il paroît aux autres que cela puisse être, quoiqu'à moi cela ne me paroisse pas.

Car l'hypothese dont j'ai besoin pour mon sistême, est une chose dont nous sçavons par expérience qu'elle existe, & n'est plus revoquée en doute; sçavoir, *qu'il y a une cause, que j'appellerai* pesanteur solaire, *qui contrebalance la force centrifuge, & qui pousse continuellement les Planetes & la Terre vers le centre du Soleil.*

§. XV. En cas qu'on voulût déduire la *pesanteur solaire* (comme quelques-uns l'ont fait par rapport à celle qui se fait vers le centre de la Terre) de la force centrifuge d'une matiere subtile mûe très-rapidement, & cela d'autant plus que la matiere est plus subtile & plus rare; j'ai cru, aussi-bien que quelques amis, à qui j'avois marqué mon sentiment, qu'on pouvoit faire quelque changement dans les sistêmes de Descartes & de Huguens. Mais je n'avois pas encore lû alors avec assés d'attention ce que quelques Sçavans ont publié pour accommoder & accorder la descente verticale des corps vers le centre de la Terre, avec l'hypothese d'un Tourbillon simple mû autour de l'axe de la Terre. Je ne laisserai pas de dire ici mon sentiment sur cette matiere. J'ai donc pensé, si l'on ne pourroit pas admettre plusieurs Tourbillons d'une matiere subtile, & même un nombre presque infini, mûs autour de differens axes, tous passans par le centre du Soleil. Car Descartes a déja conçû dans d'autres occasions la matiere subtile se traverser librement, & cela d'un sens contraire : outre cela, j'ai consideré que tous les Physiciens sont en ces temps-ci d'accord, que toutes les Planetes ont une pesanteur mutuelle qui pousse l'une vers l'autre : quand même on ne voudroit donc accorder qu'un Tourbillon autour de chaque Planete pour produire la pesanteur, on ne pourra pourtant nier que tous ces Tourbillons ne se traversent librement, & que la même chose arriveroit, si ces corps célestes étoient mille fois plus nombreux. Mais il y a encore une autre raison, qui m'induisoit à croire, que ce mouvement composé de plusieurs Tourbillons en tout sens, n'étoit ni absurde, ni impossible; c'est que les Physiciens conviennent, que la lumiere n'est autre chose qu'un mouvement très-rapide de petites spheres extrémement subtiles : cependant il est sûr par l'image renversée des objets qui se fait dans les chambres obscures, que tous les rayons de la lumiere, de quelque côté qu'ils viennent, quoiqu'ils se coupent en un point, ne laissent pas de se traverser librement sans se confondre;

& que chaque rayon fait le même effet, que s'il étoit seul. Tout cela me portoit à croire que l'on pouvoit, sans absurdité, supposer un grand nombre de Tourbillons d'une matiere subtile gravifique, se traversant librement & sur differens axes, qui passent tous par le centre du Soleil; & de cette maniere il n'y auroit aucune propriété connue de la pesanteur, soit de celle qui se fait vers le centre de la Terre, soit de celle que j'appelle solaire, qui ne coulât très-naturellement de cette hypothese. Mais comme cela n'appartient proprement pas à notre propos, je ne m'y arrêterai pas davantage.

§. XVI. Je viens à notre propos principal. Le mouvement de l'atmosphére solaire fait d'abord, en ne faisant point d'attention à la *pesanteur solaire*, que les corps tendent à faire leur course, ou dans l'Equateur du Soleil, ou dans un plan parallele : & si ces corps marchent obliquement, il arrivera que peu à peu ils s'accommoderont à ladite direction, mais pourtant sans la prendre jamais parfaitement, sinon après un temps infini. Les corps s'approcheront d'autant plus vîte de leur direction naturelle, que la matiere qui les environne est plus dense; que la difference des vîtesses des corps & de la matiere est plus grande; que les corps sont d'une matiere plus rare; & enfin, d'autant que ces corps sont plus petits.

La *pesanteur solaire* contraire & égale à la force centrifuge des corps celestes, fait d'ailleurs que ces corps ne peuvent se mouvoir que dans des plans qui passent par le centre du Soleil.

Il paroît donc, en considerant l'action de l'atmosphére, & la *pesanteur solaire* ensemble, que la direction naturelle & immuable des corps qui se meuvent autour du Soleil, doit être telle, qu'elle satisfasse aux deux points que nous venons d'exposer; ce qui ne peut se faire sans que les Orbites soient dans l'Equateur solaire. Si elles ne sont pas réellement dans cet Equateur, qui est leur situation naturelle & immuable, elles s'en approchent, & cela fort sensiblement, lorsqu'elles en sont beaucoup éloignées; mais au contraire avec une extréme lenteur, lorsque les mêmes Orbites se confondent presque avec ledit Equateur; aussi-bien n'y arrivent-elles tout-à-fait qu'après un temps infini. C'est-là la Nature des corps mûs dans des milieux, soit resistans, soit déferants. Ainsi,

par exemple, les corps, qui projettés dans le vuide, décrivent une parabole, font dans les milieux résistants une courbe, laquelle approche d'abord fort vîte d'une ligne verticale, sans pourtant jamais l'atteindre tout-à-fait.

§. XVII. Je me persuade donc qu'aux temps fort reculés, les corps qui se meuvent autour du Soleil, ont décrit des Orbites, faisant avec l'Equateur solaire, des angles beaucoup plus grands qu'ils ne font à present, & que ces angles ont varié beaucoup plus entre les differentes Orbites, que dans nos temps : mais que ces Orbites ont été réduites peu à peu dans les bornes étroites où elles sont à present, & qu'après un temps infini, elles se réüniront entierement dans un même plan, qui sera celui de l'Equateur solaire. Cela étant, nous avons satisfait en même temps aux deux poincts exposés §. VI, qui devoient faire le sujet de notre discours. Voici le précis de mon explication. L'action de l'atmosphére solaire, jointe à la *pesanteur solaire*, fait que les corps mûs autour du Soleil, tendent à se mouvoir dans le plan de l'Equateur solaire, & qu'ils s'en approchent de plus en plus. Ces approchemens étant fort sensibles, lorsque les Orbites font un grand angle avec l'Equateur solaire, & le Monde ayant été créé depuis très-long-tems, cela fait que les Orbites ne peuvent qu'être presque dans le plan dudit Equateur, & enfin la raison pour laquelle ces Orbites n'y sont pas entierement, est que cela ne peut arriver qu'après un temps infini.

§. XVIII. On auroit tort d'objecter ici, qu'il paroît par les plus anciennes observations, que les Orbites n'ont point changé de déclinaison : car il est à présumer que la matiere de l'atmosphére est si subtile, que les Orbites planetaires étant proches de l'Equateur solaire, un temps de plusieurs siécles n'y puisse produire un changement sensible. Il n'est pas sûr d'ailleurs, qu'on n'eût observé aucun changement, si l'on avoit été aussi exact du temps d'Hipparque à faire les observations Astronomiques, qu'on l'est à présent. On peut alleguer ici l'exemple de l'écliptique, dont la déclinaison a été observée il y a deux mille ans par Pythée de 23° 49′ 10″, qui aujourd'hui n'est que de 23° 29′; sur quoi merite d'être lu ce qu'il y a dans *l'Histoire de l'Académie Royale des Sciences de Paris, pour l'année 1716, pag. 48*. Je ne sçais pas assés quel fonds l'on peut faire sur les observations des anciens Astronomes : cependant

je ne crois pas qu'il y ait perſonne, qui ſoutienne encore les corps céleſtes n'être ſujets à aucuns changements : car le monde n'eſt pas depuis l'éternité, ni ne durera éternellement, ni ne demeurera enfin toûjours dans le même état, tant qu'il dure. On donne un mouvement aux nœuds & aux aphelies, *ce qu'auſſi-bien demande cette même théorie que je viens d'expoſer :* pourquoi ne voudroit-on pas accorder, que les Orbites planetaires puiſſent varier auſſi en s'approchant inſenſiblement de l'Equateur ſolaire ? Je ne crois pourtant pas que les Orbites prennent jamais des déclinaiſons contraires après être paſſées par le plan dudit Equateur ſolaire, mais qu'elles reſteroient toûjours dans cet Equateur, ſi elles y étoient une fois, & que c'eſt-là leur aſſiette naturelle & immuable : peut-être que les aphelies & les nœuds ont de même leurs limites, leſquelles s'ils avoient atteints, ils ne ſouffriroient plus aucun changement; & c'eſt ſans doute là la raiſon pourquoi ils ſe meuvent ſi lentement : car tout ce qui eſt près de ſon état, aſymptote & invariable, ne peut plus ſouffrir de changements fort ſenſibles; & ce qui tend depuis ſi long-temps vers ſon point d'invariabilité, ne peut qu'en être fort près. Les variations des Orbites que la Lune décrit, ſont d'une autre nature, & doivent ſe déduire d'une autre origine : car ces Orbites lunaires ont leurs limites de part & d'autre, qu'elles reprennent toûjours. Mais ſans doute que les périodes de ces variations & excurſions, ont auſſi leurs inégalités moindres à preſent qu'elles n'ont été autrefois, & qui enfin s'évanouiront entierement, de même que les irrégularités dans les Orbites planetaires. On peut noter ici que la Lune, quand même elle eſt ſuppoſée immédiatement environnée de l'atmoſphére ſolaire, n'en eſt pas traînée vers l'Equateur ſolaire : car autant qu'elle y eſt pouſſée depuis un nœud juſqu'à l'autre, autant en eſt-elle repouſſée dans ſon retour au premier nœud : mais je ne doute pas, que les Orbites lunaires ne s'approchent plûtôt de l'Equateur de la Terre, s'il eſt vrai que l'atmoſphére de celle-ci aille juſqu'à la Lune, ou ſi elle y a encore une denſité ſenſible, ce que j'ai pourtant de la peine à croire, préſumant que l'atmoſphére de la Terre finit avant que d'atteindre à la Lune, vû l'extrême rareté qu'elle doit déja avoir dans les hauteurs médiocres, comme j'ai dit §. VII. De-là on peut tirer la raiſon pourquoi les Orbites lunaires ne ſont fort proches ni de l'Equateur ſolaire, ni de celui de la Terre.

[Ce que j'ai allegué dans le present article sur les variations des nœuds & des aphelies, comme conformes à notre théorie, mérite bien quelque éclaircissement : le present systeme en sera rendu plus universel & plus plausible. Disons d'abord un mot sur les *nœuds solaires* ; j'appellerai tels dans la suite les intersections de l'Equateur solaire avec les Orbites planetaires. On voit assés, sans autre explication, que l'atmosphére solaire doit necessairement faire avancer ces *nœuds solaires :* elle fera avancer de même les aphelies, ce qu'on voit plus distinctement en s'imaginant les Orbites être extrémement excentriques. Les nœuds & les aphelies étant donc mobiles par rapport à l'équateur solaire, ils le seront aussi par rapport à l'écliptique, auquel nous les rapportons. Ainsi toutes les Orbites planetaires doivent être regardées comme mûës en avant dans l'ordre des signes celestes, & tant les nœuds que les aphelies, nous paroîtroient se mouvoir en cet ordre, si l'écliptique, ou l'orbite de la Terre ne varioit pas elle-même : mais les variations que l'orbite de la Terre subit pareillement, peuvent faire paroître les mouvements des autres Orbites, tout autres qu'ils ne sont, & même quelquefois contraires, selon les circonstances, ce qu'il ne sera pas difficile de comprendre pour ceux qui veulent se donner la peine de considerer cette affaire avec attention. C'est aussi sans doute le mouvement de l'Orbite de la Terre, qui fait que l'équateur coupe continuellement en d'autres points l'écliptique; d'où il faut tirer le mouvement des points équinoctiaux, qu'on croit faire le tour dans 25000 ans, ou environ.]

§. XIX. Il n'en est pas de même des atmosphéres de Jupiter & de Saturne, dans lesquelles je ne doute pas que les densités décroissent moins vîte, que dans celle de la Terre : car quoique l'on pose dans les atmosphéres de Saturne & de Jupiter, que les densités décroissent géometriquement pendant que les distances vont en progression arithmétique, comme cela est supposé ordinairement dans l'atmosphére de la Terre, il se peut pourtant que pendant qu'il faut une élevation d'une lieuë pour faire diminuer de la moitié la densité de l'air, il faille une élevation incomparablement plus grande pour obtenir un effet semblable dans les atmosphéres de Saturne & de Jupiter, & que de cette maniere les Satellites de l'une & l'autre Planete soient encore environnées d'une

d'une matiere assés dense, & cela d'autant plus facilement, que les Satellites ne sont pas extrémement éloignés de leurs Planetes par rapport aux diametres de celles-ci. On voit par-là, pourquoi tant les Satellites de Jupiter, que ceux de Saturne (en exceptant seulement de ceux-ci, le dernier, ou le plus haut) sont presque dans des mêmes plans de part & d'autre, quoique les deux plans soient fort différents entre eux, puisqu'ils font un angle d'environ 31 degrés : & pourquoi les plans, que les Satellites affectent, sont précisément ceux des équateurs de leurs Planetes principales.

Quant au cinquiéme Satellite de Saturne, il est très-remarquable, qu'il s'écarte seul de la regle générale : car pendant que les quatre autres Satellites, de même que l'anneau, font tous leurs révolutions dans le plan de l'équateur de Saturne, ou peu s'en faut, l'Orbite du dernier Satellite fait, avec cet équateur, un angle d'environ 15 ou 16 degrés, comme le célebre M. Cassini l'a démontré dans les *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris de l'année 1714. p. 375.* Cette exception paroîtra peut-être au premier abord contraire à notre théorie : mais après avoir tout bien considéré, j'en ai été confirmé dans mon opinion. Car j'avois déja commencé à croire, que l'atmosphére de Saturne ne s'étend pas jusqu'à la region du cinquiéme Satellite, ou qu'elle n'y est plus d'aucun poids, à cause de sa trop grande subtilité. Ce qui m'avoit déja induit auparavant à ce sentiment est, que le mouvement journalier des corps celestes, me paroissoit dépendre de l'atmosphére dans laquelle les corps nagent ; me persuadant que la Lune ne montre toûjours une même face à la Terre, que parce que l'atmosphére de la Terre ne va pas jusqu'à la Lune : & réflechissant ensuite sur ce que le cinquiéme Satellite de Saturne montre pareillement à sa Planete principale la même face, je ne pouvois plus douter que ce Satellite ne soit placé hors de l'atmosphére de Saturne, & que par conséquent il ne sçauroit avoir aucune tendance vers l'équateur de Saturne. Voilà sans doute la vraie raison de sa trop grande déclinaison avec ledit équateur ; cela étant, la conjecture de M.rs Huguens & Newton, qui croyoient que tous les Satellites tournoient toûjours le même côté à la Planete principale, est mal fondée, étant persuadé que tous les autres Satellites ont un mouvement journalier, puisque leur coin-

cidence, ou presque-coincidence avec l'équateur de leur Planete, montre qu'ils nagent dans l'atmosphére.

§. XX. Je n'ai pas voulu omettre ces remarques sur les Satellites, parce qu'elles confirment notre systeme général. Je reviens aux atmosphéres, & comme c'est d'elles que j'ai tiré la solution de notre Probleme, il ne sera pas hors de propos d'expliquer méchaniquement leur action. Ce que je dirai de l'atmosphére du Soleil, pourra de même être appliqué aux autres atmosphéres.

Les Orbites des Planetes coupent l'équateur du Soleil en deux points, ou *nœuds solaires :* considérons une Planete se trouvant dans un de ces nœuds; en partant de-là elle se meut sous une direction oblique à l'équateur du Soleil, mais en même temps elle acquiert par l'action de l'atmosphére solaire, qui se meut plus vîtement que ne fait la Planete, un fort petit mouvement parallele à l'équateur : & comme les deux mouvements se font du même côté dans quelque endroit que la Planete se trouve, il est clair qu'il en résulte un mouvement composé, qui devient continuellement plus parallele à l'équateur. (On remarquera ici que le mouvement de l'atmosphére solaire est tantôt commun avec le cours des Satellites, & tantôt contraire, ce qui est la raison pour laquelle les Satellites ne s'approchent point de l'équateur solaire, mais de celui de leur Planete.) L'approchement des Planetes vers l'équateur solaire, est le plus sensible dans les nœuds solaires, & dans les points de la plus grande déclinaison il est nul, parce que la tangente de l'Orbite y devient parallele avec l'équateur. Les positions de diverses Planetes étant posées semblables, elles s'approcheront d'autant plus vîte de l'équateur solaire, qu'elles en sont plus éloignées; qu'elles ont un plus petit diametre, & une moindre densité; que la matiere de l'atmosphére qui environne les Planetes, est plus dense; & enfin d'autant plus vîte que l'excès de la vîtesse de la matiere, par-dessus celle des Planetes, est plus grande. Comme on ne sçauroit définir toutes ces circonstances dans différentes Planetes, il est impossible de marquer quelles Planetes s'approchent plus vîte de l'équateur solaire.

§. XXI. Après avoir allegué plusieurs raisons pour prouver que les Planetes tendent vers l'équateur du Soleil, & qu'elles s'en approchent de plus en plus ; il sera bon d'examiner ici, par les

obſervations Aſtronomiques, quelle eſt l'inclinaiſon des Orbites par rapport audit équateur : pour la connoître, il faut ſçavoir l'endroit des nœuds, ou interſections des orbites planetaires avec l'écliptique, & enfin la ſituation de l'équateur ſolaire par rapport à l'écliptique. Selon Kepler, le nœud aſcendant de Saturne eſt maintenant au 22° 49′ du *Cancer,* & l'inclinaiſon de ſon orbite avec l'écliptique de 2° 32′ : le ☊ de *Jupiter* au 5° 31′ du Cancer, & l'inclinaiſon de 1° 20′ : le ☊ de Mars au 17° 50′ du Taureau, & l'inclinaiſon de 1° 50′ : le ☊ de Venus au 14° 47′ des Gemeaux, & l'inclinaiſon de 3° 22′ : le ☊ de Mercure au 14° du Taureau, & l'inclinaiſon de 6° 54′. Dans toutes ces déterminations, les Aſtronomes de notre temps s'accordent à fort peu près : mais ils ſont fort differents ſur la poſition de l'équateur ſolaire : auſſi-bien les obſervations dont on ſe ſert pour cet effet, ne ſont pas d'une nature à pouvoir la déterminer au juſte. Dans l'*Hiſtoire de l'Academie Royale des Sciences de Paris pour l'année 1701*, l'équateur ſolaire eſt déduit faire un angle avec l'écliptique de 7° 30′, & dans les Memoires de la même année, il eſt dit, que le Pole qui regarde le Septentrion répond au huitiéme degré des Poiſſons. En ſuivant ces hypotheſes, l'équateur ſolaire eſt coupé par l'orbite

de Saturne, ſous un angle de	5°	58′
Jupiter	6	21
La Terre	7	30
Mars	5	49
Venus	4	10
Mercure	2	56

C'eſt ici l'orbite de la Terre, qui fait le plus grand angle avec l'équateur ſolaire; ſçavoir de 7° 30′.

[Il eſt facile de voir quelle eſt la méthode de trouver les inclinaiſons des orbites avec l'équateur ſolaire ; elle ne differe pas de celle *de trouver les inclinaiſons que les Orbites ont entr'elles*, expoſée ci-deſſus à la remarque du §. IV. Car connoiſſant le nœud ſolaire de l'écliptique, & les nœuds des orbites planetaires avec l'écliptique, la diſtance du nœud ſolaire aux autres nœuds, donne un côté dans le triangle ſphérique à reſoudre : les angles que l'équateur ſolaire, & les orbites planetaires ſont avec l'écliptique, ſont les

P ij

deux angles connus dans le même triangle; d'où l'on trouve le troisiéme angle, qui est l'angle de l'inclinaison des orbites avec l'équateur solaire.]

§. XXII. Mais comme la position de l'équateur solaire est fort incertaine; de telle maniere que, selon quelques-uns, son inclinaison avec l'écliptique ne surpasse pas deux degrés, on pourroit peut-être sans absurdité, feindre une telle position, que son inclinaison moyenne avec toutes les orbites planetaires, fût la moindre, à laquelle condition l'on peut satisfaire en essayant un grand nombre de positions: ainsi, par exemple, dans la précedente hypothese l'inclinaison moyenne des orbites avec l'équateur solaire, est de 5° 11′: mais si l'on supposoit que cet équateur fît avec l'écliptique un angle de 3° 22′, & que son Pole Boreal répondît au 20° des Poissons, alors l'équateur solaire seroit coupé par l'orbite

de Saturne, sous un angle de	1°	51′
Jupiter	2	7
Mars	2	4
La Terre	3	22
Venus	0	20
Mercure	4	34

& l'inclinaison moyenne des orbites (qui a été tantôt de 5° 11′) ne seroit plus que de 2° 23′. Je ne sçais si on ne pourroit pas préferer cette position de l'équateur solaire, quoiqu'appuyée sur une pure conjecture, & trouvée *à posteriori*, aux autres positions, fondées sur les taches du Soleil, en attendant que les Astronomes nous donnent une methode Astronomique plus exacte.

§. XXIII. En expliquant ci-dessus méchaniquement l'action de l'atmosphére solaire sur la Terre, & sur les Planetes, j'ai consideré la matiere de l'atmosphére comme muë avec plus de vîtesse que les corps qu'elle environne: ce n'est pas que notre systeme le demande ainsi, mais parce que cela me paroît d'ailleurs probable.

Or soit, si on le veut, que la matiere ne se meuve pas plus vîte, & même qu'elle se meuve plus lentement, elle ne laissera pas de faire le même effet sur les orbites, en les approchant de l'équateur solaire. Pour s'en convaincre, on n'a qu'à resoudre le mouvement de la matiere en deux; l'un parallele, & l'autre

perpendiculaire à la direction de la Planete; & on voit assés que ce dernier agissant toûjours vers l'Equateur, ne sçauroit manquer de pousser la Planete vers ce côté.

§. XXIV. Des Planetes venons aux Cometes : je dis que les plans des Orbites de celles-ci ne changeront jamais sensiblement leur inclinaison avec l'Equateur solaire, quelque grande qu'elle soit, ou parce qu'elles sont presque toûjours posées entiérement hors de l'atmosphére solaire (comme vraisemblablement la Lune l'est hors de celle de la Terre, & le cinquiéme Satellite de Saturne hors de celle de Saturne) ou parce qu'elles ne se laissent point détourner de leur route à cause de la trop grande subtilité de la matiere de l'atmosphére, qui les environne pendant leur revolution presque toute entiére. Il est vrai, que les Cometes étant près de leur perihelie, elles doivent s'approcher un peu de l'Equateur solaire : mais ce temps est à peine comparable avec le reste du temps de la revolution, & il paroît par les exemples allegués ci-dessus §. §. XI. & XII. sur les densités de l'atmosphére solaire que la densité commençant une fois à décroître, elle décroît si vîte qu'elle se perd d'abord presque toute entiére; tout cela montre pourquoi les Cometes, dont la distance au Soleil est pendant presque tout le temps de la revolution comme infinie, ne tendent pas sensiblement vers l'Equateur du Soleil. Je croirois pourtant facilement, que les Orbites des Cometes depuis tout le temps de leur existence se sont approchées un peu dudit Equateur : ce qui me fait pancher davantage à cette opinion, est que dans le grand nombre des Cometes marquées dans les Ephemerides, il m'a paru que l'inclinaison moyenne de leurs Orbites par rapport à l'Equateur solaire, ne manqueroit pas d'être à fort peu près de 45°, si elles ne s'en étoient actuellement un peu approchées : j'ai donc ramassé les observations de plusieurs Cometes qui ont paru depuis quelques siecles; & pour m'épargner la peine du calcul, j'ai supposé que ladite inclinaison moyenne par rapport à l'Equateur solaire est la même que par rapport à l'écliptique, leurs plans ne differant guéres, & les differences de ces deux especes d'inclinaison ne pouvant manquer de se détruire à peu près de part & d'autre : ce qui fait aussi qu'on n'a pas besoin d'être fort scrupuleux sur la justesse des observations, puisque leurs erreurs se détruiront de

même fort probablement. Voici donc le catalogue des Cometes.

De la Comete de l'an 1337, l'inclin. à l'éclipt.	32°	11′	0″
1472	5	20	0
1531	17	56	0
1532	32	36	0
1556	32	6	30
1577	74	32	45
1580	64	40	0
1585	6	4	0
1590	29	40	40
1596	55	12	0
1607	17	2	0
1618	37	34	0
1652	79	28	0
1661	32	35	50
1664	21	18	30
1665	76	5	0
1672	83	22	10
1677	79	3	15
1680	60	56	0
1682	17	56	0
1683	83	11	0
1684	65	43	40
1686	31	21	40
1694	11	46	0

L'inclinaiſon moyenne eſt de 43° 39′. Il eſt donc clair que les Cometes n'ont preſque point de liaiſon du tout avec l'Equateur ſolaire, & qu'elles ne s'en approchent qu'inſenſiblement, & avec une extrême lenteur.

§. XXV. Cette difference entre les Cometes & les Planetes, connuë par les obſervations, & ſi conforme à nôtre theorie, m'engage à en expliquer une autre qui ſemble confirmer entiérement nôtre hypothéſe. Elle conſiſte dans les excentricités des Cometes & des Planetes. C'eſt aſſûrement une choſe merveilleuſe, que les Cometes ayent toutes une excentricité preſque infinie, & les Planetes preſque nulle ; & je ne vois pas qu'on puiſſe donner

une raiſon ſuffiſante & méchanique de ce fait, en n'employant que la ſimple hypothéſe des gravitations ou attractions mutuelles: mais en joignant à cette hypothéſe celle de l'action de l'atmoſphére ſolaire, on peut expliquer ſi clairement ce point, qu'il paroît que la choſe n'auroit pas pû être autrement.

Faiſons abſtraction pour un moment de l'atmoſphére ſolaire, & poſons la peſanteur ſolaire par-tout reciproquement proportionnelle aux quarrés des diſtances. Qu'on conçoive un corps devoir être projetté dans une direction perpendiculaire au rayon tiré du Soleil au corps : ſi la projection ſe fait avec la vîteſſe que le corps pourroit acquerir en tombant vers le Soleil d'une ſeconde hauteur égale à la premiére, le corps décrira un cercle; ſi la vîteſſe initiale eſt moindre, il décrira une ellipſe, dont l'aphelie eſt à l'endroit de la projection; & ſi elle eſt plus grande, le corps décrira encore une ellipſe, mais dont le perihelie eſt à l'endroit de la projection : tout cela ſe démontre dans la méchanique. Si la projection eſt tout-à-fait caſuelle, comme elle l'eſt à notre égard, & qu'on ſuppoſe que tous les degrés de vîteſſe juſqu'à l'infiniment grande, arrivent avec une facilité égale, il eſt probable, & même certain, que l'excentricité de l'ellipſe que le corps projetté décrira autour du Soleil, doit être infinie. Mais comme il n'y a pas dans la nature des degrés actuellement infiniment grands, la propoſition doit être changée, de maniere qu'on diſe que l'excentricité doit être fort probablement très-grande, & preſque infinie. Et quand le mouvement ſe fait dans un vuide ou preſque vuide, les ellipſes décrites une fois continuëront toûjours ou fort long-temps. Ceci montre, à mon avis, fort exactement pourquoi les Cometes décrivent des ellipſes preſque paraboliques, puiſqu'elles ont dû vraiſemblablement en décrire dans le temps de leur origine, & qu'elles ne changent pas ſenſiblement comme étant preſque entiérement hors de l'atmoſphére ſolaire. Mais ſi nous nous ſervons du même raiſonnement pour les Planetes qui nagent dans l'atmoſphére du Soleil, nous voyons bien qu'à la verité elles ont pû d'abord faire des ellipſes fort excentriques, mais qu'elles ont dû neceſſairement s'approcher peu à peu des Orbites circulaires, & qu'elles en décriront un jour de plus exactes, ce que je démontre ainſi. Quoique les temps periodiques de la matiére, qui compoſe l'atmoſphére

ſolaire, croiſſent à meſure qu'elle s'éloigne de l'axe du Soleil, il eſt pourtant à préſumer que les vîteſſes ne diminuent point, mais qu'elles croiſſent auſſi, comme j'ai marqué §. VIII. car ſi le mouvement de chaque couche ſe faiſoit librement, les vîteſſes croîtroient exactement en raiſon des diſtances de l'axe du Soleil : au contraire la vîteſſe de la Planete eſt d'autant plus grande, qu'elle eſt plus proche du Soleil : (je ferai ici abſtraction du changement de la vîteſſe moyenne de la Planete, d'autant plus que la Planete tend de plus en plus à prendre une vîteſſe immuable.) Donc la Planete doit neceſſairement être retardée par l'atmoſphére, lorſqu'elle eſt près de ſon perihelie; & au contraire avancer, lorſqu'elle eſt près de ſon aphelie. Chacun de ces deux points fait, comme on le démontre dans la méchanique, que la Planete décrit une orbite continuellement plus circulaire, & moins excentrique; de maniere qu'il n'eſt plus ſurprenant que les Orbites planetaires ſoient à preſent preſque circulaires; il eſt à croire qu'avec le temps elles deviendront encore plus circulaires, ſans pourtant qu'elles le ſoient jamais parfaitement, ſinon après un temps infini. Comme il y a au reſte pluſieurs circonſtances qu'on ne ſçauroit définir dans les Planetes, & qui concourent à rendre les diminutions des excentricités plus ſenſibles, on ne ſçauroit marquer quelle Orbite planetaire devroit être en vertu de cette théorie, plus ou moins excentrique : ces diminutions dépendent à peu près des mêmes points qui font diminuer les inclinaiſons des Orbites par rapport à l'Equateur ſolaire, & que j'ai expoſés §. XX. cela me confirme dans ma conjecture que j'ai alleguée §. XXII. ſur la poſition de l'Equateur ſolaire : car ſuivant cette poſition, l'inclinaiſon de l'Orbite de Venus avec l'Equateur ſolaire eſt preſque nulle, de même que ſon excentricité eſt preſque nulle, & l'inclinaiſon de l'Orbite de Mercure avec le même Equateur eſt la plus grande de toutes, comme auſſi ſon excentricité eſt la plus grande.

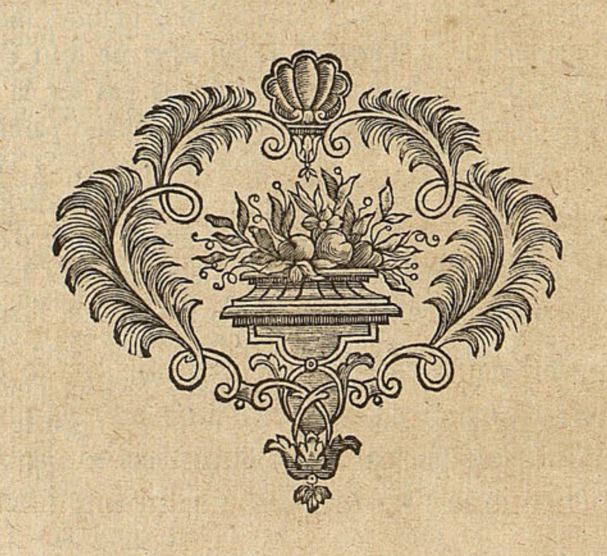
§. XXVI. Ne vaut-il pas mieux employer ces principes, que de recourir à une volonté immediate du Créateur, comme le font par rapport à pluſieurs phénomenes ceux qui veulent tout déduire de la ſimple gravitation mutuelle des corps mûs dans un vuide? & peut-il ſe faire que la volonté de Dieu n'ait pas tout ſon effet? qu'il ait voulu que les Orbites planetaires fuſſent dans un

un même plan, ſans qu'elles le ſoient parfaitement; qu'elles fuſſent circulaires ſans qu'elles ſoient tout-à-fait telles; & ainſi de pluſieurs autres points, auſquels il faut rapporter que la Terre & toutes les Planetes ſe meuvent d'un même ſens, & nommement de celui duquel le Soleil ſe tourne autour de ſon axe: qu'il en eſt de même dans les Mondes de Saturne & de Jupiter, leſquelles choſes ſont telles, que ſi elles étoient encore cachées, notre theorie nous les dicteroit, pendant que M. Newton même, le plus grand Philoſophe de notre ſiecle, declare dans ſon *Optique*, qu'on n'en ſçauroit donner aucune raiſon mechanique.

§. XXVII. Diſons encore deux mots ſur le mouvement diurne des Planetes: je ſuis porté à croire que c'eſt auſſi l'atmoſphére qui le produit: ce qui m'y engage, eſt que la Lune & le cinquiéme Satellite de Saturne, (dont les plus grandes inclinaiſons avec les Equateurs de la Terre & de Saturne me font croire que les atmoſphéres de ces deux corps n'agiſſent pas ſur la Lune & ledit Satellite) n'ont point de mouvement diurne pareil à celui des Planetes, marque que le mouvement diurne, & la preſque coincidence des Orbites avec leur Equateur correſpondant ont une même cauſe. Mais je ne vois point d'autre maniere d'expliquer le mouvement des Planetes autour de leur axe par l'action de l'atmoſphére ſolaire, qu'en diſant que la matiére de l'atmoſphére (dont les vîteſſes augmentent en s'éloignant de l'axe du Soleil, comme j'ai dit §. VIII.) fait un plus grand effort ſur l'hémiſphére de la Planete oppoſée au Soleil, que ſur celui qui regarde le Soleil, ce qui peut faire que les Planetes roulent dans le même ſens de leur mouvement progreſſif. La raiſon d'ailleurs, qui fait que les axes des Planetes ne ſont pas tout-à-fait paralleles à l'axe de l'atmoſphére ſolaire, conſiſte peut-être dans l'héterogeneïté de la matiére qui compoſe les Planetes; car le centre de gravité de chaque Planete tâche de s'éloigner du Soleil le plus qu'il peut, & cet effort joint au premier pourroit produire l'obliquité des axes, & faire, s'il agit ſeul, que les corps montrent toûjours la même face au centre de la revolution, comme font la Lune & le cinquiéme Satellite de Saturne.

§. XXVIII. Voilà ce que j'avois à dire ſur le Probleme propoſé par l'Academie. Il y a long-temps que j'ai fait ces

meditations, mais j'ai été obligé de les mettre par écrit fort à la hâte. J'eſpere donc, s'il y avoit quelques erreurs de calcul ou de poſition dans les nombres, ſur leſquels les Aſtronomes conviennent, ou qui s'en déduiſent facilement, qu'on me les pardonnera; la hâte m'a obligé à la brieveté, ſans cela j'aurois pû alleguer pluſieurs autres remarques, & étendre davantage celles que j'ai alleguées, & donner de cette maniere un plus grand volume à la preſente Diſſertation. Je me flatte pourtant que ce que j'ai dit ſuffira pour l'intention que l'Academie a eûë dans ſon Probleme.



DISQUISITIONES PHYSICO-ASTRONOMICÆ

PROBLEMATIS

AB

INCLYTA SCIENTIARUM ACADEMIA REGIA, QUÆ PARISIIS FLORET,

ITERUM PROPOSITI.

Quelle eſt la cauſe phyſique de l'inclinaiſon des plans des Orbites des Planetes par rapport au plan de l'E'quateur de la revolution du Soleil autour de ſon axe; Et d'où vient que les inclinaiſons de ces Orbites ſont differentes entre elles.

SIVE

Quænam eſt cauſa phyſica inclinationis planorum, in quibus Planetæ Orbitas ſuas perficiunt ad planum Æquatoris, vertigini Solis circa axem ſuum reſpondentis; Et quî fit ut inclinationes iſtarum Orbitarum ſint inter ſe diverſæ.

Authore DAN. BERNOULLI, Acad. Petrop. & Bonon. Socio, in Acad. Baſilienſi Anat. & Bot. Profeſſore.

DISQUISITIONES PHYSICO-ASTRONOMICÆ PROBLEMATIS AB INCLYTA SCIENTIARUM ACADEMIA REGIA, QUÆ PARISIIS FLORET, ITERUM PROPOSITI.

SYMBOLUM.

Virtutum pretium in ipsis est, & rectè facti merces est fecisse.

§. I. DUABUS constat partibus Problema ab illustri Academia propositum; altera Orbitarum cœlestium ad Æquatorem Solis inclinationem respicit; altera inclinationis in singulis Planetis diversitatem. Utraque nobis simul erit pertractanda, neque enim commode ab invicem separantur.

§. II. Patet autem ex ipsis, quæ Problema definiunt verbis, id ab Academia in antecessum poni, esse aliquid, quod Orbitas Planetarum ad Æquatoris solaris planum trahat, & in hoc quicquid sit, latere rursus rationem, ob quam istæ Orbitæ non perfecte cum eodem plano coincidant. Id mihi quoque fuit semper visum admodum probabile.

Nimis enim, ut alias non dicam rationes, Planetarum Orbitæ ad Æquatoris solaris planum accedunt, quam ut id fortuito concursui tribui posse videatur; aut si hoc alicui dubium videri possit, id saltem omni exceptione majus erit, Orbitas Planetarum commune aliquod affectare planum, cum alias fieri vix potuisset, ut omnes intra tam angustos continerentur limites: verisimile autem

est, istud ipsum, quod Planetis omnibus fere est commune, planum, quodque procul dubio continue appetunt, esse planum Æquatoris solaris, cum in hoc solo ratio istius rei aliqua sufficiens esse possit. Hoc igitur posito, indicandum erit, quare Orbitæ Planetarum ad Æquatoris solaris planum acclinent, & quid porro causæ in hac re latere possit, quod Orbitæ eædem nec inter se, nec cum Æquatoris plano conveniunt perfecte.

§. III. Prius vero quam huic operam demus quæstioni solvendæ, è re nostra erit, ne in vacuum disseruisse videamur, ut id ipsum, quod modo assumpsimus de communi Orbitarum planetariarum plano, à quo non sine speciali causa aliquantulum recedant, nunc disertius ostendamus. Rem ita instituam, ut inquiram in duas Orbitas cœlestes, maxime ad se inclinatas, seu maximo se decussantes angulo (per inclinationem enim hîc intelligo angulum inclinationis) posteaque calculo subducam, quanta sit probabilitas, ut reliquæ Orbitæ omnes intra terminos duarum dictarum Orbitarum cadant. Ita elucescet, tantillam esse hanc probabilitatem, ut *moraliter impossibile* dicendum sit, id sine efficiente ratione fortuito ita contigisse.

§. IV. Postquam singulas Orbitas cum singulis comparavi, deprehendi maximam inclinationem habere Orbitam Mercurii ad Orbitam Terræ seu ad eclipticam; angulum enim inclinationis inter se formant 6° 54′; Orbita autem Saturni ad Orbitam Mercurii inclinat 6° 24′, & Orbita Jovis ad Orbitam Mercurii 6° 8′, reliquæ omnes multo minus ad se invicem inclinant. Loquor hîc de Orbitis Planetarum primariorum. Fingo jam superficiem sphæricam zona quadam seu zodiaco latitudinis 6° 24′ (quanta nempe est inclinatio Orbitæ Mercurii ad eclipticam) cinctam, quæ partem totius superficiei sphæricæ continebit, præter propter decimam-septimam. Superest igitur, si Orbitas Planetarum casu in cœlo locatas putemus, ut definiamus quanta sit probabilitas, qua omnes intra zonam datam decimam-septimam superficiei sphæricæ partem exæquantem, contineantur. Zona ipsa autem positione data non est, nisi unam Orbitam jam locatam censeamus, adeo ut quinque tantum planetariarum Orbitarum positiones casuales censendæ forent, si casu res contigisset. Ita autem secundum regulas cognitas invenitur numerus casuum locationis intra definitos terminos obtinendæ, ad numerum casuum contrariorum, ut 1 ad $17^5 - 1$, seu ut 1 ad 1419856.

§. V. Videbitur fortaſſe aliquibus calculus aliter inſtituendus. Mihi quoque cum hac de re primum cogitarem, alia ſuccurrit methodus; illam tamen quam modo expoſui, maxime puto plauſibilem. Nolo autem in illa ſuffulcienda eſſe prolixior, ne nimis ab inſtituto noſtro præcipuo divertam. Ut vero nunc plane appareat, quam ridiculum foret, propinquas poſitiones Orbitarum planetariarum caſui tribuere, mutabimus quæſtionem poſitionum multiplicium in aliam, poſitione unica circumſcriptam. Dico igitur, facilius caſu contingere, ut duæ Orbitæ angulo ſe interſecent intra quartam minuti ſecundi partem : Quis vero, ſi v. g. factum à natura fuiſſet, ut ecliptica ad Æquatorem Terræ quarta tantum parte unius minuti ſecundi inclinaret : quem angulum, ponam, arte humana accurate potuiſſe obſervari : quis, inquam, hanc poſitionem puro caſui fuiſſet tributurus? Si vero præterea animum attendamus ad Satellites tam Jovis quam Saturni, quorum pariter Orbitæ (excepto extremo Saturni Satellite, qui ab regula generali ob ſpecialem, quam ipſa theoria noſtra indicabit, rationem, recedit) in eodem fere plano utrobique conveniunt, nihil amplius ea de re nos dubitare ſinet. Qui ſecus ſentit, is omne ratiocinium, quod dicitur *ab inductione* rejiciat. Nunc eò, unde diſceſſimus, revertimur.

§. VI. Diximus planum eſſe, quod Orbitæ Planetarum appetant, inter ipſas Orbitas medium; & veroſimillimum eſſe, planum iſtud coincidere cum Æquatore Solis, cum, quia, quantum ex obſervationibus à maculis ſolaribus deſumptis judicare licet, parum differt planum Æquatoris Solis ab Orbitis Planetarum, tum quod in Æquatore Solis facillime ratio iſtius rei ſufficiens excogitari poſſit, & denique eſſe rationem particularem, quominus Orbitæ Planetarum nec inter ſe nec cum Æquatore Solis perfecte conveniant. In his conſiſtit ambobus articulis deſiderata problematis ſolutio. Igitur ut votis Academiæ ſatisfiat, id mihi incumbere ſentio, ut prius oſtendam, qua ratione Orbitæ Planetarum ad Solis Æquatorem tendere poſſint, & quî fieri poſſit, quominus in eo ſint omnes perfecte poſiti.

§. VII. Nullum eſſe corpus cœleſte, quod non ſuam habeat atmoſphæram circumfuſam, mihi perſuadeo. Et quamvis Hugenius expreſſe negaverit, Lunam atmoſphæra cingi, ſuamque ſententiam

multis rationibus firmare allaboraverit, neminem tamen nunc amplius in ea ſtare ſententia puto : plurima enim phænomena contrarium probant. Materia quidem harum atmoſphærarum in diverſis corporibus diverſa eſſe poteſt, in aliis nempe denſior, in aliis rarior : veroſimile tamen eſt, in ſingulis atmoſphæris ſimiles eſſe affectiones. Igitur è re noſtra erit, ut hîc indicemus affectiones præcipuas atmoſphæræ Terram ambientis, eaſdemque applicemus atmoſphæræ ſolari : in hac enim veram problematis academici ſolutionem quærendam eſſe, rebus omnibus bene ponderatis, plane ſum certus.

Aër, atmoſphæram componens terreſtrem, corpus fluidum eſt, verſus centrum Terræ gravitans, elaſticum, & ſic in diverſis à centro Terræ diſtantiis inæqualiter denſum. Denſitas ejus ita celeriter decreſcit, ut in regione Lunæ, ſi eo uſque ſe expandit, incredibilis debeat eſſe raritatis; ſingulis enim milliaris germanici altitudinibus ſit circiter altero tanto rarior, ſic ut poſita denſitate aëris in ſuperficie Terræ $= 1$, ſit ejus denſitas in regione Lunæ minor futura quam $\frac{1}{2^{50000}}$, attamen in infinitum ſe expandat atmoſphæra neceſſe eſt, niſi ab alio fluido elaſtico coërceatur : coërcebitur autem, ut ego conjicio, alicubi ab atmoſphæra ſolari, & talibus circumſcribetur terminis, in quibus utriuſque atmoſphæræ elaſticitas æqualis ſit. Igitur dubium eſt, an ad regionem Lunæ uſque extendatur, nec-ne. Id ego non crediderim ob ſtupendam omnique opinione majorem, quam ibi debeat habere aër raritatem : tum etiam ob magnam Orbitæ Lunæ ad Æquatorem terreſtrem inclinationem mediam, non futuram, ut infra probabile faciam, ſi Luna vortici aëris circa axem Terræ moti immerſa eſſet, & denique ob id, quod Luna ſimilem nobis perpetuo oſtendat faciem. Aëris terreſtris denſitas porro diminuitur à calore, augeturque à frigore. Denique aër in ſuperficie Terræ eadem velocitate vel proxime tali circa ejuſdem axem movetur, atque ſuperficies ipſa, alias enim ventum continuum, eumque vehementiſſimum, ab Oriente verſus Occidentem eſſemus percepturi : id perſpicuum eſt, quod punctum in Æquatore à vertigine Terræ intra minutum ſecundum ſpatium plus quam mille quadringentorum pedum conficiat, ventus autem impetuoſiſſimus vix quinquaginta pedes eodem tempore percurrat : imo non-ſolum

non-ſolum in ſuperficie maris aër, ea qua dixi velocitate ſimul cum Terra movetur, ſed & in locis altiſſimis, hiſque in omnes plagas apertis, veluti in cacumine montis Pici in inſula Teneriffa. Facile etiam demonſtratu eſt, totum hoc fluidum Terram ambiens una cum Terra intra 24 horas circulum fuiſſe abſoluturum, niſi in extima ſui ſuperficie motus à fluido ſolari inhiberetur. Facit autem iſta motus verſus circumferentiam inhibitio, ut fluidum alia lege circumagatur, quam quidem pro omnibus denſitatum in fluido diminutionibus acutiſſime definivit cel. Joh. Bernoullius in eleganti diſſertatione, quam Academia præmio anni 1730 affecit, digna profecto honorifica iſta remuneratione.

§. VIII. Ex hiſce atmoſphæræ terreſtris affectionibus colligere licet, Solem pariter fluido cingi aëri noſtro analogo; quod verſus centrum Solis gravitet, elaſticitate præditum ſit, quæ probabiliter à calore Solis acuto intenditur, à diminuto relaxatur: diverſas pariter fluidum habebit denſitates in diverſis à Sole diſtantiis: & ſi quidem calor uniformis totam animaret atmoſphæram ſolarem, ſique uniformis quoque eſſet gravitatio, reſponderent utique denſitates applicatis in logarithmica, cum diſtantiæ à Sole exprimuntur per abſciſſas: quia vero & calor & gravitatio decreſcunt, dum diſtantiæ à Sole augentur, neceſſe eſt aliam legem ſequantur denſitatum variationes, quam infra paucis perpendemus. Fluidum ſolare etiam expandetur uſque dum termini ipſius ab alio fluido coërceantur, pariter atque atmoſphæra terreſtris ab ſolari continetur. Denique id præcipue ad rem noſtram pertinet, fieri non poſſe, quin fluidum circa axem Solis circumagatur, & quidem ſingulas partes una cum Sole intra $25\frac{1}{2}$ dierum ſpatium revolutionem ſuam fuiſſe abſoluturas, niſi motus in peripheria inhiberetur, ob hanc autem inhibitionem tempora periodica materiæ verſus extrema creſcent: nec tamen ita creſcent ut velocitates diminuantur: quin potius velocitates augeri exiſtimo.

§. IX. Venio ad id quod dixi de diverſis fluidi denſitatibus, in diverſis locis cognoſcendis: non puto autem, illas recte cognoſci poſſe, ſed tantum aliqualiter, quia hypotheſes accuratæ problema definientes non habentur. Ponamus gravitationem corporum verſus centrum Solis rationem ſequi reciprocam duplicatam

distantiarum ab eodem centro: vim autem centrifugam fluidi gravitatem ejus notabiliter non diminuere. Fingamus porro densitates fluidi ubique proportionales esse, ponderibus atmosphæræ superincumbentis divisis per respondentes caloris mensuras: calorem autem una cum gravitatione æquali ratione diminui versus peripheriam putabimus: ita quoque elasticitatum mensuras à ponderibus superincumbentibus desumemus. His factis positionibus, designabimus radium Solis per r, distantiam dati loci à centro Solis per x: densitatem ut & elasticitatem atque calorem fluidi in superficie Solis faciemus $= 1$: densitatem ejusdem in assumpto loco $= D$, elasticitatemque $= E$. Ita erit per assumptas hypotheses (quod densitas ubique proportionalis sit ponderi atmosphæræ superjacentis, seu elasticitati, diviso per calorem, id est per $\frac{rr}{xx}$) $D = \frac{Exx}{rr}$. Præterea si atmosphæram cogitatione in strata circa centrum Solis concentrica dividamus infinita, patet fore decrementum elasticitatis dE, dum altitudo x quantitate infinite parva dx crescit, proportionale ponderi strati, quod habet altitudinem minimam dx; sed pondus hoc proportionale est altitudini dx, multiplicatæ per densitatem D, atque per gravitatem $\frac{rr}{xx}$. Igitur assumpta littera n pro aliqua constante, erit $-dE = \frac{nrrDdx}{xx}$; si in ista æquatione substituatur pro D valor antea determinatus, fit $dE = -nEdx$, vel facta debita integratione, indicatoque numero, cujus logarithmus est unitas per c, $E = c^{n(r-x)}$. Ex ista æquatione consequens est elasticitates in atmosphæra solari recedendo à Sole decrescere, eodem modo, ac si constantes ubique forent gravitatis ac caloris gradus. Qua hypothesi uti solent (minus tamen accurate, observante id quoque Newtono) ad variationes densitatum in atmosphæra terrestri sub diversis altitudinibus calculo subducendas. Jam si in prima æquatione substituatur valor inventus pro E, orietur talis æquatio $D = \frac{xx}{c^{n(x-r)}\, rr}$.

§. X. Sequitur ex ista æquatione, maximam aëris Soli circumfusi densitatem non esse in superficie Solis, sed in loco alio à Sole fortasse longe dissito. cujus rei ratio physica est, quod ab

ingenti calore, qui prope Solem eſt, atmoſphæra admodum rareſit. Locus autem quo maxima eſt denſitas, diſtat à centro Solis quantitate $\frac{2}{n}$, nec poteſt valor litteræ n definiri quandiu in nullo atmoſphæræ loco, realis ejus denſitas experimento obſervari poteſt.

§. XI. Ponamus autem, exempli cauſa, maximam denſitatem eſſe in regione Veneris, quæ centum quinquaginta præter propter radiis Solis à Sole diſtat, erit $\frac{2}{n} = 150\, r$, ſeu $n = \frac{1}{75} r$; & ſic æquatio ſpecifica denſitatum hæc foret $D = \frac{xx}{c^{(x-r):(75r)}\, rr}$; eſſentque denſitates ipſæ fere ut ſequitur

In ſuperficie Solis	=	1
In regione Mercurii	=	2200
Veneris	=	3000
Terræ	=	2600
Martis	=	1300
Jovis	=	0, 40
Saturni	=	0, 000006

§. XII. In iſta hypotheſi denſitates atmoſphæræ ſolaris in regionibus Mercurii, Veneris, Terræ & Martis eſſent ſatis æquales: circa Jovem autem & præſertim Saturnum raritas nimia foret, quam ut ullum effectum habere poſſit: quapropter conjecturæ locus eſt, regionem maximæ denſitatis in atmoſphæra ſolari magis diſtare à Sole quam Orbitam Veneris. Sin autem in Orbita Martis maximæ denſitatis locum eſſe ponamus, habebunt denſitates rationem circiter ſequentem;

In ſuperficie Solis	=	1
In regione Mercurii	=	4170
Veneris	=	8910
Terræ	=	12300
Martis	=	14400
Jovis	=	1310
Saturni	=	15

§. XIII. Atque ſi maxima denſitas in regione Jovis conſtituta ponatur, multo uniformior atmoſphæra ſolaris invenietur à

Mercurio usque ad Saturnum; hæcque positio mihi videtur omnium probabilissima : quia enim plurima phænomena systematis planetarii ab atmosphæra solari deduci posse mihi videntur omnibus Planetis communia, commendabile id admodum est, quod atmosphæræ solaris densitates per totam systematis planetarii extensionem esse possint non multum admodum inæquales, cum in atmosphæra terrestri sub mediocribus distantiarum augmentis non possint non supra modum esse inæquales; in nostra atmosphæra, si locum sumas unica terræ semi-diametro à superficie elevatum, ea jam esse debet aëris raritas secundum plerorumque authorum sententias, quam ne cogitatione quidem assequi possumus.

§. XIV. Expositis his, quæ ad atmosphæram solarem pertinent, monendum hîc esse duco, non fungi, ut mihi videtur, hanc atmosphæram circa axem Solis motam omnibus officiis, quæ vorticibus tribui solent deferentibus, nec adeoque hanc esse, quæ Terram Planetasque primarios in Orbitis suis contineat. Nam in vortice deferente materiæ densitas debet esse æqualis densitati corporum, quæ illi innatant, ut recte monuit Newtonus : atmosphæram autem solarem incomparabiliter rariorem ubique puto, quàm sunt corpora circa Solem lata. Sed & aliud est, quod, ut videtur, plane evincit, non esse hanc atmosphæram idem quod vortices deferentes, nempe quod velocitates tum corporis tum materiæ vorticosæ debeant esse æquales; sed secundum regulam Kepleri Planetæ in superficie Solis constituti tempus periodicum debet esse præter propter trium horarum, cum ibidem atmosphæra certe periodum absolvit intra 25 dies cum dimidio, non secus ac terrestris atmosphæra intra 24 horas semel revolvitur in vicinia Terræ : quod tamen argumentum an non simul contra vorticum deferentium, quos nolo hîc refutare, hypothesin sit, non satis perspicio. Igitur aliam conjicio esse causam, quæ corpora circa Solem lata in Orbitis suis contineat, & ubique eorumdem vim centrifugam coërceat: hæc autem causa, qualiscumque sit, corpora trudit versus centrum Solis, quia plana Orbitarum per centrum Solis transeunt. Si vortices deferentes id Planetis Terræque officium facere possint, per me licebit hujusmodi vortices præter atmosphæras fingere; neque id pugnabit cum eo, quod atmosphæra naturam vorticum non habeat, quamvis fatear, non potuisse me omnem, quem antea

habui, mihi ſcrupulum eximere, perlecta etiam attentiſſime diſſertatione Bernoulliana, hanc in rem conſcripta, quam ſupra laudavi. Vetat autem tum viri celeberrimi perſpicacia, tum potiſſimum Academiæ, cujus approbationem neſcio annon hac quoque in parte habuerit, ſumma auctoritas, ne cum fiducia ſententiam dicere audeam. Licebit quoque, (ſi id commode fieri poſſe videatur, mihi autem non videtur) atmoſphæram circa axem Solis latam cum vorticibus deferentibus confundere : hypotheſin enim, qua ad ſequentia ſtabilienda opus habeo, experientia demonſtrat, & à nemine in dubium vocatur, eſſe nempe aliquid, quod *gravitatem ſolarem* deinceps dicam, vi centrifugæ contrarium, quod Planetas Terramque verſus centrum Solis urget.

§. XV. Si vero gravitas ſolaris inſtar gravitatis terreſtris à vi centrifuga materiæ rapidiſſime motæ, & quidem eo rapidius, quo rarior eſt atque ſubtilior materia, petenda ſit, tum mutatis paulo ſententiis Carteſii atque Hugenii rem alio modo conſiderari poſſe, mihi olim & amicis, quibus ſententiam meam perſcripſeram, viſum eſt. Nondum autem tunc omni attentione perlegeram, quæ ab auctoribus doctiſſime tradita ſunt, ad conciliandum deſcenſum corporum gravium verſus centrum Terræ cum vortice ſimplici circa axem moto. Cogitavi nempe, annon plures materiæ ſubtilis vortices, imo quaſi infinitos circa diverſos axes per centrum Solis tranſeuntes fingere liceret : motus enim contrarios in materia ſubtili nequaquam ſe impedientes in aliis occaſionibus jam concepit magnus Carteſius : præterea conſideravi, id omnibus nunc in conceſſis eſſe, quod ſingula corpora cœleſtia ad ſe invicem gravitant; etiamſi igitur vel ſimplex vortex ſtatuatur circa quodlibet corpus, negari tamen non poteſt, hos vortices liberrime ſe transfluere, idemque futurum fuiſſe, ſi vel millies hæc corpora cœleſtia fuiſſent multiplicata.

Sed aliud inſuper eſt argumentum, quo inducebar ut crederem, hujuſmodi multiplicem verticum motum non eſſe in ſe abſurdum aut impoſſibilem. Scilicet demonſtratum eſt apud philoſophos, lumen aliud non eſſe niſi motum longe rapidiſſimum globulorum admodum ſubtilium : interim certum eſt ex contrario, qui in cameris obſcuris fit, imaginum ſitu ratione objectorum depictorum, radios luminis ex omni plaga in puncto ſe decuſſantes, minime

confundi, & quemlibet eundem edere effectum, ac si solus fuisset: putabam igitur non absurdum futurum, si plures ponerentur vortices, super diversis axibus per centrum Solis transeuntibus liberrime se transfluentes. Et ita certe nulla foret gravitatis, sive solaris, sive terrestris, affectio, quæ non commodissime inde deduci posset: quia vero hæc proprie non pertinent ad institutum nostrum, eorum expositioni diutius non immorabor.

§. XVI. Venio ad rem. Facit primo motus atmosphæræ solaris, si ab gravitate versus centrum Solis animum abstrahamus, ut corpora sive in plano Æquatoris, sive in plano parallelo progredi tentent, atque si oblique incedant, fit, ut sensim ad dictam vergant directionem, nec tamen nisi post tempus infinitum eam perfecte assequantur: vergent autem eo citius, quo densior est materia, qua corpus circumdatur, quo major est celeritatum corporis & materiæ differentia, quo rarius est corpus, & quo minoris voluminis. *Gravitas* autem *solaris* vi centrifugæ Planetarum Terræque contraria & æqualis, facit, ut hæc corpora aliter moveri non possint, quam in plano per centrum Solis transeunte. Apparet igitur ex utraque actione tum atmosphæræ, tum gravitatis solaris conjuncta corpora ita motum iri, ut utrique satisfiat, quod aliter esse nequit, quam cum in Æquatore Solis moventur, si modo ad statum durationis, seu, ut dicitur, *permanentiæ* jam reducta ponantur.

Ad hunc quidem statum corpora cito vergunt, cum ab eo sunt remotiora; at cum eum tantum non attigerunt, possunt diutissime in eadem semper ad sensus permanere motus directione, nec enim verum & ultimum *permanentiæ* statum nisi post tempus infinitum assumunt. Hæc est notissima corporum quæ in mediis resistentibus aut deferentibus feruntur, affectio. Ita corpora, quæ in vacuo projecta ab gravitatis actione parabolam describunt, in fluido curvam faciunt, quæ citissime à motus initio ad lineam verticalem convergit, eamque nunquam plane attingit.

§. XVII. Puto itaque à remotissimis temporibus corpora, quæ circa Solem feruntur, longe majori angulo inclinata fuisse ad Æquatorem Solis, in diversisque Planetis admodum magis diversam habuisse, quam nunc habent inclinationem. Ea vero ab atmosphæra solari sensim in arctos, qui nunc sunt, limites fuisse coacta & post

tempus infinitum, manentibus reliquis esse in eodem Æquatore coïtura. Quæ si ita sint, apparet, utrique desiderato §. VI. indicato simul nunc esse satisfactum. Facit nempe actio atmosphæræ cum gravitate solari conjuncta, ut corpora circa Solem mota planum Æquatoris solaris appetant: faciunt cita corporum convergentia, cum obliquitates magnæ sunt, & longæva mundi creatio, ut eadem corpora nunc fere sint in Æquatoris istius plano: denique, quod in eo non perfecte posita sint plano in causa est tempus infinitum, post quod demum talis communis positio oriri possit.

§. XVIII. Huic nostræ sententiæ non repugnat, quod ex antiquissimis observationibus loca Planetarum non fuisse mutata videntur. Probabile enim est, materiam usque adeo esse subtilem, ut cum Æquatori solari vicina sunt corpora coelestia, nullam in illis mutationem notabilem facere possint tempora plurimorum sæculorum; neque præterea certum est, si Hipparchi temporibus observationes astronomicæ ea accuratione, qua nunc solent, fuissent institutæ, nullam differentiam sese fuisse manifestaturam. Huc pertinet exemplum eclipticæ, cujus obliquitas ad Æquatorem ante bis mille circiter annos à Pythea observata fuit 23° 49′ 10″, quæ hodie 23° 29′ statuitur, qua de re legi merentur, quæ exstant in Hist. Acad. Reg. Sc. Paris. ad an. 1716. pag. 48. & seqq. Equidem non satis perspectum habeo, quantum observationibus veterum Astronomorum fidi possit; neminem autem esse puto, qui sidera coelestia nullis mutationibus obnoxia statuat. Nec enim mundus est ab æterno, nec in æternum durabit, nec utique donec durabit, in eodem constantissime statu perseverabit. Moveri censentur Nodi Apheliaque, idque certe postulat eadem nostra, quam huc usque tradidimus theoria. Quidnî ergo etiam inclinationes Orbitarum ad planum Æquatoris solaris mutari poterunt? non puto tamen Orbitas, quæ semel ad unam partem inclinatæ fuerunt, transire posse ad inclinationes contrarias, sed esse in his statum aliquem durationis, ad quem tendunt, qui aderit simul ac ad Æquatorem pervenerint.

Fortasse etiam Aphelia & Nodi suos habent limites quos si attigerint, nullas amplius variationes habitura sint: hæcque verosimiliter ratio est, quod tam lente moveantur: quicquid enim statui durationis proximum est, lentissimas subit mutationes: non

poteſt autem non ei eſſe proximum, quod à tam longo tempore ad eundem vergit. Variationes Lunæ alius ſunt indolis, & ex alio etiam derivandæ ſunt fonte: habent enim hæ ſuos ultra citraque terminos ad quos uſque recurrunt. Puto tamen periodos, quas variationes Lunæ habent, ſuas quoque pati inæqualitates, nunc minores, quam olim fuerunt, & tandem prorſus abituras, hacque in re cum Planetis primariis convenire.

Interim notari meretur, Lunam parum aut nihil ad Æquatorem Solis ab atmoſphæra ſolari appelli: quantum enim appellitur, dum ab uno Nodo ad alterum movetur, tantum repellitur dum ab hoc ad primum regreditur. Nullum autem dubium eſt, quin potius ſenſim ad Æquatorem terreſtrem Orbitæ ejus ſint acceſſuræ, ſi modo atmoſphæra Terræ in regione Lunæ aliquam reſiduam habeat denſitatem perceptibilem, quod tamen vix credo, quin potius totam atmoſphæram terreſtrem prius terminari puto, quam ad regionem lunarem aſcenderit. Supra enim §. VII. jam monuimus, atmoſphæram Terræ nimis rareſcere, quam ut in mediocribus elevationibus amplius eſſe poſſit perceptibilis. Inde intelligitur, cur Orbitæ lunares nec Æquatori Solis, nec Æquatori Terræ ſint admodum vicinæ.

§. XIX. Alia res eſt in atmoſphæris Jovis & Saturni in quibus, ut non dubito, denſitates lentius decreſcunt. Etiamſi enim in illis, ut in atmoſphæra terreſtri proxime ſit, denſitates in ratione geometrica decreſcere ponantur, dum altitudines arithmetice progrediuntur; fieri tamen poteſt, ut cum ſingulis milliaribus in terreſtri atmoſphæra denſitates dimidiantur, in atmoſphæris Joviali & Saturnia incomparabiliter major ad id requiratur elevatio, & ſic utrobique in Satellitum regione atmoſphæra notabilem ſuperſtitem habeat denſitatem, idque eo facilius, quod hi Satellites à Planetis ſuis ratione habita ad diametros horum Planetarum, non ſint admodum remoti.

His præmonitis, quivis jam rationem percipit, quod Satellites Jovis æque ac Saturni (ſi modo in hoc extremum Satellitem excipias) ſint proxime in communibus planis, quamvis plana ambo ſint inter ſe valde diverſa: angulum enim faciunt circiter 31 graduum, planum autem ab utraque parte affectant Æquatoris Planetæ primarii. Quod vero ad quintum Satellitem Saturni attinet, res

res mira eſt, quod à regula generali recedat. Dum enim reliqui quatuor Satellites æque ac annulus in plano Æquatoris Saturnii proxime ſiti ſunt, ſolus extremus ab hoc plano 15 aut 16 gradibus declinat, uti id demonſtravit Cel. Caſſini in comment. Acad. Reg. Sc. Pariſ. an. 1714. pag. 375.

Videbitur id fortaſſe primo intuitu theoriæ noſtræ contrarium; mihi vero poſtquam omnia attente conſideraſſem, admodum placuit iſtud phænomenon, cum de illo cogitare inciperem. Jam enim mihi perſuaſeram, atmoſphæram ſaturniam non ſe extendere ad regionem quinti Satellitis, aut ſaltem notabilem ibi denſitatem non habere amplius; idque ideo menti infixum tenebam, quod ab atmoſphæris corporum motum horum circa axem proprium pendere crederem, & cum Luna faciem eandem ſemper Terræ obvertat, confirmatus fui in ſententia, atmoſphæram Terræ ad Lunam non pertingere. Tum protinus in mentem venit, quod quintus quoque Satelles ſaturnius eandem ſemper Saturno faciem oſtendat, indicio eſſe, eum pariter ab actione atmoſphæræ ſaturniæ liberum, nec proinde ad Æquatorem Saturni appelli. Quibus ita penſitatis, magna animi voluptate intellexi, me jamjam veram penetraſſe rationem, qua extremus Saturni Satelles, iſque ſolus, tum in ſyſtemate ſaturnio, tum in joviali atque ſolari à plano corporis, circa quod volvitur, tantum declinat. Tum quoque intellexi, omni jam fundamento deſtitui conjecturam Hugenii atque Newtoni, Satellites ſingulos, Lunæ inſtar, Planetis ſuis primariis invariatam manifeſtare faciem, remque aliter eſſe jam pro demonſtrato habeo, reliqui enim Satellites omnes ſuis involuti ſunt atmoſphæris, quia minimo angulo Æquatorem Planetæ primarii ſecant.

§. XX. Hæc de Planetis ſecundariis. Videntur autem ſententiæ noſtræ admodum favere atque adeo opportune monita. Revertor ad atmoſphæras corporum cœleſtium, & quoniam ab his petii ſolutionem Problematis, earum actionem breviter ad regulas revocabo mechanicas. Quod autem de atmoſphæra ſolari dicam, ad reliquas pertinebit omnes. Orbitæ Planetarum in duobus interſecant locis Æquatorem Solis, quos vocabo *Nodos ſolares*. Putemus aliquem Planetam in alterutro nodo poſitum, & inde curſum ſuum pergere; dum vero ſic in directione ad Æquatorem ſolarem

oblique movetur, simul ab atmosphæra celeriter circumacta, motum acquirit eidem Æquatori parallelum, sed incomparabiliter priori minorem; & quia directiones in utroque motu conspirant, ubicunque Planeta positus sit, apparet motum compositum inde continue fieri magis Æquatori parallelum.

(Notetur in Planetis secundariis actionem atmosphæræ solaris cursui Satellitum modo secundum modo contrarium esse, quæ ratio est, quod Satellites non vergunt ad Æquatorem solarem, sed ad Æquatorem Planetæ sui primarii.) Hicque Planetarum ad Æquatorem accessus maxime sensibilis est in Nodis, in locis maximi ab Æquatore recessus nullus est, quia ibi tangentes sunt Æquatori parallelæ. In similibus autem ratione diversorum Planetarum locis accessus ad Æquatorem eo sensibiliores erunt, quo magis Orbitæ tangentes ab Æquatore reclinant, quo minores habent diametrum & densitatem Planetæ, quo majoris est densitatis materia atmosphæræ circumfusæ, & quo major est differentia inter celeritatem præfatæ materiæ ac Planetæ; quæ omnia, quia ratione diversorum Planetarum definiri nequeunt, conjicere non possumus, quinam Planetæ citius convergant ad Solis Æquatorem.

§. XXI. Postquam multis rationibus probabile fecimus, quod Planetæ ad Æquatorem Solis tendant, & post longa tempora vicinius ad eandem sint appropinquaturi, erit è re nostra, ut videamus ex observationibus astronomicis, quamnam actu habeant Orbitæ ad eundem Æquatorem inclinationem. Id vero cognoscitur ex situ Nodorum, ex inclinationibus Planetarum ad eclipticam, & ex situ Æquatoris solaris ratione eclipticæ. Secundum Keplerum, est nunc Nodus ascendens Saturni in 22° 49′ Cancri, ejusque inclinatio maxima ad eclipticam 2° 32′: Jovis ☊ in 5° 31′ Cancri, ejusque inclinatio 1° 20′: Martis ☊ in 17° 50′ Tauri, atque ejus inclinatio 1° 50′: Veneris ☊ in 14° 19′ Geminorum, inclinatio 3° 22′: Mercurii ☊ in 14° 47′ Tauri, inclinatio 6° 54′; atque in his determinationibus recentiores etiam Astronomi proxime conveniunt: sed major inter illos dissensus est, in definiendo Æquatoris solaris situ; nec certe observationes hanc in rem institutæ ejus sunt indolis, ut accurate definiri queat. In Hist. Acad. Reg. Sc. Paris. ad annum 1701, stabilitur inclinatio ejus ad eclipticam 7° 30′, & in commentariis ejusdem anni polus Æquatoris

ſolaris verſus Boream reſpondere dicitur 8° Piſcium. Secundum has hypotheſes interſecatur Æquator ſolaris ab Orbita

Saturni, ſub angulo	5°	58′
Jovis	6	21
Martis	5	49
Terræ	7	30
Veneris	4	10
Mercurii	2	56

Inclinatio maxima pertinet ad Orbitam Terræ, quæ cum Æquatore Solis angulum facit 7° 30′.

§. XXII. Quia vero incerta admodum eſt poſitio Æquatoris ſolaris, ita ut non defuerint qui illum cum ecliptica angulum facere affirmarent duobus gradibus vix majorem, non abſurdum erit, ejus axi talem affingere poſitionem, ut inclinatio Æquatoris media ad Orbitas Planetarum minima ſit, cui conditioni tentando ſatisfieri poteſt. Ita in præcedente hypotheſi inclinatio media Orbitarum eſt 5° 11′. At ſi Æquatorem Solis eclipticam ſecare ponamus ſub angulo 3° 22′, & polus Æquatoris Boream reſpiciens ſtatuatur in 20° Piſcium, tunc interſecabitur Æquator ſolaris ab Orbita

Saturni, ſub angulo	1°	51′
Jovis	2	7
Martis	2	4
Terræ	3	22
Veneris	0	20
Mercurii	4	34

Et ſic fit inclinatio Orbitarum media, quæ antea fuit, 5° 11′ tantum 2° 23′. Hanc igitur axis poſitionem, etſi tantum argumento quod dicunt, à poſteriori indicatam fere prætulerim aliis, quæ obſervationibus macularum innituntur, donec certior methodus aliquando ab Aſtronomis pro illius poſitione determinanda excogitetur.

§. XXIII. Cum ſupra actionem atmoſphæræ ſolaris, qua Terra & Planetæ ad Æquatorem Solis ſollicitantur, mechanicè explicarem, materiam atmoſphæræ celerius circumagi conſideravi,

quam corpora eidem immersa, neque vero id posui ceu aliquid, quod in theoria nostra aliter esse nequeat: visum mihi potius est aliunde probabile. Sit vero, si ita videbitur, nec majori velocitate moveatur atmosphæra, imo feratur minori quam Planeta; nihilominus hunc sensim ad Æquatorem solarem reducet. Quod ut appareat, motus atmosphæræ resolvi potest in duos alios, quorum unus sit motui Planetæ parallelus, alter ad priorem perpendicularis: hic vero, quia semper versus Æquatorem agit, non potest non Planetam ad eundem sollicitare.

§. XXIV. A Planetis veniamus ad Cometas. Dico autem, hos inclinationem suam ad Solis Æquatorem, quantacumque sit, non posse sensibiliter mutare, quia fere semper sunt aut plane positi extra atmosphæram Solis (prouti verisimiliter Luna est respectu atmosphæræ terrestris & quintus Satelles Saturni ratione atmosphæræ saturniæ) aut ob nimiam atmosphæræ raritatem ab illa parum in motu suo perturbari possunt. Equidem cum Cometæ sunt circa perihelium, aliquantulum ad Æquatorem Solis accedent: sed tempus id vix est comparabile cum reliquo revolutionis tempore. Apparet autem ex exemplis supra §§. XI. & XII. allatis, pro densitatibus atmosphæræ solaris, quod cum densitas ista crescere desiit, deinde tam cito decrescat, ut fere mox omnis evanescat; quod confirmat, Cometas, quorum distantia à Sole per totum fere revolutionis tempus quasi infinita est, parum ad Æquatorem Solis appelli. Interim tamen facile mihi persuaderi patiar, Orbitas Cometarum ad Æquatorem aliquantulum accessisse. Quod ad hanc me procliviorem facit opinionem, hoc est: in magno quorum Ephemerides habentur, Cometarum numero, visum fuit, inclinationem mediam ad Æquatorem Solis probabiliter futuram fuisse 45° proxime nisi ad eundem aliquantulum accessissent. Igitur catalogum adhibui Cometarum, ut eorundem inclinationem mediam cognoscerem. Hæc autem non potest non eadem esse ad sensum, sive planum Æquatoris solaris, sive eclipticæ consideretur, quia parum differunt hæc ambo plana, & cum aliqui Cometæ majorem habent inclinationem ad Æquatorem Solis, quam ad eclipticam, alii habent minorem, eritque inclinatio media proxime eadem. Idem quoque valet ratione ejus, quod inclinationes in singulis Cometis non accurate habeantur; errores enim ab utraque

parte ſe probabiliter deſtruent. Catalogus Cometarum hic eſt:

Cometæ anni 1337, inclin. ad eclipt....	32°	11′	0″
1472	5	20	0
1531	17	56	0
1532	32	36	0
1556	32	6	30
1577	74	32	45
1580	64	40	0
1585	6	4	0
1590	29	40	40
1596	55	12	0
1607	17	2	0
1618	37	34	0
1652	79	28	0
1661	32	35	50
1664	21	18	30
1665	76	5	0
1672	83	22	10
1677	79	3	15
1680	60	56	0
1682	17	56	0
1683	83	11	0
1684	65	43	40
1686	31	21	46
1694	11	46	0

Inclinatio media eſt 43° 39′. Ex qua apparet, Orbitas Cometarum à plano Æquatoris Solis aut nihil affici, aut ſi afficiantur, accedere potius ad iſtud planum, quam recedere.

§. XXV. Quoniam in eo nunc ſumus occupati, ut oſtendamus differentiam Cometas inter & Planetas, experientia confirmatam, ac theoriæ noſtræ omnino conformem, lubet hìc adjicere aliam, quæ pariter cum theoria egregie conſentit. Verſatur autem in excentricitatibus tum Cometarum tum Planetarum. Res profecto mirabilis eſt, Cometarum omnium excentricitates eſſe quaſi infinitas, Planetarum autem pene nullas. Cujus rei videant, an rationem mechanicam reddere poſſint, qui phænomena cœleſtia ſimplici gravitationum attractionum-ve hypotheſi explicare cupiunt. Nos vero cum gravitationi adjungimus actionem atmoſphæræ ſolaris circa axem Solis motam, rem ita explicabimus, ut videatur, aliter eſſe non potuiſſe. Seponamus itaque rationem atmoſphæræ, gravitationem autem diſtantiarum à Sole quadratis reciproce proportionalem ubique ſtatuamus: ſitque nunc corpus in directione ad radium è Sole ad corpus ductum perpendiculari projiciendum. Si projectio ea fiat celeritate, quam corpus altero

tanto à Sole elevatum caſu ſuo verſus Solem ad priſtinam uſque altitudinem acquirit, movebitur in circulo circa Solem: ſi minori projiciatur velocitate, movebitur in ellipſi, eritque locus projectionis aphelium, ſi majori, rurſus in ellipſi feretur, ſed in qua locus projectionis ſit perihelium. Hæc ex cognitis principiis mechanicis derivantur. Si omnino caſualis ſit projectionis velocitas, uti ratione noſtrum eſt, & omnes poſſibiles velocitatis gradus ad infiniteſimum uſque æque facile contingere ponantur, probabile imo certum erit, excentricitatem ellipſis, quam corpus projectum deſcribet, fore infinitam. Quia vero in natura non dantur reapſe velocitates infinitæ, res ita immutanda erit, ut dicatur admodum probabile eſſe, ingentem & tantum non infinitam fore excentricitatem. Et cum in vacuo ſit motus aut quaſi vacuo, ellipſes ſemel deſcriptæ aut ſine fine continuabuntur, aut diutiſſime durabunt. Hæc, nî fallor, accurate oſtendunt, quare Cometæ ellipſes fere parabolicas deſcribant, quia & probabiliter in origine ſua tales deſcribere debuerunt, & eaſdem ceu ab actione atmoſphæræ ſolaris fere plane liberi, non poſſunt non diutiſſime continuare. Sed cum idem ratiocinium ad Planetas atmoſphæræ actioni involutos applicamus, intelligimus quidem potuiſſe eos ellipſes in ortu ſuo deſcribere valde excentricas, ſed ſenſim ad Orbitas circulares vergere debuiſſe, & aliquando tales propius eſſe deſcripturos; quod ſic demonſtro: Materiæ atmoſphæricæ velocitas à Sole verſus peripheriam veroſimiliter creſcit (quamvis etiam tempus periodicum creſcat, uti monui §. VIII.) quia in hypotheſi, quod motus cujuſvis cruſtæ libere fiat, velocitates in eadem ratione cum diſtantiis ab axe Solis creſcere debent. Planetæ autem velocitas eo major eſt, quo Soli ſit propior; igitur ſi Planeta velocitatem mediam (ad mediam autem aliquam velocitatem conſtantem neceſſario vergere debet) jam conſervare ponatur, fieri non poteſt, quin in perihelio ab atmoſphæra retardetur, in aphelio acceleretur; utrumque autem quod ex mechanicis demonſtratur, facit, ut corpus Orbitam magis circularem, minuſque excentricam deſcribat, ita ut mirum non ſit, Planetas, Orbitas circa centrum Solis nunc fere circulares deſcribere; perfecte autem circulares non niſi poſt tempus deſcribent infinitum. Quia porro multa concurrunt, quæ in Planetarum corporibus definiri nequeunt, ad diminutionem excentricitatis ſenſibiliorem faciendam, dici non poteſt, quiſnam Planeta vi iſtius

theoriæ probabiliter magis minuſ-ve excentricus eſſe debeat. Concurrunt autem eadem fere, quæ in inclinatione Orbitarum ad Æquatorem Solis, quæ §. XX. recenſui; ita ut confirmer in poſitione, quam §. XXII. à poſteriori dedi Æquatori ſolari. Quia pro iſta poſitione inclinatio Orbitæ Veneris ad Æquatorem Solis fere nulla eſt, prouti quoque excentricitatem ejus fere nullam eſſe, norunt Aſtronomi: in Mercurio vero & inclinatio ad Æquatorem Solis, & excentricitas maxima eſt.

§. XXVI. An-non melius nos huic philoſophandi methodo, quæ ubique naturæ phænomenis convenit committemus, quam ut protinus Deum, ut dicunt ex machina accerſamus, & ejus voluntati immediate tribuamus, quod ex legibus à ſummo rerum Creatore omnibus corporibus præſcriptis conſequitur: anque fieri poteſt, ut voluntas Dei non plenum ſuum habeat effectum? ut Orbitas coincidere voluerit, nec perfecte coincidant, ut circulares circa Solem voluerit, nec perfecte tales ſint, & quæ ſunt hujuſmodi alia. Ad ea quoque pertinet, quod motus Terræ omniumque Planetarum ad communem tendant plagam, & quidem quod ad eandem verſus quam Sol motu ſuo circa axem movetur; quod eadem motuum affectio etiam in ſyſtemate joviali ſaturnioque ſit: quæ omnia talia ſunt, ut ſi adhuc lateant, ex theoria noſtra prævideri poſſint, & quorum tamen vel ipſe Newtonus philoſophator acutiſſimus, rationem mechanicam excogitari poſſe nullam affirmat, in tractatu ſuo optico.

§. XXVII. Denique nec id omittere debeo, quod ad motum Planetarum circa axem ſuum pertinet. Viſum enim fuit hunc quoque à motu atmoſphæræ ſolaris, qualem hactenus adhibuimus, illuſtrari. Fingamus vorticem, cujus partes ſingulæ eodem tempore revolvantur, eique corpus immerſum homogeneum, quod ſimul motu cum fluido communi feratur; corpus id eandem perpetuo vorticis axi faciem obvertet; ita enim apparet contingere, cum quælibet corporis particula ad fluidum pertinere putatur. Sed ſi tempus periodicum à centro verſus peripheriam creſcit in vortice, tum corpus circa axem feretur, motu vortici contrario, quod percipimus, cum corpus alternatim liqueſcere in ſuamque ſe figuram reſtituere conſideramus. Attamen axis corporis axi vorticis parallelus manebit: ſed ſi corpus heterogeneum ſit, ſique corpus in plano ad axem vorticis non perpendiculari incedat, variis modis fieri

poteſt, ut axis corporis axi vorticis non ſit parallelus. Hæc ſi ita ſint, ratio non difficulter percipitur motuum, quos Planetæ, ipſaque Terra circa axem habent. Contrarii erunt vertigines motibus circa Solem, quia tempora periodica in atmoſphæra ſolari, creſcentibus diſtantiis à Sole, ſimul creſcunt. [*At ſi ponamus inſuper centrum corporis, quod antea communi velocitate cum materia ferri finximus, tardius procedere ſimulque velocitates materiæ creſcere verſus extrema, in qua nos ſtare utraque ſententia teſtantur §§. VIII. & XX. videmus fieri ſic poſſe, ut vertigines Planetarum cum motu ſuo revolutionis conſpirent, quia hemiſphærium Planetæ à Sole averſum majorem impetum recipit à materia atmoſphæræ quam hemiſphærium Solem ſpectans.] Axis quoque corporum, quomodo poſſit eſſe obliquus ad axem Solis intelligitur, nec difficile eſt videre tempora vertiginum augeri maximam partem ab aucta differentia temporum periodicorum materiæ, ubi hæc extremitates Planetarum radit. Hæc differentia eo major erit, quo major eſt diameter Planetæ, & quo minus à Sole diſtat; cui proprietati non male reſpondent tempora vertiginum in Venere, Terra, Marte & Jove (in Mercurio & Saturno adhuc latent); attamen non à Solis Planetarum diametris eorundem definiri vertiginum tempora, nec theoria poſtulat, nec obſervatis aſtronomicis probabile fit. Hæc ita in corporibus vortici immerſis, ea vero quæ à vortice non afficiuntur ideo faciem immutatam centro, circa quod feruntur, obvertunt, quia centrum gravitatis locum à centro revolutionis remotiſſimum appetit, quæ ratio eſt, quod Luna Terræ & extremus ſaturnius Satelles Saturno invariatam faciem oſtendat. Atmoſphæra autem ſolaris in Satellitibus non poteſt revolutionem, ſed tantum levem aliquam titubationem producere.

** Author poſtquam ſe præmio donatum fuiſſe accepiſſet, verba quæ ſunt intra parentheſin quaſi à ſcriba omiſſa, reſtituenda miſit.*

§. XXVIII. Hæc ſunt quæ à longo quidem tempore in argumentum ab Academia propoſitum meditatus ſum, ſed quæ non-niſi feſtinanter in chartam conjicere licuit. Spero adeoque, ſi qui errores fortaſſe in numeros, de quibus Aſtronomi inter ſe conveniunt, aut qui faciliimo calculo inde deduci poſſunt, irrepſerint, hos mihi facile condonatum iri. Brevis ubique fui, quia feſtinare debui: alia multa nova potuiſſem ſuperaddere, tumque etiam allata magis extendere, & ſic majus volumen hiſce noſtris diſquiſitionibus conciliare. Puto tamen hæc pro deſideratis Academiæ ſufficere.

FINIS.

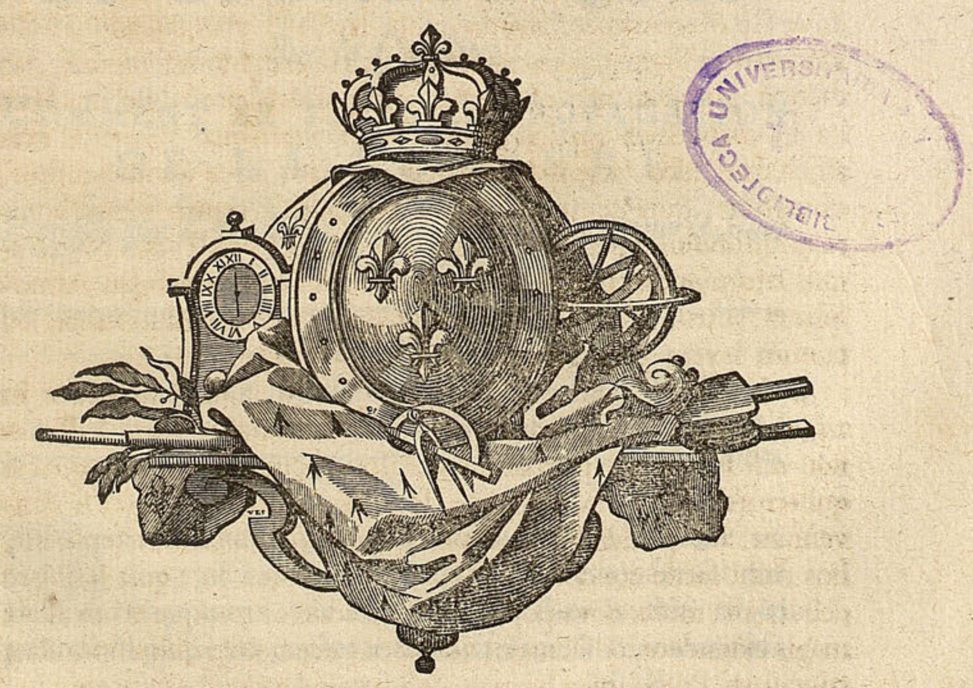
RECHERCHES PHYSIQUES ET GÉOMÉTRIQUES

SUR LA QUESTION:

COMMENT SE FAIT LA PROPAGATION DE LA LUMIÉRE.

Piéce qui a remporté le Prix de l'Académie Royale des Sciences, proposé pour l'année 1736, selon la fondation faite par feu M. ROULLIÉ DE MESLAY, ancien Conseiller au Parlement.

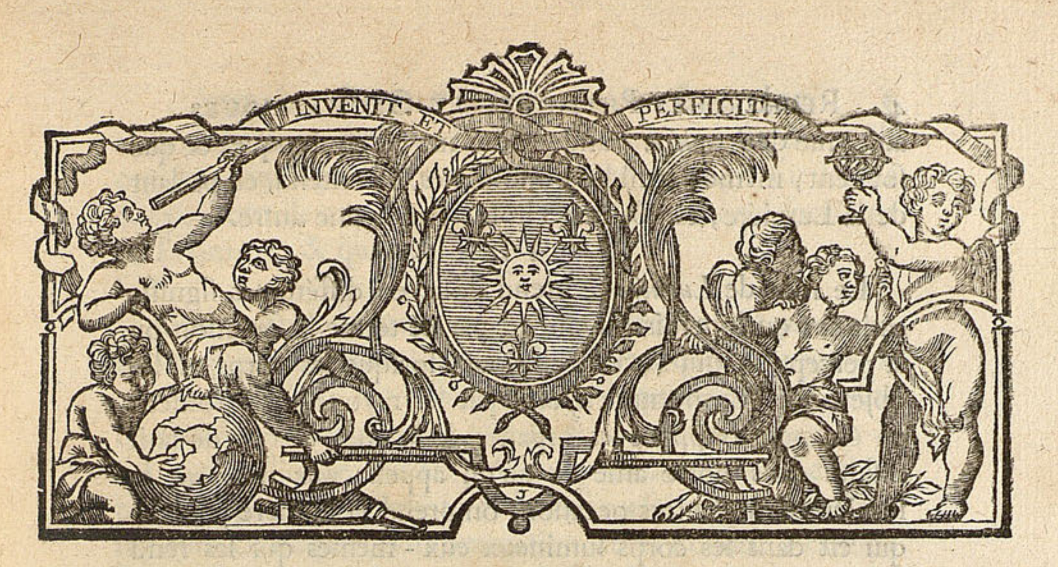
Par M. JEAN BERNOULLI, Docteur en Droit.



A PARIS,

DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXXXVI.



RECHERCHES PHYSIQUES ET GEOMETRIQUES

Sur la Queſtion :

COMMENT SE FAIT LA PROPAGATION DE LA LUMIE'RE,

Propoſée par l'Académie Royale des Sciences pour le Sujet du Prix de l'année 1736.

. . . . Hunc labor æquus
Provehit, & pulchro reddit ſua dona labori.

Juvenal. Sat. XVI. *v.* 56.

I.

JE ne trouve pas qu'il ſoit néceſſaire de faire un long préambule ſur ce qu'on doit entendre ici par *Propagation*, on le verra aſſés dans la ſuite de ce petit ouvrage. Je me contente d'attacher une idée convenable

au terme de *Lumiére,* puiſque ce terme eſt équivoque, & que ſouvent, même parmi les Philoſophes, on entend, en parlant de la Lumiére, tantôt une choſe, tantôt une autre.

II.

Le mot de *Lumiére* ſe prend donc en différentes ſignifications; quelquefois on entend par ce terme la ſenſation ou la perception qui s'excite en nous, lorſque les corps ou les objets que l'on nomme *viſibles,* par les rayons qui paroiſſent en émaner, frappent les organes de la vûë, & que de-là il réſulte dans notre ame ce qu'on appelle *voir* ou *ſentir* la lumiére. En d'autres occaſions on prend la lumiére pour ce qui eſt dans les corps lumineux eux-mêmes qui les rend viſibles. Quelquefois auſſi on veut que la lumiére ſoit une je ne ſçais quelle vertu émanante qui ſort du corps lumineux, qui ſe répand ſur les corps opaques, & qui les éclaire. Certains Philoſophes anciens ont donné à cette prétenduë vertu le nom d'*Eſpeces incorporelles (SPECIES VEL IMAGINES RERUM VISIBILIUM).* Les Phyſiciens d'aujourd'hui nomment ſouvent ce qui paroît émaner du corps lumineux le *vehicule de la lumiére (VEHICULUM LUMINIS)* par lequel ils n'entendent autre choſe que les rayons qui tranſportent la lumiére ſur les objets éloignés.

III.

C'eſt en particulier dans cette ſignification que le ſujet en queſtion doit être traité; car on veut ſçavoir comment ſe fait la propagation de la lumiére, c'eſt-à-dire, de quelle maniére les rayons, ce *véhicule de la lumiére,* ſe portent au loin, & font appercevoir le corps lumineux dont les rayons partant ſe tranſportent à des diſtances immenſes, telles que ſont celles qui ſont entre la Terre & le Soleil, ou les autres Aſtres.

IV.

Entre les corps diſtants ou éloignés les uns des autres, il n'y a point d'autre communication que celle qui ſe fait par le mouvement de quelque matiére qui va de l'un à l'autre. C'eſt-là la ſeule idée claire qu'on peut avoir d'une telle

communication. Auſſi les Philoſophes de bon goût, dès qu'ils ont remarqué que l'Aimant, par exemple, agit ſur le Fer éloigné, ont-ils conclu qu'il y avoit des effluves qui ſortoient de l'Aimant, & qui faiſoient cet effet.

V.

Mais tout mouvement & toute matiére ne ſont pas capables de produire toutes ſortes d'effets. Ceux qui ſont prompts, qui ſont violents, qui ſont ſubits, demandent ſans doute une matiére extrêmement ſubtile & un mouvement tout-à-fait extraordinaire qui les puiſſent produire; comme ſont, par exemple, les exploſions & les efferveſcences de certaines liqueurs chimiques, l'inflammation de la Poudre à canon, l'éclat & la force pénétrante de la Foudre.

V I.

Tous ces mouvements cependant ne ſont rien en comparaiſon de l'étonnante rapidité avec laquelle la lumiére ſe tranſporte, puiſque, ſuivant le calcul de M. Huygens fondé ſur l'obſervation de M. Romer, elle n'employe que 11 minutes de temps pour faire le chemin depuis le Soleil juſqu'à nous. M. Newton ne lui donne même que 7 à 8 minutes pour parcourir cette vaſte étenduë qui contient plus d'onze mille diametres de la Terre.

V I I.

Il faudra donc trouver une force mouvante convenable à effectuer cette prodigieuſe vîteſſe, qui puiſſe tranſmettre dans une ſeule minute plus de mille diametres de la Terre, dont la rapidité par conſéquent ſoit 6 à 700000 fois plus grande que celle du ſon, qui, quoique bien prompte par rapport à nos ſens, ne parcourt que 180 toiſes dans une ſeconde, ou près de 11000 toiſes dans une minute horaire.

V I I I.

Cependant il ne faut pas trouver étrange que dans la Nature il y ait réellement de la matiére agitée ou douée d'une ſi énorme vîteſſe; car ceux qui connoiſſent familiérement les propriétés de la force mouvante, qui n'eſt autre choſe qu'une preſſion appliquée continuellement pendant un

temps, grand ou petit, à mouvoir quelque corps, comprennent fort bien que la force mouvante d'une meſure déterminée, quelque médiocre qu'elle ſoit, eſt capable d'imprimer tel degré de force accélératrice que l'on voudra à un corps ſur lequel ſeul elle agit, pourvû que ce corps, qui doit recevoir toute l'impreſſion de la force mouvante, ſoit d'une maſſe aſſés petite.

I X.

Pour en être mieux inſtruit, il n'y a qu'à conſidérer que la force mouvante abſoluë eſt en raiſon compoſée de la maſſe du corps & de la force accélératrice qu'elle lui imprimera; cela veut dire, qu'en nommant f la force mouvante, m la maſſe, & a la force accélératrice, on aura $f = ma$.

X.

D'où il ſuit qu'en diminuant m, on augmentera a en même raiſon, ou bien qu'on peut faire $f = ma = \frac{1}{n} m \times na$; ainſi la force accélératrice a, que la force mouvante f imprime à la maſſe m, ſera multipliée n fois, ſi elle n'agit que ſur la maſſe diminuée $\frac{1}{n} m$.

X I.

Suppoſons, par exemple, un reſſort bandé, appuyé d'un côté contre un obſtacle fixe, & de l'autre contre un corps mobile m; ſoit la force mouvante de ce reſſort, quand il ſe débande variable ou invariable $= p$, la vîteſſe qu'il aura communiquée au corps $m = v$, après s'être dilaté par un eſpace $= x$; on ſçait, par le principe général de la Dynamique, que l'on aura $\frac{pdx}{m} = vdv$, & partant $\frac{2}{m} \int pdx = vv$. Donc un autre reſſort ſemblable & égal au premier, & bandé également, mais qui déploye ſa force p ſur un autre corps M différent du premier m, quand il ſe ſera débandé par la même étenduë x, on aura pour la détermination de la vîteſſe, que je nomme u, cette autre équation $\frac{2}{M} \int pdx = uu$; ce qui fait voir que $vv \,.\, uu :: \frac{2}{m} \,.\, \frac{2}{M}$

:: *M.m*, d'où on infere que les quarrés des vîtesses sont en raison réciproque des masses ; on peut aussi tirer cette vérité de la démonstration que donne M. Newton dans ses Principes de la Philosophie naturelle, *Propos. 39. Liv. 1.* Cela étant, il est clair que la moindre force mouvante *p* peut exciter dans un corps *m* une aussi grande vîtesse que l'on voudra, pourvû que l'on donne à ce corps une masse *m* assés petite, car en le prenant infiniment petit, il acquerra une vîtesse infiniment grande.

XII.

On voit bien à quoi cela aboutit, pour démontrer que quelque excessive que soit la rapidité de la lumiére, qu'on est obligé de supposer en admettant l'observation de M. Romer ; il n'y a rien là qui paroisse impossible ou incroyable. Il faudra examiner seulement s'il n'y a pas, ou s'il ne peut pas y avoir une force universelle répanduë par tout l'Univers, qui fasse un effort continuel de se dilater en tout sens, & qui se dilate effectivement dès qu'en quelque endroit la résistance qui la retient en équilibre vient à être ôtée ou diminuée.

XIII.

Nous en voyons au moins un exemple dans l'air de notre Atmosphere, dont les parties sont comprimées les unes par les autres, & s'empêchent mutuellement de se dilater, comme elles le feroient en vertu de leur élasticité, si par quelque accident il arrivoit que la pression d'un côté devînt plus ou moins forte que la contrepression opposée.

XIV.

S'il est permis à M.rs les Newtoniens de supposer une attraction universelle des corps les uns vers les autres, quoiqu'ils n'en puissent alléguer aucune cause physique compréhensible ; à plus forte raison nous sera-t-il permis de supposer une force dilatatrice qui se trouve dans une matiére très-subtile, qui remplit les vastes espaces du Monde, & dans laquelle les autres corps sont isolés comme des islots flottants dans l'Océan.

XV.

Ce principe de dilatation ſera d'autant plus admiſſible que l'on peut au moins en avoir une idée claire, & rendre quelque raiſon phyſique d'une telle force qui tend à écarter les corps qui l'environnent. Pour qu'une matiére ſe dilate, il faut qu'elle faſſe impulſion ſur les corps contigus qui l'environnent immédiatement ; y a-t-il rien de plus intelligible que la production du mouvement par impulſion ?

XVI.

Il eſt vrai que le principe de dilatation peut faire de la peine, car eſt-il naturel ou eſſentiel à la matiére ? Point du tout, on conçoit la matiére ſans y comprendre la vertu de ſe dilater néceſſairement. Il faut donc une matiére univerſelle qui ſoit élaſtique ; mais ce reſſort, cette force élaſtique d'où lui vient-elle, puiſque la matiére en tant que telle ne demande point cette vertu, pouvant exiſter ſans être élaſtique ?

XVII.

M.rs Huygens & Newton, en traitant de la propagation de la lumiére, ont ſuppoſé que l'éther, comme le véhicule de la lumiére, eſt actuellement élaſtique par lui-même ; ils l'ont ſuppoſé ſimplement, ſans en indiquer aucune raiſon phyſique, le premier ayant attribué un reſſort parfait à chacun des petits globules qui, ſelon lui, compoſent l'éther, & l'autre voulant que l'éther ſoit un milieu très-uniforme, très-ſubtil, & également dilatatif dans toutes ſes parties, & même dans tous ſes points.

XVIII.

Quant à nous, nous admettons l'élaſticité de l'éther, mais nous l'expliquerons phyſiquement ; ſans cela, nous tomberions avec ces deux grands hommes dans le défaut de vouloir expliquer une choſe obſcure, par la ſuppoſition d'une autre également, ou encore plus obſcure.

XIX.

Pour éviter ce reproche, j'ai recours à la propriété connuë & fort intelligible de la force centrifuge qu'ont naturellement les corps qui circulent autour d'un point, c'eſt la force ou l'effort

l'effort qu'ils acquiérent de s'éloigner du centre de ce mouvement, provenant de la loi générale, que tout corps en mouvement, tend conſtamment à ſuivre en droite ligne la direction où il ſe trouve à chaque moment.

XX.

Or je ne trouve rien de plus propre pour mon deſſein que les petits tourbillons du P. Malebranche; je conçois donc avec évidence, qu'il eſt poſſible & même probable, que la matiére de l'éther eſt un fluide composé originairement d'une infinité de petits tourbillons, mais ſi petits qu'ils peuvent paſſer très-librement par les pores les plus étroits des autres corps fluides ou ſolides.

XXI.

Ainſi chacun de ces petits tourbillons fait un effort continuel de ſe dilater par la force centrifuge de ſes parties circulantes autour de ſon centre, & ſe dilate actuellement dès qu'il arrive que par quelque accident, les autres tourbillons dont il eſt environné, ſoient chaſſés ou pouſſés ailleurs.

Ce que je dis d'un ſeul petit tourbillon doit être entendu d'un volume ou d'un amas qui contient une infinité de ces tourbillons qui ſe contiennent dans leurs bornes, par cela ſeul qu'ils ſont réprimés, & tenus en équilibre par tous ceux qui touchent tout à l'entour ce volume, ſans quoi il s'étendroit dans le moment du côté où il trouveroit une moindre force pour réſiſter que pour s'étendre, de même que nous voyons que l'air renfermé dans un récipient, & plus condenſé que l'extérieur, s'en échappe avec impétuoſité dès qu'on lui fait quelque ouverture.

XXII.

Ce n'eſt pas que je prétende que l'air, non plus que d'autres corps terreſtres élaſtiques tirent l'origine de leur reſſort de l'action de ces petits tourbillons, puiſque ceux-ci à cauſe de leur infinie petiteſſe, trouveroient les pores, dans les corps groſſiers, trop ouverts pour ſe laiſſer comprimer. C'eſt peut-être la raiſon qui a déterminé M. Bernoulli à donner dans ſon *Diſcours du Mouvement*, une autre cauſe

physique, par laquelle il explique le ressort des corps terrestres, prise aussi de la force centrifuge de certaines particules qui voltigent autour d'un centre, mais qui pour être trop grosses ne peuvent pas s'échapper par les pores.

XXIII.

Revenons à nos petits tourbillons, on doit les supposer d'une petitesse au de-là de tout ce qu'on peut imaginer de plus subtil; car par-là on augmente leur force de se dilater autant que l'on veut jusqu'à l'infini ; supposé même que la vîtesse actuelle de leur circulation ne fût que très-médiocre; étant constant que la force centrifuge des corps qui tournent en rond avec une vîtesse donnée, est en raison inverse du diametre, ou de la circonférence qu'ils décrivent, en sorte que diminuant à l'infini cette circonférence, on augmentera autant la force centrifuge.

XXIV.

Je me figure présentement, que tout cet amas de petits tourbillons qui remplit les vastes espaces du Monde, est parsemé de corpuscules très-subtils, durs ou solides, laissant entre eux des intervalles, si vous voulés, mille fois plus longs que le diametre d'un de ces corpuscules, je n'en détermine pas la longueur, il suffit que je conçoive très-clairement que chaque ligne droite tirée d'un point à l'autre, enfilera une infinité de ces petits corpuscules, dont je puis supposer les intervalles à peu-près égaux, puisque les corpuscules sont uniformément dispersés parmi les petits tourbillons, quoique les corpuscules eux-mêmes puissent être de différente grandeur.

XXV.

Ces corpuscules demeureront tous en repos, les plus & les moins grands, comme le hazard les a placés, étant également pressés de tout côté par les tourbillons qui les environnent; mais dès qu'une force nouvelle survient d'un côté qui pousse ou chasse un de ces corpuscules de sa place suivant une certaine direction, l'équilibre ne pourra plus se soûtenir, puisqu'il est clair que les petits tourbillons situés entre le

corpuſcule pouſſé & le plus voiſin ſur la même ligne de direction, ſeront comprimés en forme de reſſort, & pouſſeront par conſéquent auſſi ce ſecond corpuſcule, enſuite le troiſiéme, le quatriéme, &c. juſqu'à un grand nombre, avant que la compreſſion ſoit entiérement achevée, ce qui étant fait, les tourbillons en ſe reſtituant ſur le champ, repouſſeront les corpuſcules, & même au de-là de leur centre de repos, preſque autant qu'ils s'en étoient écartés de l'autre côté, d'où ils ſeront chaſſés & rechaſſés une ſeconde fois, & ainſi de ſuite, faiſant un grand nombre de réciprocations en forme d'oſcillations ou de vibrations, mais très-petites & très-promptes.

XXVI.

Si je conçois maintenant que les corps qui ſont originairement lumineux, tels que le Soleil, les étoiles, la flamme, les charbons ardents, &c. ne ſont, ou ne contiennent autre choſe qu'une infinité de particules ſolides, agitées en tous ſens avec beaucoup de violence, qui frappent ſans ceſſe contre l'éther élaſtique, ſous lequel le corps qu'on nomme *lumineux*, eſt enveloppé, je veux dire contre cette matiére compoſée de petits tourbillons, avec de petits corpuſcules entremêlés, qui environne immédiatement le corps lumineux ; je vois clairement que chaque point phyſique de la ſurface de ce corps doit être capable d'exciter une infinité de rayons ; ſçavoir, autant qu'il y a de lignes droites tirées de ce point comme d'un centre vers la ſurface d'une ſphere.

XXVII.

Car chacune de ces lignes droites remplie de petits tourbillons, & chargée de petits corpuſcules de diſtance en diſtance, doit recevoir par le point lumineux un ébranlement violent qui condenſe les premiers tourbillons voiſins, & ceux-ci condenſés, chaſſent les corpuſcules de leur centre d'équilibre, ce qui produit, ainſi que nous l'avons expliqué, des vibrations tout le long de chaque ligne droite qui part du point lumineux.

XXVIII.

Il n'eſt pas néceſſaire de déterminer la longueur de ces lignes droites depuis l'origine juſqu'à la fin de la premiére compreſſion, cela dépend de la groſſeur des corpuſcules de l'intervalle, ou de la file des petits tourbillons entre les corpuſcules, & de pluſieurs autres circonſtances qu'il ſeroit difficile de connoître. Il ſuffit que je faſſe voir qu'il faudra toûjours un même temps à la lumiére pour parcourir une grande diſtance donnée, quelque longueur qu'on veuille attribuer à chacune de ces lignes droites, que je nommerai deſormais *fibres lumineuſes*, en ſorte qu'un rayon de lumiére eſt une ſuite ou une chaîne compoſée d'un grand nombre de fibres lumineuſes miſes bout à bout ſur une longue ligne droite, au moins pendant que la lumiére s'étend dans un milieu uniforme.

XXIX.

C'eſt déja un grand avantage que cette méthode d'expliquer la propagation de la lumiére, montre d'abord la raiſon phyſique pourquoi elle ſe fait en ligne droite dans un milieu de conſiſtance uniforme. M. Huygens ne pouvant démontrer cette propriété par ſa *Méthode des Ondes*, quoique d'ailleurs très-ingénieuſe, ſe contente de faire remarquer que la lumiére doit ſe faire ſentir le plus ſenſiblement ſuivant la direction de la ligne qui coupe perpendiculairement toutes ſes ondes; mais s'enſuit-il pour cela qu'on n'en ſentira pas le moindre effet, dès que la direction devient tant ſoit peu oblique? Pourquoi, par exemple, les rayons du Soleil entrant par un petit trou dans une chambre obſcure, font-ils voir ſon image ſi bien terminée & ſi directement oppoſée, ſans qu'aucune trace de quelque foible lueur paroiſſe autour de l'image qui eſt préciſément la baſe d'un cone, dont le ſommet eſt dans le centre du trou, & oppoſé en même temps à l'autre cone, qui a pour baſe le diſque du Soleil lui-même, ſelon les regles de l'Optique ordinaire? On ne doit pas m'objecter la petite penombre qu'on obſerve à la circonférence de l'image, car cette penombre eſt en dedans

de la circonférence, & n'exifteroit nullement, fi le Soleil n'étoit qu'un feul point lumineux.

XXX.

Il femble du moins que la nature de la lumiére devroit imiter en quelque façon celle du fon qui, comme nous verrons bien-tôt, a beaucoup d'affinité ou d'analogie avec la lumiére par rapport à leur production & leur progrès. Or l'expérience montre affés que le fon fe fait entendre non feulement en ligne droite depuis fon origine, mais auffi quoique plus foiblement, en procédant par des obliquités & des détours, ce que les rayons de lumiére ne font nullement, à moins qu'ils ne foient réfléchis à la rencontre d'un corps opaque, ou rompus, en paffant par une matiére tranfparente de différente denfité, continuant d'ailleurs toûjours leur cours en ligne droite auffi long-temps qu'ils font dans un milieu uniforme.

XXXI.

En faifant attention à la conftitution des corpufcules folides entremêlés dans tout l'amas des petits tourbillons, qui nous viendra dans la fuite fous le nom d'*Ether élaftique*, nous trouverons très-probable que ces corpufcules font de différente groffeur, fitués entr'eux confufément & fans ordre, pendant qu'ils font encore en repos : nous ferons même obligés de fuppofer les plus gros corpufcules d'une petiteffe extraordinaire, pour les concevoir capables de recevoir par la force agitative de l'éther élaftique une accélération fuffifante pour produire cette prodigieufe rapidité avec laquelle la lumiére parcourt des diftances immenfes.

Il n'y a rien là qui choque la raifon ; la divifibilité à l'infini de la matiére permet de donner à nos corpufcules telle fubtilité que nous jugerons convenable à notre deffein, M.[rs] Huygens & Newton ayant fait la même fuppofition dans leurs fyftemes.

XXXII.

Confidérons préfentement ce qui fe fera, lorfque la matiére, dont l'agitation violente eft la fource de la lumiére, ou lorfqu'un point feulement de l'objet lumineux vient à

frapper ſubitement l'éther élaſtique, & à le repouſſer tout à la ronde comme du centre vers la circonférence ; nous voyons que du premier coup l'éther repouſſé ſe condenſera à la rencontre & par l'oppoſition des corpuſcules les plus proches, leſquels par conſéquent ſeront chaſſés dans le moment de leurs places, ce qui ne ſe peut faire ſans qu'ils condenſent l'éther contenu dans les ſeconds intervalles, & que par-là ſoient mis en mouvement les ſeconds corpuſcules, enſuite les troiſiémes, les quatriémes, &c. juſqu'aux derniers, qui ne cederont plus ſenſiblement de leur place, parce que l'impétuoſité du choc s'abſorbe enfin après la compreſſion parvenuë à un certain degré.

XXXIII.

Ainſi voilà une infinité de fibres lumineuſes rectilignes, leſquelles excitées par l'ébranlement d'un point phyſique ſur la ſurface du corps lumineux, partent de ce point, & tendent comme du centre vers la circonférence. Cependant quoique les corpuſcules nagent dans l'éther pêle-mêle, les plus gros avec ceux qui le ſont moins, avant qu'ils ſoient agités par la matiére de la lumiére ; il faut pourtant être perſuadé que quand l'agitation ſurvient, les corpuſcules ſe ſépareront & ſe rangeront de telle maniére, que toutes les fibres ſoient compoſées de corpuſcules égaux ; les unes, de ceux qui ſont d'une telle ou telle groſſeur, d'autres fibres qui ſont compoſées d'autres corpuſcules égaux, d'autres encore compoſées de corpuſcules égaux d'un autre genre de groſſeur, & ainſi pour toutes les eſpeces de fibres. Enfin cela dépend du hazard, ſelon qu'une certaine fibre qui ſe produit a ſon premier corpuſcule, qui eſt le plus proche du point lumineux, d'une certaine groſſeur, cela ſuffit pour faire que tous les corpuſcules de la même groſſeur, qui ſe trouvent entre les deux extrémités de la fibre, y demeurent & commencent à participer à l'agitation du premier corpuſcule ; les autres, plus ou moins gros, n'ayant pas la diſpoſition de ſuivre avec la même facilité l'ébranlement primitif, ſeront expulſés de côté & d'autre de la fibre, pour aller ſe ranger parmi leurs ſemblables en d'autres fibres qui leur conviennent.

Ces ſortes de mouvements communicatifs dans les corps d'une même diſpoſition au mouvement, ſont quelque choſe de fort ordinaire à la Nature; nous voyons, par exemple, que pluſieurs cordes de Muſique, tenduës tout près les unes des autres, dont quelques-unes ſont miſes à l'uniſſon; nous voyons, dis-je, qu'une de ces derniéres étant pincée, ſera trémouſſer ſenſiblement toutes celles qui ſont tenduës ſur le même ton, & laiſſera en repos toutes les autres, quoique les plus proches, qui ſont tenduës ſur des tons différents, ſi ce n'eſt l'octave & la quinte, qui recevront auſſi quelque petite impreſſion ſenſible; mais en général les cordes qui donnent des tons fort diſſonants ne font aucune impreſſion les unes ſur les autres, lorſqu'elles ſont touchées ou pincées ſucceſſivement. La raiſon de tout cela eſt ſans doute la conformité ou la difformité de diſpoſition au mouvement, laquelle fait que l'air ébranlé par la corde pincée communique aiſément le même trémouſſement aux unes qui ſont diſpoſées à le recevoir, & n'en communique rien à celles qui n'y ſont pas diſpoſées.

XXXIV.

La réfléxion que je viens de faire ſur la diverſité des fibres lumineuſes, me donnera occaſion de parler des différentes couleurs des rayons que l'on y remarque, lorſqu'ils ſe ſéparent par la réfraction ou par la réfléxion, & d'entrer par-là dans la diſcuſſion de l'ingénieux ſyſteme ſur l'origine des couleurs, donné par M. Newton dans ſon Optique. Ce célebre Auteur attribuë auſſi la diverſité des couleurs à la différente groſſeur des petits corpuſcules ſolides; mais il prétend que ces corpuſcules viennent du corps lumineux lui-même, & en partent par un mouvement de tranſport très-rapide depuis la ſource de la lumiére juſqu'aux objets qui la reçoivent : au lieu que, ſelon ma Théorie, ces corpuſcules capables de faire ſentir la lumiére, ſe trouvent par-tout diſperſés dans l'éther élaſtique, & que ſans ſortir loin de leur centre de repos, ils forment une infinité de fibres lumineuſes autour de chaque point ſur la ſurface du corps lumineux. Je ferai voir comment

chacune de ces fibres une fois formée se multiplie & s'étend toûjours en ligne droite à des distances énormes avec une excessive rapidité. Ces fibres ainsi répétées & multipliées, chacune suivant sa premiére diréction, seront ce qu'on nomme les rayons de lumiére, dans l'extension desquels consiste sa propagation.

XXXV.

Il faut donc considérer de plus près la génération, la nature, l'action & d'autres symptomes de nos fibres lumineuses. Nous avons déja vû de quelle maniére l'éther élastique ou les petits tourbillons comprimés ou condensés par l'impulsion d'un point du corps lumineux, chasse de sa place le premier corpuscule d'une fibre, celui-ci chasse le second par la compression de l'éther interjetté, le second chasse le troisiéme, & ainsi de suite jusqu'à l'extrémité de la fibre, où la condensation de la matiére éthérée étant parvenuë à son plus haut degré, ne prend plus d'augmentation sensible, & commence par conséquent à se restituer, en repoussant les corpuscules en sens contraire jusques par de-là leur centre de repos, d'où ils rebrousseront, & feront ainsi des allées & des revenuës en forme d'oscillations très-promptes, que j'appellerai *vibrations longitudinales*, parce qu'elles se font suivant la longueur & dans la direction même de la fibre, au lieu qu'une corde tenduë, lorsqu'elle est tirée un peu hors de sa situation rectiligne, & puis lâchée subitement, fait des vibrations *latitudinales* en direction perpendiculaire à la situation naturelle de la corde.

XXXVI.

Je prouverai deux choses : 1.° Que chaque fibre lumineuse étant en agitation forte ou foible, fait ses vibrations longitudinales en temps égaux, c'est-à-dire, qu'elles seront Tautochrones; tout comme on a prouvé ce tautochronisme dans les vibrations latitudinales des cordes de musique tenduës. 2.° Que les fibres lumineuses multipliées & mises bout à bout sur une ligne droite depuis l'origine de la lumiére jusqu'à une telle distance que l'on voudra, où la lumiére puisse

puiſſe être portée, ſe communiqueront leurs vibrations en temps égaux par égales diſtances ; je veux dire que la lumiére parcourt des eſpaces proportionnels aux temps, ſuppoſé que la propagation ſe faſſe toûjours dans un milieu uniforme. Pour cette fin, je démontre une propoſition générale après ces deux définitions.

XXXVII.

DÉFINITION I. J'appelle *centre d'équilibre forcé*, le point où un corps placé entre deux reſſorts bandés, leſquels font un effort égal pour ſe dilater en directions oppoſées, eſt par cela même retenu en équilibre, étant ſollicité ou preſſé de part & d'autre par deux forces égales & oppoſées.

DÉFINITION II. Le centre d'*équilibre oiſif* eſt le point où un corps ſe trouve entre deux reſſorts lâches ou débandés, en ſorte qu'il demeure en équilibre ou plûtôt en repos, par cela ſeul qu'il n'eſt point preſſé ni d'un côté ni de l'autre.

XXXVIII.

PROPOSITION GÉNÉRALE.

Un corps mis dans un centre d'équilibre forcé, s'il en eſt déplacé par quelque cauſe que ce ſoit, juſqu'à un petit intervalle dans la direction des deux reſſorts ou forces motrices oppoſées, il retournera ſur ſes pas, & fera des vibrations en temps égaux en forme d'oſcillations tautochrones.

DÉMONSTRATION. Soit le corps mobile P ſur la droite MN entre deux reſſorts ou deux forces motrices contraires quelconques, mais égales, repréſentées par PM & PN, comme ſi c'étoit, par exemple, deux reſſorts bandés également, l'un appuyé contre le point fixe M, & l'autre contre le point fixe N, le premier faiſant effort pour pouſſer le corps P vers N, & l'autre pour le pouſſer vers M. Soit exprimée chacune de ces deux forces par la perpendiculaire PB ; voilà donc le corps P dans ſon centre d'équilibre forcé. Soit maintenant la courbe DBF, dont les ordonnées GL, gl, marquent les forces motrices du reſſort PN, lorſqu'il Fig. 1.

s'est dilaté jusqu'en *G*, ou resserré en *g*; soit aussi la courbe *ABC*, dont les ordonnées *GE*, *ge*, expriment les forces motrices de l'autre ressort opposé *PM*, lorsqu'il se resserre en *G*, ou se dilate en *g*.

D'abord il est clair qu'au centre d'équilibre forcé *P* l'appliquée *PB* sera commune aux deux courbes *DBF*, *ABC*, & passera par leur intersection *B*, parce que le corps *P* y est également pressé, mais en sens contraires *PN* & *PM*. Mais le corps *P* venant à être délogé de *P* pour se transporter, par exemple, en *G*, le ressort *PN* se dilatera en *NG*, & ne gardera que la force *GL*, avec laquelle il tâche de le pousser plus loin vers *M*, pendant que l'autre ressort *PM*, resserré en *GM*, acquiert une plus grande force *GE*, avec laquelle il repousse le corps vers *N*; c'est donc avec l'excès *EL*, dont la force *GE* surpasse la force *GL*, que le corps en *G* est poussé ou sollicité vers le centre *P*. Or, pendant que l'éloignement *PG* est assés petit, le triangle mixte *EBL* peut passer pour un triangle rectiligne; donc *EL* est à *PG* pour tous les autres éloignements en raison constante, c'est-à-dire, les forces motrices ou accélératrices (car c'est la même chose où il n'y a qu'un corps à considérer) sont proportionnelles aux distances du centre. Il en est de même, lorsque le corps *P* est transporté de l'autre côté en *g*; donc selon la propriété connuë de ces forces, le corps *P* fera des vibrations tautochrones pour des excursions égales ou inégales. *C. Q. F. D.*

XXXIX.

COROLLAIRE. De-là il paroît que les trémoussements d'un corps élastique, quand il est dans un état de compression, & par conséquent chacune de ses petites particules dans son centre d'équilibre forcé, pendant que le corps & toutes ses parties sont en repos, les trémoussements, dis-je, seront tautochrones, lorsque ce corps vient à être frappé, ou violemment ébranlé.

XL.

SCHOLIE. Il faut remarquer que l'équilibre forcé est

absolument nécessaire, pour que les trémoussements, grands ou petits, soient tautochrones. Car quand les petites parties, étant en repos, ne sont pas pressées par les deux côtés opposés, ou, ce qui revient au même, quand elles sont simplement dans un équilibre oisif, alors le tautochronisme du trémoussement ou des petites vibrations n'aura plus lieu.

X L I.

Pour m'expliquer plus clairement : soit *MP* un ressort unique fixé en *M* & libre en *P*, en sorte qu'il soit entiérement débandé, lorsqu'il est dans son état naturel. Soit *AEP* la courbe des forces motrices de ce ressort, dont les appliquées *GE* marquent sa force dilatative, lorsque de l'espace *MP* il est resserré dans un moindre *MG*. Soit aussi *PEC* la courbe des forces contractives, dont les appliquées *ge* expriment les forces avec lesquelles le ressort cherche à se raccourcir, lorsque de son état naturel *MP*, il vient à être étendu par un espace plus long *Mg*. Nous sçavons que la Nature n'opere jamais ses changements que par degrés infiniment petits ; donc le ressort *MP* réduit en *MG*, où il a la force *GE*, ne perdra pas brusquement toute sa force, lorsqu'il se sera dilaté jusqu'à son centre de repos naturel *P*, mais cette force périra insensiblement comme en s'évanouissant, tellement que l'angle *EPG* sera infiniment petit, ou un angle de contact ; il en est de même des forces contractives *ge* qui naissent aussi graduellement pour faire un angle de contact *ePg*, en sorte que la droite *MPN* sera la commune tangente des deux courbes *AEP* & *PeC*. Cela étant ainsi, on sçait que les arcs *PE*, pris sur la courbe *PEA*, aussi-bien que les *Pe*, pris sur la courbe *PeC*, quelque petits qu'ils soient, ne peuvent plus passer pour de petites lignes droites, comme dans le cas de deux ressorts antagonistes bandés, où les angles *EBL*, *eBl* (*Fig. 1.*) sont des angles finis. Car ici les petits arcs *PE*, *Pe*, ayant toûjours la nature des paraboles ordinaires, pourvû que la convexité des deux courbes *PEA*, *PeC*, soit finie en *P*, les appliquées *GE*, *ge*, ne seront pas proportionnelles aux simples abscisses *PG*, *Pg*, mais elles

Fig. 2.

ſeront en raiſon des quarrés de ces abſciſſes, conformément à ce qu'a déja démontré M. Newton dans ſes *Princ. Philoſ. Nat. lem. 11. coroll. 1. liv. 1.*

XLII.

Fig. 2. Après cette démonſtration, on voit qu'un corps *P*, placé à l'extrémité d'un reſſort *MP*, tout-à-fait lâche & débandé, ne ſçauroit faire des vibrations tautochrones par la contraction & dilatation alternante de ce reſſort, vû que ſes forces motrices, dans l'un & l'autre état, ne ſeroient pas proportionnelles aux éloignements du centre d'équilibre oiſif *P*. Ce ſeroit la même choſe, ſi le corps *P* étoit mis entre deux reſſorts directement oppoſés, mais débandés & ſans force; car, en vertu de notre démonſtration, le point *P*, où le corps ſe trouve ſans être preſſé ni tiré par les reſſorts, n'étant toûjours qu'un centre d'équilibre oiſif, les vibrations, que le corps feroit par l'ébranlement des reſſorts, ne ſeroient jamais tautochrones dans les excurſions inégales, parce que les forces motrices ne ſe trouveroient ici, non plus que dans le cas d'un ſeul reſſort, proportionnelles aux diſtances du centre d'équilibre oiſif.

XLIII.

A l'occaſion de cette remarque, je ne ferai pas une choſe deſagréable ni inutile, en faiſant une petite digreſſion, pour montrer la fauſſe pratique qu'on obſerve dans l'Horlogerie, & le remede qu'on pourroit y apporter. M. Huygens, entre autres belles inventions, imagina le premier le moyen d'ajuſter au Balancier d'une Montre de poche un petit reſſort ſpiral pour en rendre les balancements tautochrones, à l'imitation des grandes Horloges à pendule, dont le même Auteur eſt auſſi le premier inventeur; il eſt pourtant vrai que, quoique ce ſpiral ſerve beaucoup à rectifier le mouvement du balancier, il s'en faut pourtant bien que de la maniére qu'on l'applique, il faſſe tout l'effet qu'on en ſouhaite: la raiſon en eſt manifeſte par ce que nous venons d'expliquer; car ce reſſort ſpiral étant unique, il eſt viſible que quand le balancier eſt dans l'inaction ou en repos, le point où eſt

attaché le ſpiral eſt le centre d'équilibre, mais c'eſt un équilibre *oiſif*, puiſque le reſſort n'étant ni comprimé, ni dilaté, n'exerce point de force ſur le balancier, ſans cela il ne pourroit pas ſe maintenir dans l'équilibre. Quand donc le balancier ſe met en mouvement par la force des rouës, & que le petit reſſort ſpiral commence à jouer & à ſubir alternativement ſes compreſſions & ſes dilatations, on voit bien, par notre raiſonnement, que les excurſions ne ſeront pas proportionnelles aux forces motrices du ſpiral pour pouſſer le balancier, & pour le ramener enſuite, comme elles devroient l'être, pour rendre ces réciprocations tautochrones.

XLIV.

Il ſemble qu'on s'eſt apperçû de cet inconvénient, quoique ſans en pénétrer la véritable raiſon : c'eſt pourquoi quelques-uns ſe ſont aviſés d'ajuſter au balancier deux reſſorts ſpiraux dont les ſpires alloient à contre-ſens ; M. du Fay, qui lui-même a imité cette pratique, mais pour un autre uſage, fait mention d'un M. du Tertre, ſans doute Horloger, qui fit voir à l'Académie une Montre, au balancier de laquelle il avoit ajuſté deux reſſorts dans la même vûë, & l'on jugea que cette invention avoit ſon utilité. Mais cette vûë, dans laquelle le S.r du Tertre s'eſt ſervi d'un double reſſort ſpiral, étoit, ſelon le rapport de M. du Fay, pour remédier au changement de l'élaſticité du reſſort, provenant, à ce qu'ils croyoient, du changement de la température de l'air, au lieu qu'il falloit plûtôt ſonger à un moyen de faire avoir aux reſſorts ſpiraux des forces motrices proportionnelles aux excurſions du centre d'équilibre.

Voy. les Mém. de 1731. p. 432.

XLV.

Quoi qu'il en ſoit de l'invention du double reſſort ſpiral, ſi ce n'étoit qu'en cela que conſiſtât la derniére perfection des Montres à reſſort en ſpirale, la gloire de la premiére invention en ſeroit dûë à l'illuſtre M. Leibnitz, puiſque, ſelon ce que dit M. de Neufville dans la Vie de M. Leibnitz, imprimée à Amſterdam en 1734. « Ce ſçavant homme « ayant entendu parler avec éloge de la nouvelle invention «

Tome I. p. 188. & 189.

» de M. Huygens, proposa lui-même, à peu-près vers le même
» temps, dans les Transact. Philos. (*N.° 113. p. 285. mense
» April. an. 1675.*) une autre idée pour perfectionner la con-
» struction des Montres; que c'étoit d'employer dans le mouve-
» ment deux balanciers & deux ressorts qui se banderoient &
» se débanderoient alternativement sans interruption. »

XLVI.

Cependant on a beau ajuster au balancier deux ressorts en spirale, ou tant d'autres que l'on voudra, on n'avancera jamais à rendre le tautochronisme au mouvement du balancier, à moins qu'on ne mette les deux spirales dans un centre d'équilibre forcé. M. de Neufville se trompe, quand il pense « que la théorie n'a plus rien à y ajoûter, & que tout ne dé-
» pend que du travail; que du moins ce seroit à des personnes
» du génie & de l'adresse d'un Sully, d'un Graham, d'un le
» Roy, à inventer quelque chose de neuf & à l'executer. »

Les plus habiles maîtres, en fait de pratique, ne sont pas toûjours ceux qui entendent le mieux la Méchanique, & moins encore les loix de la plus sublime partie de cette science, qu'on appelle la *Dynamique*. Ce n'est donc pas d'eux qu'il faut attendre ce qu'il faut faire pour obtenir la derniére perfection des Montres : on peut être adroit à executer, mais moins heureux à inventer ; souvent leurs inventions ont l'apparence de réussir, mais si l'on en vient à l'épreuve, le succès ne répond pas toûjours à l'imagination. Il ne s'agit pas ici de fabriquer des ressorts spiraux qui pressent le balancier avec des forces selon une loi donnée pour toutes leurs dilatations, on n'en viendroit peut-être jamais à bout; mais c'est à sçavoir seulement de quelle maniére il faut appliquer au balancier deux ressorts ordinaires, mais dont les spires soient à contre-sens, pour qu'ils produisent le tautochronisme dans l'agitation du balancier.

XLVII.

Pour cette fin, il n'y a qu'à les appliquer en sorte que le point où ils sont attachés à l'arbre du balancier soit dans un équilibre forcé, lorsqu'il n'est pas en mouvement ; il faut

donc que dans cet état de repos chaque reſſort ſoit comprimé ou reſſerré, & point débandé entiérement, comme on le fait dans la pratique ordinaire ; il faut même obſerver que quand le balancier fait ſes vibrations, les plus grands allongements alternatifs de chaque reſſort n'aillent jamais juſqu'à l'entiére extinction de la force qu'il auroit de s'allonger ou de s'étendre encore davantage, s'il n'en étoit empêché & retiré par ſon antagoniſte.

XLVIII.

Quant à la figure de ces petites lames élaſtiques, je préférerois à la ſpirale, tant pour la commodité que pour l'exactitude, la figure ondoyante, telle que feu M. de la Hire a ingénieuſement inventée & communiquée dans les Mémoires de 1700 p. 166.

Selon la deſcription qu'il en fait, ce reſſort auroit un grand avantage ſur le ſpiral, s'il n'avoit pas le défaut commun avec celui-ci, qui eſt, qu'en n'employant qu'un ſeul reſſort ondoyant, comme l'Auteur le preſcrit, on voit bien que dans l'état de repos du balancier, le point de la fourchette, par où l'extrémité du reſſort tient au balancier, ſeroit un centre d'équilibre oiſif, par conſéquent incapable de rendre les vibrations tautochrones, par les raiſons ſuſdites (§. XLIII.). C'eſt pourquoi, pour perfectionner cette belle invention, je conſeillerois d'appliquer au côté oppoſé un autre reſſort ondoyant, antagoniſte, & ſemblable au premier, obſervant au reſte les mêmes conditions & les mêmes précautions que j'ai recommandées pour les reſſorts à ſpirale, afin d'obtenir un centre d'équilibre forcé.

Tout ce qu'il y auroit encore à inſinuer là-deſſus, c'eſt de faire en ſorte que les excurſions de ce centre ne ſoient pas trop longues, auquel cas les forces motrices des reſſorts ceſſeroient d'être proportionnelles aux éloignements du centre de repos; ni trop courtes, parce que le balancier ſeroit trop ſujet à s'arrêter.

XLIX.

Explication analytique de la nature & du mouvement des Fibres lumineuſes & des Fibres ſonores.

Après la digreſſion que je viens de faire ſur la maniére de diſpoſer les reſſorts, pour qu'ils faſſent leurs vibrations plus ou moins étenduës, toûjours en temps égaux, je retourne à mon ſujet.

La propagation de la Lumiére & celle du Son ont une ſi grande affinité entr'elles, comme je l'ai déja dit, que l'on peut fort commodément & avec utilité traiter les deux matiéres en même temps. Le ſon, auſſi-bien que la lumiére, prend ſon origine par la production des fibres qui s'excitent immédiatement à l'endroit où le corps, qu'on appelle *ſonore*, ébranle l'air circonvoiſin, leſquelles fibres enſuite s'étendent, en ſe multipliant, comme je l'expliquerai, à des diſtances plus ou moins grandes, ſelon la grandeur de la force avec laquelle le corps ſonore frappe l'air qui le touche ; je les appellerai *Fibres ſonores*, comme j'ai appellé celles de la lumiére *Fibres lumineuſes*. Dans l'eſſentiel, ces deux ſortes de fibres ont la même nature, car les unes & les autres demandent un milieu élaſtique, toûjours dans un état de compreſſion, dont les parties s'efforcent ſans ceſſe de s'étendre, mais qui ſont toûjours contrebalancées par les forces égales des parties voiſines. C'eſt en de tels milieux élaſtiques que les fibres des deux eſpeces s'engendrent ; les fibres lumineuſes ſe forment dans l'éther infiniment ſubtil & compoſé de tourbillons d'une petiteſſe inconcevable, dont les parties continuellement circulantes ſur de ſi petites circonférences, acquiérent par cela ſeul des forces centrifuges quaſi infinies ; c'eſt en quoi conſiſte l'énorme élaſticité de l'éther, qui cauſe, comme nous verrons, l'exceſſive rapidité de la lumiére.

L.

Mais c'eſt l'air groſſier de notre atmoſphere que nous reſpirons, qui tranſporte le ſon, l'expérience le prouve ; il a ſon élaſticité, mais d'un degré incomparablement moindre que

que celle de l'éther, & au lieu que celui-ci doit mettre en agitation des corpuſcules ſolides auſſi extrêmement petits, ce qui aide à augmenter la vîteſſe des fibres lumineuſes trémouſſantes, l'air groſſier n'a point d'autres corpuſcules à agiter par ſes condenſations & raréfactions réciproques, que ſes propres parties, leſquelles étant de maſſe ſans comparaiſon plus grande que les corpuſcules qui ſont mêlés dans l'éther, joint à la foible élaſticité de l'air par rapport à celle de l'éther, ſont que les vibrations des fibres ſonores, quelque rapide que paroiſſe la propagation du ſon, priſe en elle-même, ſont pourtant ſept cens mille fois plus lentes que celle des fibres lumineuſes. On voit encore de-là pourquoi les rayons de lumiére vont toûjours en ligne droite, parce que les corpuſcules ſolides ſont incomprimibles, & ne peuvent ainſi s'étendre ſur les deux côtés de leur direction; mais les petites parties de l'air qui dans les fibres ſonores tiennent lieu de corpuſcules, étant elles-mêmes condenſables, on conçoit bien que quand elles viennent à être preſſées pardevant par l'agitation longitudinale de la fibre, & qu'elles ſouffrent en même temps de l'oppoſition de la matiére poſtérieure, ces parties ſe comprimeront ſur la direction de la fibre, & s'étendront par-là en largeur ſur les deux côtés, ce qui ſera naître de nouvelles fibres acceſſoires qui ſortent de la principale comme des branches, & qui peuvent porter auſſi le ſon, quoique plus foiblement, par des voyes obliques, & non directement oppoſées à ſon origine.

L I.

Mais il ne s'agit ici que de l'impreſſion longitudinale qui ſe fait ſelon la longueur de la fibre, pour en déterminer la loi des vibrations, & tout ce qui en réſulte; & comme la nature de cette action eſt commune à la fibre lumineuſe & à la ſonore, la démonſtration analytique que je vais faire, ſervira pour l'une & pour l'autre.

Soit donc un eſpace rectiligne AG, contenant des corpuſcules ou des particules égales en maſſe $B, C, D, E,$ &c. & diſtantes par des interſtices égaux, remplis d'un fluide Fig. 3.

élastique comprimé très-subtil, que je considere comme un ressort sans matiére. Ainsi avant l'agitation, chaque particule étant pressée également par les deux côtés opposés, sera dans son centre d'équilibre forcé. Concevons qu'une de ces particules, par exemple, *D*, reçoive une violente percussion, qui la faisant sortir de son centre d'équilibre, la pousse jusqu'en *d*, il est clair que le fluide élastique *DC*, comprimé par-là, chassera incontinent la particule *C* en *c*, en sorte que le fluide *DC* occupera présentement une moindre étenduë *dc*. Mais cela ne se peut faire sans que le filament *CB* se condense & se transporte en même temps en *cb*, en poussant la particule *B* en *b*, de maniére que *Bb* sera plus petite que *Cc*, comme *Cc* est plus petite que *Dd*, & ainsi de suite par un grand nombre de filaments élastiques, jusqu'à ce que la densité devienne si grande vers l'extrémité, que l'accroissement de leurs compressions ne soit plus sensible ; ce sera donc là, par exemple en *A*, que sera le terme d'un côté de la demi-fibre *DA*.

LII.

Considérons maintenant ce qui se fera de l'autre côté, dans le moment que la particule *D* va en *d*; il est aisé de comprendre que le filament ou le fluide *ED* ne trouvant plus tant de résistance du côté de *D*, se raréfiera en s'étendant vers ce côté, & que par conséquent la particule *E* perdant son équilibre, sera poussée en *e* par le filament plus dense *EF*. Par la même raison la particule *F* se jettera en *f*, & ainsi de suite, jusqu'à ce qu'à la fin la propulsion, allant toûjours en diminuant de distance en distance, s'évanouisse entiérement ; posons que le terme des diminutions soit en *G*, jusqu'où aillent les propulsions décroissantes *Ee*, *Ff*, &c. dans le même ordre & de la même quantité que les antécédentes font leurs excursions par *Dd*, *Cc*, &c. jusqu'à l'autre terme *A*, en sorte qu'après un nombre innombrable de propulsions faites de part & d'autre, la longueur *DA* devienne sensiblement égale à la longueur *DG*. C'est donc la ligne entiére *AG* que j'appelle une *fibre*, soit *lumineuse*, soit *sonore*.

LIII.

Les particules *B, C, D, E, F,* &c. étant ainſi reſſerrées vers *A* par leurs tranſports en *b, c, d, e, f,* &c. & dilatées vers *G,* il eſt viſible que la matiére élaſtique, condenſée du côté de *A*, & raréfiée du côté de *B,* repouſſera incontinent les mêmes particules, & les fera aller au de-là de leurs centres de repos *B, C, D, E, F,* &c. qui ſont autant de centres d'équilibre forcé juſqu'en *(b), (c), (d), (e), (f),* &c. tellement que les intervalles *B(b), C(c), D(d),* &c. ſeront reſpectivement égaux aux précédentes excurſions *Bb, Cc, Dd,* &c. comme dans toutes les réciprocations oſcillantes, excepté qu'après pluſieurs vibrations ce mouvement languit juſqu'à ſon entiére extinction. On voit donc que toutes les vibrations de la fibre, fortes ou foibles, doivent être d'égale durée, ou qu'elles ſont tautochrones, parce que chacune de ces particules, dans ſon état naturel, eſt dans ſon centre d'équilibre forcé, étant preſſée également de côté & d'autre par la matiére élaſtique.

LIV.

La premiére & principale fibre étant formée de la maniére que nous l'avons expliqué, nous ferons voir comment une infinité d'autres fibres ſecondaires s'en formeront, qui ſeront toutes miſes bout-à-bout ſur une même ligne droite, & compoſées chacune de corpuſcules ou de particules de groſſeur égale à celles dont eſt compoſée la fibre principale. Pour en être au fait, il n'y a qu'à faire attention à ce qui doit arriver au moment que les particules *B, C, D,* &c. ſont parvenuës aux limites de leurs excurſions en *b, c, d,* &c. on verra clairement que l'éther ou la matiére élaſtique aux environs de *A* ſera accumulée & condenſée le plus fortement, laquelle par conſéquent reprenant d'abord le deſſus, & faiſant effort pour ſe reſtituer en avant & en arriére, comme font tous les reſſorts, non ſeulement elle repouſſera les particules de la premiére fibre, mais ſe répandant auſſi du côté oppoſé, elle mettra en agitation les particules qu'elle trouve dans la région *L*, & y produira une nouvelle fibre qui ſera ſecondaire,

mais ſemblable & égale à la premiére, compoſée de particules ou de corpuſcules de même groſſeur que ceux de la premiére (§. XXXIII.). On voit que quand la fibre principale ou la premiére finit ſa premiére vibration, & va commencer la ſeconde, la nouvelle fibre commence ſa premiére vibration.

L V.

Par la même raiſon & de la même maniére, la ſeconde fibre en engendre une troiſiéme, la troiſiéme une quatriéme, & ainſi conſécutivement, ſelon que la violence de la premiére peut étendre ſa force plus ou moins au loin, & chacune de ces fibres ſecondaires commence ſa premiére vibration dans le moment que la précédente acheve la ſienne pour commencer la ſeconde. D'où il ſuit qu'à chaque retour de la fibre principale, il s'en forme une nouvelle, qui fait ſa premiére vibration. Ainſi, par exemple, la centiéme fibre ſe forme & commence ſa premiére vibration, lorſque la principale vient d'achever ſa centiéme vibration. Il y aura donc à chaque moment autant de fibres nouvellement produites, que la principale a déja fait de vibrations, dont par conſéquent la multitude indiquera le nombre des fibres. Cette conſidération nous ſervira très-utilement à déterminer la vîteſſe du ſon & celle de la lumiére, puiſqu'il ne faut que bien déterminer le petit temps que chaque vibration demande, ce que je ferai d'une maniére aſſés ſemblable à celle dont on s'eſt ſervi pour déterminer les petites durées des vibrations d'une corde de muſique tenduë : car dans les unes & les autres les vibrations, grandes ou petites, fortes ou foibles, ſont toûjours tautochrones.

L V I.

Ce que l'on a dit ſur la formation des fibres ſecondaires qui s'étendent depuis l'extrémité A de la principale ſuivant la direction AL, doit être entendu auſſi de celles qui ſe forment de l'autre côté G dans la direction oppoſée GM, puiſqu'il s'en fait autant d'un côté que de l'autre, ſuppoſé qu'il n'y ait point d'empêchement qui en interrompe la

continuation. Prenant donc le point D pour l'origine de la lumiére ou du ſon, & conſidérant ce point comme le centre d'une grande Sphere, nous comprendrons que tous ſes diametres ſeront autant de fibres compoſées chacune d'une principale & de ſecondaires miſes bout-à-bout juſqu'à la ſurface de la ſphere d'activité, & ces chaînes de fibres qui partent du centre D, ſont ce qui nous vient ſous l'idée de *Rayons de lumiére*, ſi c'eſt la lumiére originale qui les excite en frappant contre l'éther élaſtique, & qui peuvent fort bien être appellés *Rayons ſonores*, lorſque ce n'eſt que l'air groſſier & élaſtique qui reçoit la premiére agitation par quelque corps frémiſſant.

LVII.

Il faut ſe ſouvenir, quant aux fibres lumineuſes, de ce que j'ai montré ci-deſſus, qu'elles ſont de différents ordres, les unes étant remplies de corpuſcules d'une certaine groſſeur, d'autres d'une autre groſſeur, d'autres encore de groſſeur différente, & ainſi de pluſieurs autres, mais toûjours que les corpuſcules appartenants à une même chaîne de fibres ou à un même rayon, ſoient tous d'une égale groſſeur. Ainſi à cauſe de l'extrême ſubtilité des rayons ſolitaires, un nombre prodigieux de tous ordres pourra être contenu ſous un volume inſenſible, comme des poils très-fins dans un même pinceau, qui ne ſe diſtinguent les uns des autres qu'en ſe diſperſant par la différente refrangibilité, & en repréſentant différentes couleurs, comme nous l'expliquerons en ſon lieu.

LVIII.

Pour expoſer plus préciſément la propagation de la lumiére, je m'attacherai à celle du ſon, parce que nous connoiſſons mieux la propriété & la force de l'élaſticité de l'air que celle de l'éther, qu'on ne pourra déterminer que par l'effet, qui eſt l'exceſſive rapidité avec laquelle la lumiére ſe tranſporte. Quand donc la particule D, dans le milieu d'une Fig. 3.
fibre principale, commence à être agitée ou ébranlée, il ne faut pas penſer que dans le même moment toutes les autres particules qui doivent former la fibre, acquiérent ce

mouvement conſpirant néceſſaire, pour que chacune faſſe ſes réciprocations conjointement avec chaque autre; mais néantmoins cette premiére irrégularité qui leur ôteroit à chacune la liberté de faire des vibrations iſochrones, eſt terminée bien vîte, en s'accommodant les unes aux autres, à peu-près de la même maniére qu'une corde de muſique bien tenduë, lorſqu'on la retire de ſa ſituation rectiligne, prend une telle figure qu'on veut lui donner, par exemple, celle d'un triangle iſoſcele; mais dès qu'on l'abandonne, elle quitte cette figure après un petit nombre de vibrations, & converge très-promptement à la courbûre d'une ligne qu'on nomme la *compagne de la roulette allongée*, que l'on a démontrée être celle que la corde tenduë doit avoir, afin que toutes ſes petites parties faſſent conjointement leurs vibrations en temps égaux, & que de cette maniére elles ne s'embaraſſent pas les unes les autres dans leur mouvement. Il en eſt donc de même des vibrations d'une fibre, car celle-ci eſt élaſtique par compreſſion, comme la corde eſt élaſtique par extenſion, toute la différence eſt que les vibrations de la fibre ſont *longitudinales*, au lieu que celles de la corde ſont *latitudinales*, mais pour le reſte les unes & les autres ſont ſujettes à une même loi, par rapport aux forces accélératrices qui en agitent les petites parties; ce que le calcul ſuivant prouvera pour la fibre ſonore, applicable auſſi à la fibre lumineuſe, moyennant une hypotheſe fondée ſur l'obſervation de M. Romer.

LIX.

CALCUL.

Pour ſupputer exactement la petite durée d'une ſeule vibration d'une particule quelconque de la fibre, car j'ai déja prouvé que toutes les particules ſont tautochrones & iſochrones avec la fibre entiére, j'avance d'abord que 1.° les forces élaſtiques de l'air, ou de ce milieu élaſtique, qui remplit les interſtices des particules à agiter, ſont proportionnelles à ſes denſités, ce qui eſt vérifié par l'expérience;

que 2.° les excurſions *Bb, Cc, Dd,* ſont cenſées être infiniment petites par rapport aux intervalles *AB, BC, CD,* &c. entre les particules. Que 3.° en vertu de la premiére poſition, les forces motrices qui ſollicitent ou preſſent les particules par les deux côtés oppoſés en ſens contraire l'un à l'autre, ſont en raiſon inverſe des eſpaces *Ab, bc, cd,* &c. dans leſquels ſont réduits ou reſſerrés les intervalles *AB, BC, CD,* &c. par la compreſſion qui ſe fait, quand la demi-vibration va vers *A*.

L X.

Conſidérons préſentement une des particules intermédiaires, par exemple *C,* laquelle pendant qu'elle eſt encore en repos, eſt ſans doute preſſée également par les deux côtés oppoſés, étant dans le centre d'équilibre forcé ; & il eſt viſible que cette preſſion doit être égale au poids d'une colomne fort déliée, ou plûtôt d'un filament d'air uniforme d'égale groſſeur & d'égale denſité avec la fibre, & dont la hauteur ſurpaſſe autant de fois la hauteur du Mercure dans le Barometre, que le Mercure eſt plus peſant que l'air, c'eſt-à-dire, que la hauteur de ce filament aërien contienne (ſuivant la poſition de M. Newton) la hauteur du Barometre 11890 fois ; car alors le poids du filament verticalement érigé ſera égal à la compreſſion de la fibre, puiſque le poids du premier entretient la fibre dans ſa compreſſion par le principe d'Hydroſtatique. Nommons donc, avec M. Newton, cette hauteur connuë du filament $= A$; & ſoit la gravité naturelle qui anime les corps terreſtres $= g$: on aura le poids du filament aërien qui eſt en équilibre avec la fibre comprimée $= gA$, & qui ſera par conſéquent égal à la force élaſtique, avec laquelle chaque particule *C* eſt preſſée par les deux côtés oppoſés, pendant qu'il reſte dans ſon centre d'équilibre forcé.

L X I.

Il s'agit maintenant de trouver avec combien plus de force ſera preſſée la particule *C* d'un côté que de l'autre, après qu'elle ſera déplacée de ſon centre d'équilibre & tranſportée

en c, lorſqu'en même temps les deux particules voiſines B & D ſont tranſportées en b & d. Pour cela il n'y a qu'à déterminer l'excès, dont la force du fluide élaſtique contenu dans l'eſpace BC, mais reſſerré maintenant dans un plus petit eſpace bc, ſurpaſſe la force élaſtique de ſon antagoniſte qui étoit contenu en CD, mais réduit auſſi dans un plus petit cd, quoique pas tant plus petit que le précédent bc. Cet excès de force fera connoître la force motrice & la loi de l'accélération avec laquelle la particule C ſera rechaſſée de c pour faire le retour de la vibration.

LXII.

A cette fin, ſoit AB ou BC ou CD, &c. $= a$, $Bb = r$, $Cc = s$, $Dd = t$; ce qui donne $bc = a + r - s$ & $cd = a + s - t$. Or puiſque bc eſt à BC comme la force élaſtique naturelle du fluide contenu en BC eſt à la force du même, mais condenſé en bc, nous aurons $a + r - s \,.\, a :: gA \,.\, \frac{gAa}{a + r - s} =$ à la force élaſtique du fluide condenſé en bc; par la même raiſon nous aurons $\frac{gAa}{a + s - t} =$ à la force élaſtique du fluide condenſé en cd; donc l'excès de la première par deſſus celle-ci, ſçavoir $\frac{gAa}{a + r - s} - \frac{gAa}{a + s - t}$ ou $\frac{gAa(2s - t - r)}{(a + r - s) \times (a + s - t)}$ ou (à cauſe de r, s, t, infiniment petites auprès de a, quoique a lui-même ſoit infiniment petit par rapport à la longueur de la fibre AG) $\frac{gAa(2s - t - r)}{aa}$, donnera la force motrice, qui repouſſe la particule C parvenuë en c; mais comme il y a autant de particules qu'il y a d'intervalles a, on doit exprimer la maſſe de chacune par a, donc diviſant la force motrice $\frac{gAa(2s - t - r)}{aa}$ par la maſſe a, nous aurons la force accélératrice $= \frac{gA(2s - t - r)}{aa}$.

LXIII.

Puis donc que les particules de la fibre dans leur état de repos

repos, ſont chacune dans un équilibre forcé, il faut (par le Lemme général) que toutes leurs petites vibrations ſoient tautochrones & iſochrones ou ſynchrones entr'elles ; donc auſſi les intenſités des forces accélératrices ſeront par tout égales ; or l'intenſité d'une force accélératrice s'exprime en la diviſant par le chemin à faire juſqu'au point de repos, c'eſt-à-dire, par s pour la particule C. Ainſi on aura l'intenſité de la force accélératrice $= \frac{gA(2s-t-r)}{aas}$ qui doit être égale à une conſtante pour toutes les autres.

LXIV.

Pour faire naître une idée nette de la relation entre toutes les excurſions différentes des particules d'une fibre, & pour déterminer enſuite le petit temps de chaque vibration ; concevons aux points $B, C, D,$ &c. appliquées perpendiculairement, les petites lignes $B\zeta$, $C\kappa$, $D\delta$, &c. égales à leurs reſpectives Bb, Cc, Dd, &c. Les points ζ, κ, δ, ε, &c. ſeront à une courbe $A\zeta\kappa\delta\varepsilon\phi G$, que je démontrerai être auſſi la compagne de la Cycloïde fort allongée, tout comme l'eſt la courbe que forme la corde de muſique tenduë, lorſqu'elle eſt en vibration.

LXV.

Car d'autant que l'intenſité $\frac{gA(2s-t-r)}{aas}$ doit être conſtante pour toutes les particules (§. LXIII.), diviſant par le conſtant $\frac{gA}{aa}$, on aura encore $\frac{2s-t-r}{s}$ = à une conſtante ; or il eſt viſible que le numérateur de cette fraction n'eſt autre choſe que la différence des différences des trois appliquées conſécutives r, s, t; car $2s-t-r=(s-r)-(t-s)$. Nommant donc à la maniére ordinaire chacune des trois appliquées t, l'abſciſſe depuis le centre D de la fibre $=y$; ſon élément conſtant dy, qui repréſentera a ou l'intervalle entre deux particules, de même que $t-s$ ou $s-r$ repréſente dt ou la premiére différence de l'appliquée t, & partant $(s-r)-(t-s)$ donne $-ddt$, ou la

ſeconde différence priſe négativement, parce que les abſciſſes y croiſſants, les appliquées t décroiſſent; on obtiendra donc (pour la nature de la courbe $A\delta G$) en place de $\frac{2s-t-r}{s}$ = à une conſtante, cette équation (en forme ordinaire des équations différentio-différentielles) $-\frac{ddt}{t} = \frac{dy^2}{cc}$ où dy eſt conſtante, & c une autre conſtante priſe arbitrairement, afin que $\frac{dy^2}{cc}$ devienne homogene à $-\frac{ddt}{t}$.

LXVI.

Il faut donc intégrer cette équation $-\frac{ddt}{t} = \frac{dy^2}{cc}$, ſans cela on n'y connoîtroit encore rien; mais dans l'état où elle eſt, elle n'eſt pas intégrable, c'eſt pourquoi on l'y doit préparer, en la multipliant par tdt; de cette maniére j'aurai $-dtddt = \frac{tdtdy^2}{cc}$, ce qui eſt manifeſtement intégrable; car, ſelon la regle ordinaire, je réduis cette équation à cette autre, qui ne contient que des différences du premier degré, ſçavoir $\frac{1}{nn}dy^2 - dt^2 = \frac{ttdy^2}{cc}$, où j'ai ajoûté, ſuivant la pratique, une conſtante $\frac{1}{nn}dy^2$ pour rectifier l'équation, qui ſans cela auroit été incomplette, vû que le quarré négatif $-dt^2$ ne pourroit être égal au quarré affirmatif $\frac{ttdy^2}{cc}$; outre cela, j'entends par n un nombre conſtant, mais très-grand, afin que $\frac{1}{nn}dy^2$ devienne comparable avec dt^2, puiſque dy ſeul doit être conſidéré comme incomparablement plus grand que dt. Cette réduction étant faite, on doit ſéparer les indéterminées, & enſuite intégrer, ſoit par quadrature, ſoit par rectification d'une courbe connuë, ſi la choſe eſt faiſable, comme en effet j'aurai ici .... $y = n\int \frac{c}{n}dt : \sqrt{\frac{cc}{nn} - tt}$, où le ſecond terme eſt viſiblement égal à un arc de cercle, dont le rayon $= \frac{c}{n}$, &

le co-ſinus $= t$, prenant cet arc un nombre de fois exprimé par n. C'eſt en quoi conſiſte préciſément la nature qui convient à la compagne de la Roulette ou de la Cycloïde extrêmement allongée.

LXVII.

Or on a démontré dans les Commentaires de l'Académie de Peterſbourg, que la même ligne convient auſſi à la courbûre que prend une corde de muſique tenduë par un poids, lorſqu'elle fait ſes vibrations, qui ſont auſſi tautochrones: d'où l'on doit inférer que la fibre comprimée & la corde tenduë ſuivent une même loi en faiſant leurs vibrations. Si on conçoit, par exemple, une fibre aërienne, de la longueur d'une aune, comprimée par le poids d'un filament de même air de la hauteur A, & puis une corde fort ſubtile de la même longueur d'une aune, dont la quantité de matiére ſoit préciſément égale à la quantité d'air contenuë dans la fibre d'une aune, & que cette corde ſoit tenduë par un poids égal au poids du filament aërien A; il eſt clair, par tout ce que nous venons de dire, que les vibrations de la fibre & celles de la corde ſe feront également vîte, & ſeront par conſéquent d'égale durée. Car comme les circonſtances ſont tout-à-fait ſemblables dans l'une & l'autre, ſçavoir, égales longueurs, égales quantités de matiére à agiter, répanduës uniformément, & enfin égales forces, compreſſive dans l'une & extenſive dans l'autre; il en réſulte néceſſairement que les intenſités des forces accélératrices ſoient auſſi égales de part & d'autre, ce qui rend les vibrations longitudinales de la fibre ſynchrones avec les vibrations latitudinales de la corde, ou, ce qui revient au même, il y a un même nombre de vibrations, dans un temps donné, pour la fibre & pour la corde.

Tome 3. p. 24. & ſuiv.

LXVIII.

Ainſi ſi nous voulons déterminer ce nombre, & déduire enſuite la vîteſſe de la propagation du ſon, nous n'avons qu'à conſulter la formule donnée & démontrée par une double méthode, à l'endroit cité des Comment. de Peterſb. *P. 25. & 27.*

Cette formule eſt exprimée par $\frac{p\sqrt{(D \times P)}}{\sqrt{(AB \times L)}}$, laquelle donne exactement le nombre des vibrations qui ſe font par une corde tenduë par un poids donné pendant une ſeule oſcillation d'un Pendule de longueur donnée; où il faut noter que *AB* ſignifie la longueur de la corde tenduë, *L* la quantité de ſa matiére, *P* le poids ou la force avec laquelle eſt tenduë la corde, *D* la longueur du Pendule donné, & enfin le petit *p* ſignifie la circonférence du cercle dont le diametre eſt $= 1$. Il eſt à remarquer, pour plus de confirmation, que M. Taylor a trouvé auſſi en d'autres Lettres, quoique d'une maniére un peu embaraſſante & obſcure, la même formule. (*V. Meth. Increm. p. 98.*)

LXIX.

Nous en ferons donc uſage pour le cas préſent de la fibre ſonore repréſentée dans notre figure par *AG*, en ſubſtituant dans la formule générale, *AG* pour *AB*, & $\frac{A}{AG}$ pour $\frac{P}{L}$; ainſi il en viendra $\frac{p\sqrt{(D \times A)}}{\sqrt{(AG \times AG)}}$, c'eſt-à-dire, $\frac{p\sqrt{(D \times A)}}{AG}$ $=$ au nombre de vibrations longitudinales de la fibre ſonore faites à chaque fois que le Pendule donné *D* acheve une de ſes oſcillations. Ceci fournit maintenant une maniére très-aiſée de déterminer la vîteſſe du ſon, en ſe rappellant ce qui a été montré ci-deſſus (§. LIV.) touchant la production ſucceſſive des fibres ſecondaires, dont le nombre (qui fait le progrès du ſon ou ſa propagation) eſt précisément égal au nombre de vibrations qui ſe ſont faites par la fibre principale pendant la production des ſecondaires, puiſqu'à chaque vibration de la principale il ſe forme une nouvelle ſecondaire. Donc la même formule $\frac{p\sqrt{(D \times A)}}{AG}$ ſert auſſi à déterminer le nombre de toutes les fibres, depuis le centre de la principale, ou depuis l'origine du ſon juſqu'au point où le ſon eſt parvenu, & où il ſe fait entendre pendant la durée d'une oſcillation du Pendule donné *D*.

C'eſt pourquoi je n'ai qu'à multiplier la longueur d'une fibre AG (quelle que ſoit cette longueur) par le nombre des fibres $\frac{p\surd(D \times A)}{AG}$, il me vient conſtamment en termes très-ſimples cette quantité donnée $p\surd(D \times A)$ pour la diſtance parcouruë par le ſon dans le temps d'une oſcillation du Pendule D.

Il paroît d'abord étrange que ſans connoître la longueur des fibres obſervée par la nature, on puiſſe connoître le total de la diſtance de toutes les fibres, priſes enſemble, parcouruës dans un temps donné ; mais on ne s'en étonnera pas, ſi on réfléchit un peu ſur ce que deux différentes fibres de même matiére, d'égale groſſeur, & comprimées par des forces égales, mais qui ſont d'inégales longueurs, font dans un temps donné le nombre de leurs vibrations en raiſon réciproque de leurs longueurs, & que le nombre des vibrations eſt auſſi celui des fibres ſecondaires produites ſucceſſivement; d'où il eſt évident que, par exemple, cent fibres d'une longueur double ne demandent ni plus ni moins de temps pour être engendrées & miſes en agitation, que deux cens fibres pareilles, mais d'une longueur ſimple.

Pour les cordes de muſique d'égale groſſeur & également tenduës, c'eſt une vérité connuë depuis long-temps, ſçavoir, que la promptitude de leurs vibrations augmente à proportion qu'on en diminuë la longueur ; c'eſt ſur quoi on fonde l'explication de leur conſonance ou diſſonance.

L X X.

Nous allons faire voir avec quelle préciſion notre expreſſion ſi courte & ſi aiſée $p\surd(D \times A)$ s'accorde avec l'expérience que l'on a faite ſur la vîteſſe du ſon; je me ſervirai des mêmes ſuppoſitions de M. Newton, où il donne en meſure d'Angleterre, au Pendule D à ſeconde, la longueur de $39\frac{1}{5}$ pouces, & fait la hauteur A d'une colomne d'air uniforme (qui tient en équilibre le Mercure dans le Barometre) $=$ 356700 pouces; item, la raiſon de p à 1 comme 93384 à 29725 : ce qu'ayant ſubſtitué, on aura

V. Schol. ad prop. 50. l. 2. Princ. Philoſ.

$p\sqrt{(D \times A)} = \frac{93384\sqrt{(39\frac{1}{7} \times 365700)}}{29725}$ pouces, pour la longueur du chemin que le ſon parcourt dans une ſeconde de temps ; le calcul étant fait actuellement, on trouve, à fort peu près, 11747 $\frac{1}{2}$ pouces = 979 pieds d'Angleterre, moins un demi-pouce, ce qui eſt conforme à ce qu'a trouvé M. Newton dans l'endroit cité, quoique je ne ſçache pas ſi ce n'eſt pas peut-être une voye fort indirecte qui l'y a conduit ; car, pour avouer la vérité, ſon long raiſonnement dans les propoſ. 47, 48, 49, qui précédent ce Scholie, & dans le Scholie même, me paroît ſi obſcur & ſi perplex, que je ne puis pas me vanter de le bien entendre, ſur-tout comme il raiſonne dans la propoſ. 47. où il paroît difficile de démêler ce qu'il ſuppoſe d'avec ce qu'il veut prouver.

LXXI.

D'ailleurs le nombre de 979 pieds, que j'ai trouvé avec M. Newton par ma théorie, étant environ d'une centaine ou davantage plus petit que le véritable nombre de 1080 pieds d'Angleterre obſervé par l'expérience ; M. Newton en rejette la cauſe ſur ce que les particules ſolides entremêlées dans l'air, tranſmettent chacune dans un inſtant d'un bout à l'autre de ſon diametre la propagation du ſon ; ce qui fait, ſelon lui, que la ſomme des diametres de toutes les particules ſolides doit être ajoûtée à la longueur de 979 pieds ; & pour trouver ſon compte, il donne à chaque diametre environ la 9me ou 10me partie de l'intervalle qui eſt entre les centres de deux particules les plus proches ; il leur en auroit donné davantage à proportion que le véritable nombre de l'eſpace du ſon auroit plus ſurpaſſé le nombre trouvé de 979 pieds. Mais on voit bien par notre théorie, que les diametres de ces particules ſolides ne peuvent être cenſées qu'incomparablement petites à l'égard de leurs interſtices, vû que s'ils occupoient toute l'étenduë d'une vibration, ils n'entreroient point encore en comparaiſon avec leurs diſtances. L'or, par exemple, qui a plus de 15000 fois plus de matiére que l'air dans un même volume, ne laiſſe pas d'avoir ſes pores aſſés

larges pour laiſſer paſſer très-librement la matiére ſubtile ou l'éther ; que ne doit-on pas penſer de la largeur des pores de l'air, qui ne ſont autre choſe que ces mêmes interſtices entre les particules ſolides de l'air dont il s'agit ici ? C'eſt donc une autre raiſon plus eſſentielle qui fait trouver la propagation du ſon un peu moins vîte qu'elle n'eſt en effet : c'eſt que l'on ſuppoſe dans la théorie, que la fibre, tant la ſonore que la lumineuſe, & toute la ſuite des ſecondaires, qui ſont le rayon, ne ſont qu'une ſimple ligne droite partant du centre à la circonférence de la ſphere d'activité, au lieu que véritablement ces fibres ou ces rayons ſont de petits cones infiniment aigus, qui ont leurs pointes ou leurs ſommets dans leur milieu, tout comme la fibre principale doit être formée, ayant viſiblement la pointe dans ſon milieu, où eſt la ſource du ſon ou de la lumiére.

En effet, une corde de muſique tenduë (dont nous avons démontré que les vibrations ſont ſujettes à la même loi que celles d'une fibre) une corde, dis-je, qui auroit une figure de double cone fort pointu, & dont le ſommet commun fût au milieu, ſera trouvée par approximation faire ſes vibrations plus promptement qu'une corde uniforme par toute la longueur, toutes choſes étant d'ailleurs égales ; je dis *par approximation*, car pour connoître la courbûre de la corde vibrante, il faudroit ſçavoir réduire à une équation differentielle du premier degré cette autre du ſecond degré $-\frac{ddt}{t} = \frac{yydy^2}{c^4}$, comme je l'ai fait de celle-ci (§. LXVI.) $-\frac{dddt}{t} = \frac{dy^2}{cc}$: mais j'avouë que la réduction exacte me manque encore ; cependant les méthodes des approximations montrent très-certainement que les cordes & les fibres coniques ont leurs vibrations plus rapides que celles qui ſont uniformément épaiſſes, toutes les autres circonſtances étant d'ailleurs égales.

LXXII.

Puis donc que la différence du réſultat n'eſt pas bien grande

entre ces deux ſortes de fibres, je continuërai à les regarder comme des lignes droites phyſiques en forme de filaments, qui ſont d'une petite groſſeur par-tout égale. Or comme nous avons ſuffiſamment démontré que l'action & les vibrations des fibres lumineuſes & des fibres ſonores ſont d'une même nature, en ce que les unes & les autres ſe produiſent ſucceſſivement par leurs principales, & cela en telle maniére que le nombre des fibres ſecondaires nouvellement formées répond toûjours au nombre de vibrations de leurs principales, & que les vibrations ſont tautochrones dans la lumineuſe auſſi-bien que dans la ſonore; ce ſera donc auſſi dans cette ſucceſſion & progrès de fibre en fibre que conſiſte l'extenſion ou la propagation de la lumiére. Ainſi notre formule générale $p\sqrt{(D \times A)}$ trouvée ci-deſſus (§. LXIX.) nous ſerviroit ici également pour déterminer la vîteſſe de la lumiére, ou la longueur qu'elle parcourt dans un temps donné, ſi l'élaſticité de la matiére éthérée étoit connuë.

LXXIII.

Mais A qui ſignifie une force conſtante avec laquelle l'air naturel eſt comprimé, & acquiert par-là une élaſticité égale à la force A, connuë en tout temps par le poids du Vif-argent dans le Barometre; mais cette A, dis-je, requiſe pour la compreſſion de la matiére dans la fibre lumineuſe, ne ſçauroit être connuë *à priori* par aucune expérience; car l'éther, qui eſt imperceptible en toute maniére, ne ſe laiſſe pas manier immédiatement comme l'air, dont on peut meſurer le reſſort par différentes expériences. Selon notre théorie, l'élaſticité de l'éther conſiſte dans la force centrifuge perpétuelle de la matiére des petits tourbillons reſſerrés dans des circonférences extrêmement étroites, & circulants avec une rapidité néceſſaire pour cauſer une force centrifuge auſſi grande que l'on jugera convenable; par-là ces tourbillons s'appuyant les uns contre les autres, & ſe tenant ainſi en équilibre, produiſent dans la maſſe de tout l'éther, & dans chacune de ſes parties, ce reſſort général ou cet effort avec lequel l'éther cherche continuellement à ſe dilater.

LXXIV.

LXXIV.

Je ferai donc ici le contraire par la voye indirecte, en allant de la vîtesse de la lumiére pour en tirer la force du ressort de l'éther, ce qui me sera facile à executer par l'application de la formule $p\sqrt{(D \times A)}$ qui donne la vîtesse du son ou la distance qu'il parcourt pendant la durée d'une oscillation d'un Pendule donné D; car la lumiére étant, suivant l'observation de M. Romer, 700000 fois plus rapide que le son, il faut que $700000\, p\sqrt{(D \times A)}$ exprime la longueur du chemin de la lumiére qu'elle fait pendant une seule oscillation du pendule D. Or $700000\ p\sqrt{(D \times A)}$ est $= p\sqrt{(D \times 490000000000\, A)}$; donc le poids du filament A d'air uniforme & de la densité comme il est à la surface de la Terre, ce poids, dis-je, pris 490000000000 fois, montre la compression de la fibre lumineuse; d'où il suit que l'élasticité de l'éther lui-même a le même nombre de fois plus de force pour se dilater que n'a le ressort de notre air grossier. Ainsi lorsque ce ressort est capable de soûtenir le Mercure dans le Barometre à la hauteur de 30 pouces, comme le suppose M. Newton, la force élastique de l'éther, s'il ne pouvoit pas pénétrer par les pores du tuyau, soûtiendroit le Mercure dans le Barometre à la hauteur de 30×490000000000 pouces, ou 1225000000000 pieds, ce qui feroit plus de 61200000 lieuës de France, en comptant 20000 pieds sur une lieuë. On laisse à juger si on n'est pas en droit d'attribuer la cause de la plus parfaite dureté à une si prodigieuse force avec laquelle les parties d'un corps solide sont comprimées par l'éther les unes contre les autres, ainsi que déja le P. Malebranche l'a heureusement conjecturé, & après lui feu M. Jacques Bernoulli dans son Traité *de Gravitate Ætheris*.

LXXV.

Dans le Traité d'Optique de M. Newton, on voit bien que cet Auteur reconnoît aussi que la force élastique de l'éther est excessivement grande; il la fait même, comme moi, 490000000000 fois plus grande que n'est la force élastique

Pag. 520. & 521. edit. de Paris 1722.

de l'air proche de la Terre. Mais il ſe contente de l'avancer ſans démonſtration, fondé apparemment ſur ſon raiſonnement obſcur fait dans les Princ. Philoſ. De plus, l'élaſticité de l'éther eſt chés lui une pure ſuppoſition, ſans en alléguer aucune cauſe phyſique. Notre théorie ſatisfait à l'un & à l'autre, montrant clairement, 1°. Quelle peut être la cauſe immédiate de l'exceſſive élaſticité de l'éther ; ſçavoir, que cette élaſticité peut provenir de la force centrifuge dans la matiére des petits tourbillons. 2°. Quelle eſt la proportion qui regne entre l'élaſticité de l'air & celle de l'éther, où nous avons démontré par notre formule très-ſimple $p\sqrt{(D \times A)}$, que la premiere force eſt à la ſeconde, comme le quarré de la vîteſſe du ſon eſt au quarré de la vîteſſe de la lumiére. On peut remarquer ici en paſſant, que quand M. Newton conſidere la *gravité* comme une force attractive, il le fait dans ſes Princ. Phil. en qualité de Géometre, ſans ſe mettre en peine de la véritable cauſe phyſique de la peſanteur, comme il l'avouë lui-même en pluſieurs endroits : ainſi ſes partiſans lui font tort, de lui prêter des ſentimens ſur la nature de la peſanteur, comme ſi c'étoit une qualité des corps eſſentielle & inhérante, contre ſa propre déclaration, d'autant plus qu'il dit poſitivement, que les corps peſent vers la Terre, à cauſe qu'ils y ſont pouſſés par la force élaſtique de l'éther. Voici comme il parle. » La force élaſtique de l'éther, dit-il, eſt » exceſſivement grande, elle peut ſuffire à pouſſer les corps » des parties les plus denſes de ce milieu vers les plus rares avec » toute cette puiſſance que nous appellons *gravité*. »

Liv. 2. prop. 47. & ſuiv.

V. Traité d'Optique, p. 520.

LXXVI.

De la Réflexion & de la Réfraction des Rayons de la Lumiére.

Juſqu'ici nous avons expliqué en général la propagation de la lumiére, en montrant l'origine & la formation ſucceſſive des fibres lumineuſes, qui la portent de fibre en fibre par le moyen de leurs trémouſſements ou vibrations longitudinales. Nous en pourrions demeurer là, puiſque la

queſtion ne demande autre choſe qu'une explication naturelle & intelligible de la maniére dont ſe fait le progrès ou tranſport de la lumiére depuis ſon origine juſqu'à de très-grandes diſtances, & cela, avec une rapidité inconcevable: cependant pour plus grande confirmation de la validité de mon ſyſteme, je veux bien faire voir encore avec combien de facilité on en déduit les principales propriétés de la lumiére, & les ſymptomes qui lui arrivent en certains cas: Tels ſont l'égalité des angles d'incidence & de réflexion qui s'obſerve lorſque les rayons donnant obliquement contre une ſurface polie, ſont obligés de ſe réfléchir vers le côté opposé à celui d'où ils viennent, en ſorte que non ſeulement les deux angles obliques deviennent égaux, mais auſſi que le rayon incident & ſon réfléchi ſe trouvent toûjours dans le plan qui paſſe par le point d'incidence perpendiculairement à la ſurface, qui, par ſa rencontre, cauſe la réfléxion.

Une autre propriété plus remarquable que la premiére, eſt que le rayon de la lumiére qui rencontre obliquement la ſurface polie d'une matiére tranſparente de différente conſiſtence, dans laquelle il va s'immerger, au lieu de continuer ſa route en droite ligne avec le rayon incident, il s'en détourne en telle façon, que s'imaginant une perpendiculaire à cette ſurface tirée par le point d'incidence & prolongée, le ſinus de l'angle d'incidence fait par le rayon incident avec la perpendiculaire, eſt au ſinus de l'angle de réfraction fait par le rayon rompu avec la même perpendiculaire, toûjours en raiſon conſtante, quelle que ſoit l'obliquité des rayons.

LXXVII.

Quant à la premiére de ces deux propriétés de la lumiére, ſçavoir l'égalité des angles d'incidence & de réfléxion, l'explication en eſt fort facile & trop claire pour m'y arrêter long-temps, d'autant plus que les corps à reſſort parfait, qui heurtent obliquement contre d'autres corps durs & immobiles, obſervent généralement cette loi d'égalité entre les deux angles d'incidence & de réfléxion, comme par exemple, une bille pouſſée contre le bourlet du billard, dont la raiſon ſe

manifeste d'elle-même par la décomposition du mouvement. Or, chaque fibre lumineuse n'étant qu'une suite de corpuscules solides, qui, quoiqu'ils ne soient point élastiques par eux-mêmes, le sont pourtant par l'élasticité de l'éther, qui les tient toûjours dans leur centre d'équilibre forcé, avant que de recevoir leurs vibrations, par conséquent dans un état, comme si eux-mêmes avoient un ressort parfait : il est visible que quand la fibre près de la surface polie commence à faire ses vibrations, celui des corpuscules trémoussants, qui donne obliquement contre la surface, sera obligé de réfléchir par un angle égal à l'angle d'incidence, ce qui détermine déja, après la réfléxion, la direction de la partie de la fibre qui doit engendrer d'autres fibres nouvelles, laissant l'autre partie d'en deçà du point d'incidence dans la direction qu'elle avoit. On voit donc la raison de l'égalité qui s'observe entre les deux angles d'incidence & de réfléxion, sans qu'il soit besoin d'en parler plus amplement.

LXXVIII.

Je passe maintenant à considérer la réfraction de la lumiére ou la propriété des rayons rompus, qu'on remarque lorsqu'ils passent d'un milieu dans un autre de différente nature; qui est que les sinus des angles d'incidence & de réfraction ont pour toutes les obliquités une raison constante. On trouve sur cette matiére dans les Actes de Leipsic 1701, au mois de Janvier, un Mémoire de M. (Jean) Bernoulli, où l'Auteur explique la loi de la réfraction, en la réduisant au principe connu de Statique, en vertu duquel trois puissances quoiqu'inégales, qui agissent sur un point mobile en diverses directions, observeront un équilibre parfait entr'elles, lorsque deux quelconques de ces puissances sont réciproquement proportionnelles aux sinus des angles que font leurs directions avec la direction de la troisiéme puissance; cette vérité a lieu généralement, soit que les puissances agissent en tirant le point mobile, soit en le poussant. Mais comme l'Auteur, traitant son sujet plus en Géometre qu'en Physicien, & sans approfondir la maniére dont se fait la propagation

de la lumiére, ſe contente de conſidérer le point d'incidence comme un point mobile ſur la ſurface qui ſépare les deux milieux, lequel point doit être ſoûtenu en équilibre par trois forces, dont l'une conſiſte dans l'effort avec lequel le rayon incident doit entrer obliquement dans un autre milieu; la ſeconde force différente de la premiére, à cauſe de la diverſité des milieux, c'eſt l'oppoſition ou la réſiſtance plus ou moins grande, ſelon la nature du ſecond milieu, que doit faire le rayon rompu; & enfin la troiſiéme force eſt ſimplement paſſive, conſiſtant en ce que le point d'incidence ſollicité par les deux autres forces, eſt empêché de quitter la ſurface ſur laquelle il peut couler librement en tout ſens. D'où l'on voit que la direction de cette troiſiéme force eſt toûjours la ligne droite perpendiculaire à la ſurface, & qui paſſe par le point d'incidence.

LXXIX.

Il ſemble qu'il ne manque rien à cette explication, que la maniére de montrer d'où procedent les deux premiéres forces, & où c'eſt qu'elles peuvent avoir leurs points d'appui pour conſerver entr'elles & avec la troiſiéme un parfait équilibre, & tel qu'il eſt requis pour faire perſévérer dans ſon exiſtence chaque fibre lumineuſe pendant qu'elle fait ſes vibrations. Je crois que mon ſyſteme y peut ſuppléer aſſés naturellement, voici comment: Nous avons vû (§. LIII. & ſuiv.) que toutes les fibres ſecondaires produites par une principale, doivent être ſituées bout à bout ſur une ligne exactement droite, parce que l'éther également élaſtique par toute l'étenduë des fibres, doit pouſſer avec forces égales chaque corpuſcule par les deux côtés diamétralement oppoſés, pour le ſoûtenir dans le centre d'équilibre forcé, ce qui fait que tous les centres ſont enfilés par une même ligne droite qui repréſente la ſuite des fibres formées par une principale; car ſi un ſeul ou pluſieurs corpuſcules ne ſe trouvoient pas très-exactement ſitués avec les autres ſur une même ligne droite, on voit bien que les preſſions ne ſeroient plus oppoſées diamétralement, par conſéquent ces corpuſcules

viendroient à être chassés hors de la fibre, & n'y appartiendroient plus. Or chaque fibre a ses deux extrémités qui lui tiennent lieu d'appuis immobiles pendant qu'elle fait ses vibrations longitudinales.

LXXX.

Ainsi le rayon de lumiére, qui n'est autre chose, comme nous l'avons déja dit, qu'une suite ou une chaîne de fibres continuée, procédera toûjours en droite ligne tant qu'il se trouve dans un milieu uniforme, & contenant de l'éther également élastique par toute son étenduë. Mais comme il y a des milieux ou des matiéres transparentes de différente constitution par rapport à leur structure intérieure & à leurs pores, par où les rayons doivent passer, ne peut-on pas présumer naturellement que les conduits ou les pores dans les corps diaphanes sont plus ou moins étroits dans les uns que dans les autres, selon qu'ils sont d'une consistence plus ou moins dense, plus ou moins compacte? Si cela est ainsi, il faut dire que les petits tourbillons qui logent dans ces pores, sont plus ou moins au large selon la largeur des pores: ils se trouvent donc réduits ou resserrés à un moindre volume, par exemple, dans le verre que dans l'eau, à un moindre aussi dans l'eau que dans l'air, & à un moindre encore dans celui-ci que dans le milieu de la matiére éthérée, où on peut les considérer comme étant dans leur état naturel, & comme ayant leur plus grand volume, quoique toûjours d'une extrême petitesse.

LXXXI.

Faisons présentement attention à la nature de la force centrifuge d'un corps qui tourne sur la circonférence d'un cercle avec une vîtesse donnée: nous sçavons que cette force doit augmenter en même raison que cette circonférence ou son diametre vient à être diminué, tellement qu'un même degré de vîtesse peut procurer à ce corps une force centrifuge infinie, pourvû que l'on conçoive que le diametre de sa circulation devienne infiniment petit. D'où il est clair que la matiére éthérée qui voltige dans chaque petit tourbillon

autour de ſon centre avec la vîteſſe une fois acquiſe, acquerra une force centrifuge en même raiſon plus grande que le diametre du tourbillon eſt devenu plus petit. Or c'eſt dans la force centrifuge de la matiére compriſe dans la maſſe des tourbillons, que j'ai démontré (§. XXI.) que conſiſte la force élaſtique de l'éther : cette force ſera donc plus grande là où les petits tourbillons ſont reſſerrés plus étroitement, comme ils le ſont dans les pores des corps tranſparents de différentes ſortes.

LXXXII.

La conſidération de ce que je viens d'expliquer nous conduit tout droit à entendre la raiſon pourquoi un rayon de lumiére entrant dans un milieu de conſtitution différente de celle du milieu dont il ſort, ne peut pas s'étendre ſuivant la même direction qu'il a avant que d'entrer, mais qu'il doit ſe plier, ſoit pour ſe rapprocher de la perpendiculaire tirée par le point d'incidence, ſoit pour s'en éloigner, ſelon que le milieu dans lequel il pénétre, contient de l'éther plus ou moins élaſtique, que n'eſt celui qui réſide dans le premier milieu, d'où ſort le rayon; car ſoient les deux milieux différents *RCD*, *SCD* ſéparés par la ſurface *CD*, le premier *RCD* ſoit par exemple de l'air, & l'autre *SCD* ſoit du verre. Fig. 4. Concevons une des fibres lumineuſes *AEB* oblique à *CD*, dont les deux extrêmités *A* & *B* tiennent lieu d'appuis immobiles, & dont une partie *AE* eſt dans l'air, & l'autre partie *EB* dans le verre. D'abord il eſt évident par lui-même, que la continuation de la partie *AE*, ne ſçauroit aller tout droit vers *F* pour faire enſemble la ligne droite *AEF*, parce que l'éther contenu entre les corpuſcules *n*, *n*, *n*, &c. ayant une plus grande force élaſtique, que celui qui remplit les intervalles des corpuſcules *m*, *m*, *m*, &c. & ces deux forces étant directement oppoſées l'une à l'autre, il eſt viſible que dans cet état la fibre *AEF* ne pourroit pas ſe ſoûtenir en faiſant ſes vibrations, puiſque le corpuſcule *E* conçû ſur la ſurface *CD* (où ſe fait le conflict de ces deux forces inégales) ſeroit continuellement ſollicité plus fortement par la force de la

partie *EF* pour ſe gliſſer vers *C*, qu'elle ne le ſeroit pour aller vers *D* par une moindre force de la partie *AE*. Ainſi le corpuſcule *E* s'échapperoit, de même que tout autre qui ſe mettroit à ſa place; donc toute la fibre *AEF* ſeroit détruite dans le moment.

LXXXIII.

Mais pour conſerver en ſon entier la fibre *AEB*, la nature y a pourvû en faiſant prendre à la partie *EF* une ſituation convenable pour établir l'équilibre entre deux forces inégales, en vertu duquel le corpuſcule *E* ne ſera ni plus ni moins pouſſé vers *C* que vers *D*. Cette ſituation convenable ſe fait, lorſque conformément au principe de Statique employé par M. (Jean) Bernoulli dans les Actes de Leipſic de 1701, le ſinus de l'angle *AER* eſt au ſinus de l'angle *BES*, comme la force élaſtique de l'éther du milieu *SCD*, qui comprime ou anime la partie de la fibre *EB*, eſt à la force élaſtique de l'éther du milieu *ACD*, qui anime la partie *AE*, & partant en raiſon conſtante; c'eſt en quoi préciſément que conſiſte la loi de la réfraction, dont je voulois expliquer la cauſe phyſique.

LXXXIV.

On peut regarder, ſi on veut, ſans faire tort à notre explication, le point *E* comme l'appui commun des deux fibres entiéres *AE* & *EB*, lequel ſoûtient en équilibre les forces inégales avec leſquelles elles ſont preſſées ou appuyées l'une contre l'autre, mais ſans que l'une cede à l'autre, par ladite raiſon des ſinus des angles d'incidence & de réfraction réciproquement proportionels à ces forces. Mais comme il eſt fort probable que toutes les fibres d'une même ſuite, quoiqu'en différents milieux, ſont ſynchrones entr'elles, je veux dire, que leurs vibrations ſe font toutes en temps égaux, pour obſerver une parfaite harmonie; cependant comme on ſçait auſſi, qu'un reſſort plus vif fait ſes vibrations plus vîte, qu'un autre en tout égal, mais moins vif; donc pour mettre au ſynchroniſme toutes les fibres de différents milieux, il n'y a qu'à aſſigner à chacune ſa juſte longueur pour qu'elles faſſent

toutes

toutes enſemble des vibrations contemporaines. Pour déterminer la longueur dûë à chacune, nous allons conſulter l'art. LXIX. où nous avons trouvé $\frac{p\sqrt{(D \times A)}}{AG}$ qui exprime Fig. 3.
le nombre de vibrations qui ſe font pendant une oſcillation du Pendule donné D, par une fibre de la longueur AG, & comprimée par une force proportionelle à A, à laquelle eſt égale la force élaſtique de l'éther qui anime la fibre. Donc afin que deux fibres de différente élaſticité ſoient ſynchrones, ou qu'elles faſſent leurs vibrations en temps égaux, il faut que leurs longueurs ſoient en raiſon ſoudoublée de leurs élaſticités; car alors la quantité $\frac{p\sqrt{(D \times A)}}{AG}$ eſt de même valeur pour l'une & l'autre fibre. C'eſt ce qu'on trouve auſſi dans les cordes de muſique d'égale groſſeur & de même matiére, mais d'inégales longueurs, puiſque ſi on les tend par des poids qui ſoient proportionnels aux quarrés de leurs longueurs, ou, ce qui eſt la même choſe, que les longueurs ſoient en raiſon ſoudoublée des tenſions ou des poids, on obſervera que ces cordes ſeront parfaitement à l'uniſſon, marque indubitable que leurs vibrations ſont ſynchrones.

LXXXV.

Ainſi il n'y a qu'à dire, que les fibres lumineuſes qui ſe forment, par exemple, dans le verre, quand le rayon s'y plonge, venant de l'air, s'allongent dans ladite proportion, afin que les vibrations des fibres, tant dans l'air que dans le verre, ſe faſſent conjointement & en égal nombre en temps égaux. A cette occaſion, on peut faire une remarque fort curieuſe & paradoxe, c'eſt que la vîteſſe réelle de la propagation de la lumiére, qui eſt différente en paſſant par différents milieux, doit être plus grande quand le rayon rompu s'approche de la perpendiculaire, & plus petite quand il s'en éloigne; d'où il ſuit, que la lumiére paſſe plus vîte par le verre que par l'eau, & plus vîte par l'eau que par l'air, mais qu'elle court le moins vîte par l'éther pur; au lieu que l'opinion générale étoit de croire, que les corps les plus denſes étoient

ceux qui devoient le plus retarder le paſſage de la lumiére. Il eſt vrai que le ſentiment de M. Newton paroît contraire à ce préjugé général; car la démonſtration qu'il donne à ſa maniére, fait voir évidemment que la vîteſſe du rayon qui pénétre dans un milieu en s'éloignant de la perpendiculaire tirée par le point d'incidence, doit être retardée conformément à ma théorie.

Princ. Philoſ. propoſ. 95. Lib. 1.

LXXXVI.

Cette théorie a de plus cet avantage, qu'elle me met en état de déterminer la véritable proportion des différentes vîteſſes de la lumiére paſſant par différents milieux, dont on connoît les réfrangibilités; voici comme je me prends dans cette recherche. On a vû (§. LXXXIV.) que les longueurs des fibres ſynchrones doivent être en raiſon ſoudoublée de leurs élaſticités, ou de la force du reſſort de l'éther renfermé dans les milieux par leſquels paſſe ſucceſſivement un rayon de lumiére : on a vû auſſi (§. LXXXIII.) que l'élaſticité eſt en raiſon réciproque du ſinus de l'angle de réfraction, il faut donc que les longueurs des fibres ſynchrones ſoient en raiſon ſoudoublée réciproque du ſinus de l'angle de refraction. Or, comme à chaque vibration des fibres, il ſe forme ſucceſſivement une nouvelle fibre (§. LV.) & que dans cette ſucceſſion conſiſte le progrès de la lumiére (§. LXXII.) il eſt viſible qu'à cauſe du ſynchroniſme de toutes les fibres, en quelque milieu qu'elles ſe trouvent, il ſe formera toûjours dans un temps donné un égal nombre de fibres nouvelles, ſoit longues, ſoit petites; ainſi la vîteſſe du progrès ou de la propagation de la lumiére par deux différents milieux, ſera abſolument proportionnelle à la longueur reſpective de chaque fibre formée dans ces deux milieux, par conſéquent auſſi réciproquement proportionnelle à la racine quarrée du ſinus de l'angle de réfraction qui ſe fait lorſqu'un rayon paſſe obliquement d'un de ces milieux dans l'autre. Mais on connoît par l'expérience la réfrangibilité des milieux, on connoîtra donc auſſi le véritable rapport des vîteſſes reſpectives avec leſquelles la lumiére ſe propage



ou s'étend par différents milieux. *Ce qu'il falloit trouver.*

On suppose dans cette démonstration une parfaite égalité entre les corpuscules qui appartiennent aux deux parties d'une même fibre, qui se forment immédiatement avant & après la réfraction; cependant, à prendre les choses à la rigueur, nous verrons que pour expliquer les couleurs, il faut qu'il y ait quelque petite inégalité entre ces corpuscules, ceux de l'éther plus élastique dans les corps transparents ayant toûjours un peu plus de masse que ceux qui sont dans l'éther libre & hors de ces corps.

LXXXVII.

Pour appliquer notre spéculation à un exemple, l'expérience enseigne que le sinus de l'angle d'incidence d'un rayon, qui sortant de l'air, pénétre dans le verre commun, est au sinus de l'angle de réfraction, à peu-près comme 3 à 2, ou plus précisément, selon M. Newton, comme 31 à 20: je dis que la vîtesse de la lumiére par l'air, est à sa vîtesse par le verre, comme $\sqrt{20}$ à $\sqrt{31}$, ou environ comme 4 à 5. Ce rapport pourroit avoir lieu, si le rayon de lumiére passoit immédiatement de l'éther pur dans le verre, puisque la réfrangibilité de l'air est si petite, selon le même M. Newton, Opt. p. 320. que la différence de réfraction du rayon sortant de l'air ou immédiatement de l'éther pour entrer dans le verre, doit être insensible.

On voit de-là que la lumiére auroit besoin seulement de 12 minutes ou de la cinquiéme partie d'une heure, pour traverser diamétralement tout le gros globe de verre qui auroit l'orbite de la Terre pour circonférence, car 4 . 5 :: 12 . 15, supposé, suivant M. Newton, que la lumiére parcourre cette vaste étenduë dans l'éther en 15 minutes de temps. Que si un tel globe étoit d'eau, où les sinus de réfraction & d'incidence sont comme 3 à 4, & partant la vîtesse de la lumiére dans l'eau, à celle qu'elle a dans l'éther, comme $\sqrt{4}$ à $\sqrt{3}$, ou à peu de chose près comme 15 à 13, le diametre de ce globe aqueux seroit parcouru par la lumiére dans le temps de 13 minutes horaires, par conséquent d'une

ſeule minute plus grand que le temps qu'il lui faudroit pour parcourir le diametre de ce même globe, s'il étoit fait de verre commun. On appliquera ce calcul à telle autre matiére pellucide que l'on voudra, pourvû qu'on en connoiſſe par expérience la réfrangibilité.

LXXXVIII.

Je pourrois finir ici mon diſcours, après avoir répondu ſuffiſamment à la queſtion de l'illuſtre Académie, qui ne demandoit qu'une explication générale de la propagation de la Lumiére. Celle que j'ai l'honneur de lui préſenter, eſt tirée, comme on voit, des principes les plus clairs & les plus reconnus dans la ſublime Méchanique. Ce qui m'a donné occaſion d'expliquer non ſeulement en général l'origine & la maniére dont ſe fait le progrès & l'extenſion de la lumiére, mais d'entrer auſſi en diſcuſſion des principales propriétés & d'autres ſymptomes curieux qui l'accompagnent, & que je crois avoir éclaircis à la ſatisfaction du Lecteur équitable. Cependant la production des couleurs, dont la ſource ſe trouve dans la lumiére même, eſt une matiére trop curieuſe & trop utile pour n'en point parler. Ainſi je me flatte qu'on aura la patience d'entendre mes penſées là-deſſus, que j'expoſerai avec toute la briéveté poſſible, pour ne pas ſortir des bornes d'une juſte Diſſertation.

LXXXIX.

Des Couleurs de la Lumiére.

M. Newton dans ſon admirable Traité d'Optique, qui eſt un de ſes ouvrages dont je fais le plus de cas, a très-bien montré par un grand nombre d'obſervations & de belles expériences, que les couleurs ſe trouvent déja originairement dans la lumiére, & que pour les manifeſter, il n'y a qu'à les démêler ou ſéparer les unes des autres, leſquelles étant encore mêlées enſemble préſentent une couleur mixte, mais qui par cela même paroît uniforme, d'autant que la vûë ne ſçauroit diſcerner les couleurs primitives qui compoſent la mixte. Ainſi on a été long-temps dans l'erreur de croire, que,

par exemple, la couleur de la lumiére du Soleil étoit une couleur pure ou ſimple; c'eſt ce qui a induit M. Deſcartes à prendre le change & à penſer fauſſement, que les couleurs qu'on nomme *emphatiques*, telles que ſont celles qu'on voit dans l'Iris, ou qui ſe répandent ſur les objets regardés à travers un priſme de verre triangulaire, que ces couleurs, dis-je, étoient nouvellement produites par une certaine modification ſurvenuë aux mouvements des globules céleſtes, qui, ſelon lui, forment les rayons, lorſqu'ils entrent dans l'eau ou dans le verre; & que de la diverſité de cette prétenduë modification provenoit la diverſité des couleurs. Mais je crois qu'on eſt généralement déſabuſé de cette erreur depuis la découverte de M. Newton. Ce n'eſt pas que je veuille embraſſer en tout le ſyſteme qu'il a donné, pour expliquer l'origine & la cauſe des couleurs; car comme ſon ſyſteme differe beaucoup de ma théorie, il me ſeroit impoſſible de lui accéder dans toutes les circonſtances, & particuliérement dans la maniére d'expliquer la propagation de la lumiére. Il ſuffit de dire, que je ſuis perſuadé comme lui, mais par mes propres raiſons, que les couleurs ſont primitives & exiſtantes dans la lumiére, dès que celle-ci exiſte elle-même.

X C.

En liſant l'ouvrage de M. Newton, on verra 1.° qu'il fait conſiſter la propagation de la lumiére dans une effuſion continuelle de petites particules dures, qui ſont lancées avec une force & une vîteſſe prodigieuſe du corps lumineux lui-même, par exemple, du Soleil. Il croit 2.° que ces particules en partent & s'en viennent à nous par un mouvement de tranſport effectif, en ſorte que celles qui frappent nos yeux dans ce moment, étoient encore dans le Soleil 7 ou 8 minutes auparavant. 3.° Une infinité de ces particules ſolides qui ſe ſuivent à la file & en ligne droite, fait ce qu'il nomme un rayon ſolaire. 4.° Il ſuppoſe qu'en général les particules ſont de différente groſſeur & lancées avec différente force, que les plus groſſes acquiérent plus de rapidité, que les plus ſubtiles. Il veut 5.° que chaque rayon conſidéré

ſéparément, ſoit composé de particules d'égale groſſeur & d'égale vîteſſe, quoique ſans en dire la raiſon. 6.° Chacun de ces rayons ſimples, s'il venoit ſéparément des autres à frapper nos yeux, exciteroit en nous la ſenſation d'une certaine couleur, ſelon la groſſeur & la force des particules dures qui le compoſent : ainſi celles qui ſont les plus groſſes & les plus rapides, font le rayon ſimple du premier ordre, qui eſt d'une nature à produire la plus vive couleur, ſçavoir le rouge foncé & éclatant ; après ce rayon il conſidére les autres ſimples qui deſcendent par degré de force & de vîteſſe, dont chacun a ſa propre couleur, qui convient à ſon degré de force & de vîteſſe. Il diſtribue ces rayons colorés en cinq claſſes principales, ſuivant l'ordre qu'obſerve la nature dans l'arc en ciel & dans la lumiére projettée par un priſme de verre ſur une parois oppoſée au Soleil, qui ſont le rouge, le jaune, le verd, le bleu & le violet. Ceux des rayons qui ſont d'une conſtitution moyenne entre deux voiſins principaux, différeront de chacun en couleur, & participeront pourtant de leur nature plus de l'un que de l'autre, ſelon qu'il en approche plus ou moins. De-là vient, que les cinq ſortes de couleurs ne ſe terminent pas bruſquement, mais qu'elles ſe perdent inſenſiblement & par nuances les unes dans les autres. Mais 7.° les rayons ſimples de tout ordre ſortant du corps lumineux pêle-mêle, chaque filament de ces rayons, quelque ſubtil ou délié qu'il ſoit, doit être conſidéré comme un rayon composé d'une infinité de rayons ſimples & indiviſibles en forme de pinceau contenant grand nombre de brins ou de poils très-fins. C'eſt-là la raiſon 8.° pourquoi la lumiere qui part immédiatement du Soleil, paroît avoir une couleur uniforme, quoiqu'elle ſoit mixte & composée d'une infinité d'autres différentes. Enfin 9.° M. Newton, fondé ſur ces raiſons, conclud qu'un rayon composé, lorſqu'il tombe obliquement ſur une ſurface réfringeante, doit ſe ſéparer en ſes rayons purs & ſimples, parce que ceux de ces rayons, qui ont le plus de force à paſſer, ſouffriront une moindre réfraction, en s'écartant moins de leur direction commune, que

ne ſont ceux qui ſont plus foibles, & qui par conſéquent en ſe détournant davantage ſubiſſent une plus grande réfraction. D'où il ſuit néceſſairement, que par une telle diſperſion des rayons ſimples, la couleur primitive de chacun paroîtra diſtinctement à l'endroit où elle tombe ſéparée des autres.

XCI.

Voilà le précis de ce qui fait le ſyſteme de M. Newton ſur la nature des couleurs; quoique ma théorie s'accorde avec le réſultat de ſon ſentiment, elle en différe pourtant dans les circonſtances & dans les principaux points que je viens de rapporter. Car au lieu que chés lui les particules dures, qui font la matiére des rayons ſolaires, ſortent du Soleil luimême, & ſe lancent avec une rapidité énorme ſur les objets les plus éloignés par un mouvement de tranſport; chés moi, ce ne ſont que les corpuſcules ſolides dans l'éther & hors du corps lumineux, qui ſe trouvent ſur la direction des fibres lumineuſes, excitées d'abord par les violentes ſecouſſes du Soleil que reçoit l'éther d'alentour, & multipliées enſuite chacune en ſa direction commencée juſqu'à de très-grandes diſtances, ſans que les corpuſcules ſortent de leurs fibres, & faſſent autre choſe que trémouſſer avec les vibrations des fibres. Pour expliquer les différentes ſortes de rayons ſimples, qui portent avec eux les couleurs de différents ordres, M. Newton eſt obligé, comme moi, de ſuppoſer les particules dures de grandeur & de force différente, mais il ne démontre pas, d'où vient qu'un rayon ſimple eſt compoſé d'une grande file de particules parfaitement égales en grandeur & en vîteſſe; & qu'un autre rayon eſt pareillement compoſé de particules égales, mais d'un autre genre de grandeur & de force, & ainſi de tous les autres. Mais qu'eſt-ce qui peut faire ce choix, ou qu'eſt-ce qui fournit à chaque rayon des particules uniformes, qui lui conviennent pour telle ou telle couleur? ne ſemble-t-il pas, que toutes ces particules ſe trouvant dans le vaſte Océan de la matiére ſolaire, mêlées confuſément & au hazard, devroient ſortir ſans diſtinction de groſſeur & de force par tous les points de la ſurface du Soleil,

& qu'ainſi chacun des rayons ſeroit compoſé de particules de toute ſorte de grandeur; quelle des couleurs porteroit-il donc avec lui? voudroit-on peut-être conſidérer la ſurface du Soleil, comme une lame percée à jour d'une infinité de petits trous de différents diamétres en forme de tamis ou de crible? cela ne ſatisferoit pas mieux, puiſqu'on verroit bien pourquoi les plus petits trous ne laiſſeroient paſſer que les plus petites molécules, mais il n'y auroit aucune raiſon pourquoi ceux des trous qui ſont les plus larges, ne laiſſeroient pas échapper les moindres molécules pêle-mêle avec les plus groſſes. Ce qui interromproit déja l'uniformité d'un rayon ſimple, requiſe pour produire une certaine couleur primitive, excepté peut-être le ſeul rayon formé par les plus petites particules, lequel, ſuivant le ſentiment de M. Newton, doit porter le violet.

XCII.

Cette difficulté ne ſe rencontre pas dans mon ſyſteme des fibres lumineuſes; j'ai montré ci-deſſus (§. XXXIII. & XXXIV.) la raiſon pourquoi dans la formation de ces fibres les corpuſcules, qui ſont diſperſés confuſément dans l'éther, doivent ſe ranger en ſorte que toute une ſuite de fibres ſecondaires (de celles au moins qui ſe font dans un milieu uniforme & homogéne) n'enfile que des corpuſcules d'une même groſſeur avec ceux de leur fibre principale; la loi du mouvement conſpirant des vibrations ſynchrones par toute la longueur de la ſuite, demande cette parfaite égalité des corpuſcules dont elle eſt chargée; parce que tout autre de différente grandeur qui pourroit troubler le ſynchroniſme commun en ſeroit bientôt ſequeſtré, par cela même qu'il ne pourroit pas s'accommoder à leurs vibrations, comme je l'ai expliqué plus au long à l'endroit cité.

XCIII.

Et l'éther pur étant ſans doute le milieu le plus parfaitement homogéne, il eſt dans une entiére indifférence à être impregné de corpuſcules de toutes ſortes de grandeur, dont il ſe formera des fibres, & par conſéquent des rayons de tout ordre poſſible; mais il ne paroît pas en être de même des

autres

autres milieux particuliers & ſenſibles, dont chacun, ſelon ſa propre conſtitution, doit avoir non ſeulement ſon éther qu'il renferme plus condenſé à un certain degré qu'il n'eſt, quand il eſt libre & en maſſe, comme nous l'avons prouvé ci-deſſus, mais auſſi les corpuſcules qui y nagent & qui doivent former les fibres, ſeront plus d'une grandeur égale & déterminée, ſelon que le demande la nature du milieu. Il eſt donc viſible, que quand un rayon compoſé, ou un pinceau de rayons ſimples, tombe obliquement ſur la ſurface réfringeante *CD*, Fig. 4. celles des fibres *AE*, dont les corpuſcules *m*, *m*, *m*, &c. animés de l'élaſticité de leur éther ſont d'une grandeur à recevoir des forces accélératrices, qui approchent le plus des forces accélératrices des corpuſcules *n*, *n*, *n*, &c. de la fibre *EB*, qui doit la contrebalancer; cette fibre *AE*, dis-je, étant prolongée en *EF*, aura une ſituation, dont s'écartera le moins qu'il eſt poſſible la ſituation de la fibre *EB*, c'eſt-à-dire, que l'angle de réfraction *BES* pour ce rayon ſimple repréſenté par *AE*, ſera le plus grand qu'il peut être, & que tous les autres ſimples contenus dans le même pinceau ſouffriront de plus grandes réfractions, ou feront de plus petits angles *BES*, à meſure que les forces accélératrices de leurs corpuſcules ſont plus inégales à celles des corpuſcules du milieu, par lequel doit paſſer la lumiére. Donc le rayon compoſé en y entrant doit ſe diſperſer en ſimples, & ſe faire voir chacun ſous la couleur qui lui convient.

XCIV.

Les milieux terreſtres & denſes, tels que le diamant, le verre, l'eau, &c. ont tout leur éther renfermé plus élaſtique, comme nous l'avons dit, qu'il n'eſt dans ſon état naturel, & les uns plus que les autres; mais conſidérons maintenant leſquels des corpuſcules, dont eſt chargé l'éther libre, peuvent acquérir le plus de force accélératrice, lorſque leurs fibres ſont en vibration, pour que les rayons ſimples ſouffrent la moindre réfraction poſſible. M. Newton croit, que ce ſont celles des particules qui ont le plus de maſſe, & en même temps le plus de viteſſe; ce qui ſeroit vrai, s'il avoit

démontré de quelle maniére ces deux qualités peuvent ſubſiſter enſemble; mais comme ce n'eſt qu'une ſimple ſuppoſition, qui n'eſt pas démontrable par ſon ſyſteme, je me trouve obligé de m'écarter ici de ſon ſentiment & de dire, qu'en vertu de ma théorie il faut que les plus petits corpuſcules ſoient les plus propres à faire que les fibres, d'ailleurs en tout égales, acquiérent de très-promptes vibrations. Témoin auſſi les cordes de muſique d'égale longueur & tendues par égales forces, mais d'épaiſſeur inégale, dont il
P. 25. & 27. eſt démontré dans le Tome III. des Comment. de Petersbourg, que le nombre de vibrations latitudinales de chacune eſt exprimé par $\frac{p\sqrt{(D \times P)}}{\sqrt{(AB \times L)}}$, pendant la durée d'une oſcillation du Pendule D, où p ſignifie toûjours l'expoſant de la raiſon entre la circonférence & le diametre; P la force ou le poids qui tend la corde, dont AB eſt la longueur, & L la quantité de matiére; en ſorte que deux cordes où P & AB ſe trouvent de part & d'autre être de meſure égale, mais différentes en groſſeur ou en quantité de matiére L, feront dans un temps donné des vibrations, dont les nombres ſeront réciproquement en raiſon ſoudoublée de leur groſſeur, ou, ce qui revient au même, en ſimple raiſon inverſe des diametres des cordes. Or, nous avons déja vû, que les fibres élaſtiques par compreſſion obſervent la même loi, en faiſant leurs vibrations longitudinales, qu'obſervent les cordes élaſtiques par tenſion, quand elles trémouſſent en ſens latitudinal.

XCV.

Fig. 4. Ayant donc prouvé (§. LXXXIII.) que les deux fibres AE, EB diverſement élaſtiques entretiendront le point E (mobile ſur CD) en équilibre, lorſque les ſinus des angles AER, BES, ſont en raiſon inverſe des élaſticités des fibres par le principe de Statique; ce qui a lieu, quand même les fibres ceſſeroient de trémouſſer, vû que c'eſt en vertu des preſſions ſeules de leur éther oppoſées l'une à l'autre ſous ces angles que doit ſe faire l'équilibre; il eſt manifeſte, que les corpuſcules m, m, m, &c. de la fibre AE, que je ſuppoſe

maintenant un peu plus petits que les corpuſcules *n, n, n*, &c. de la fibre *EB*, recevant par leurs vibrations plus de vîteſſe actuelle, que ceux de ſon antagoniſte, il eſt, dis-je, manifeſte, que par ce nouvel accroiſſement de force, quelque petit qu'il ſoit, la force de la fibre *AE* l'emporteroit ſur celle de la fibre *EB*; afin donc que l'équilibre ſoit conſervé, il faut, en conſéquence du même principe de Statique, que la ſituation de la fibre *EB* ſe rapproche tant ſoit peu de *EF* pour rendre ſa force plus directement oppoſée à celle de *AE*. Il en eſt à peu près ici comme d'un lévier à bras inégaux, qui étant chargé de deux poids en raiſon réciproque de la longueur des bras, reſteroit en équilibre, tant qu'il ne ſurviendroit point de mouvement aux poids; mais dès qu'on imprimeroit à chacun des forces accélératrices, & en même ſens une plus grande au petit qu'à l'autre, on conçoit bien que celui-là nonobſtant qu'il fût le plus petit, l'emporteroit ſur celui-ci, & que l'équilibre ſe détruiroit.

XCVI.

La concluſion que je tire de ce raiſonnement, tend à prononcer, que celui des rayons ſimples (contenus dans un rayon compoſé) qui ſouffre le moins de réfraction, & qui donne la couleur rouge, doit être chargé de corpuſcules qui ſont les plus petits ou les plus ſubtils de tous ceux qui ſont mêlés dans l'éther, & que par conſéquent les plus gros ſont ceux qui entrent dans le rayon violet, lequel s'écartant le plus de la direction du rayon incident, doit ſubir la plus grande réfraction en paſſant d'un milieu dans un autre de différente nature; & enfin que les rayons ſimples de couleur intermédiaires ſe rangeront par la réfraction entre les deux extrêmes ſuivant l'ordre de petiteſſe des corpuſcules, depuis le rouge comme le plus fort & le plus vif, juſqu'au violet comme le plus foible & le plus ſombre, le tout conformément à l'expérience.

XCVII.

Il eſt vrai, que la différence entre la plus grande & la plus petite réfraction des deux rayons extrêmes eſt bien petite,

car le rayon incident & le rompu étant pris assés près de la perpendiculaire, afin que les angles soient sensiblement comme leurs sinus, M. Newton trouve par ses expériences, que l'angle compris entre les deux rayons extrêmes qui terminent le rouge & le violet, est la vingt-septiéme & demie partie de l'angle de moyenne réfraction. D'où il conclud *(p. 94.)* que les verres objectifs des Télescopes rassemblent toutes sortes de rayons paralleles à l'axe, en telle maniére, que le foyer des rayons les plus réfrangibles est plus près du verre objectif que le foyer des rayons les moins réfrangibles, d'environ la 27me & demie partie de la distance qu'il y a entre l'objectif & le véritable foyer où les rayons de moyenne réfrangibilité se rassemblent. Je ne sçais si M. Huguens, qui cite l'expérience de M. Newton faite avec le prisme de verre, a mal compris le résultat de cette expérience, ou si M. Newton lui-même l'ayant peut-être refaite depuis ce temps-là avec plus d'exactitude, l'a corrigée : car M. Huguens fait la différence de la plus grande réfrangibilité à la plus petite, beaucoup moins sensible que ne l'a fait M. Newton, puisqu'il dit positivement, que l'intervalle des deux foyers n'est que la cinquantiéme partie de la distance totale entre le verre & le foyer des rayons rouges.

Opt. édit. Franç. p. 93.

Diopt. Latine imprimée à Leyde 1703. p. 203.

XCVIII.

Quoi qu'il en soit, la derniere expérience de M. Newton, comme elle se trouve dans son optique, étant supposée exacte, on pourroit déterminer par la méthode que j'ai employée ci-devant (§. LXXXVI.) la raison des vîtesses avec lesquelles le rayon rouge & le violet marchent dans un même milieu : car en prenant d'abord la nature de la réfraction à l'ordinaire, on considéreroit le rayon rouge comme un rayon incident sur une surface réfringeante en raison de 27 à 28, & le violet comme le rayon rompu par la force réfractive d'un milieu, dans lequel le rayon rouge doit entrer; ou réciproquement le violet pourroit être considéré comme un rayon incident, & le rouge comme son rompu, en sorte que le sinus de l'angle d'incidence seroit au sinus de l'angle de réfraction

comme 28 à 27. Sur ce pied-là on trouveroit par ladite méthode, avec combien de rapidité chacun de ces deux rayons extrêmes devroient se mouvoir dans un même lieu : car la vîtesse du rouge seroit à celle du violet comme $\sqrt{28}$ à $\sqrt{27}$, ou à peu près :: 55 . 54; supposé donc avec M. Newton que la lumiere employe $7\frac{1}{2}$ minutes, ce qui fait 450 secondes à parcourir la distance entre le Soleil & la Terre; il faut instituer cette analogie, comme 55 est à 55 - 54 ou à 1, ainsi 450 est à $8\frac{2}{11}$, qui marque le nombre de secondes que le rayon rouge employe à parcourir le demi-diamétre du grand orbe plus vîte que le violet; cela veut dire, qu'un trait de lumiére qui part dans cet instant du Soleil, commencera dans le premier moment de son arrivée sur la terre à se faire sentir rouge $8\frac{2}{11}$ secondes avant qu'il paroisse sous sa clarté naturelle & totale.

XCIX.

Pour le vérifier, il me vient sur cela une pensée assés curieuse pour M.rs les Observateurs; si, comme il arrive quelquefois, une grande tache sur le disque du Soleil venoit à disparoître subitement, & qu'une lumiére éclatante (que Descartes nomme *facule*) prît sa place, je pense pour sûr, que dans le premier commencement de cette apparition, la facule paroîtroit sous une couleur plus rouge que le reste du disque, & qu'au contraire si une grande tache venoit subitement du fond du Soleil, laquelle couvriroit une partie de sa lumiére; cette partie avant que d'être abolie entiérement, paroîtroit sous la couleur du violet, ou, pour un moment, d'un bleu sombre, parce que le violet seroit peut-être trop foible pour être sensible. Par la même raison, les Satellites de Jupiter, toutes les fois qu'ils iroient se cacher dans son ombre, avant que de disparoître totalement, devroient changer leur lumiére évanouissante en bleu obscur, & toutes les fois aussi qu'ils sortiroient de l'ombre, leur lumiére commenceroit par paroître rouge; mais je crains beaucoup que le peu de vivacité d'une lumiére empruntée qui vient de si loin, réfléchie par ces petits corps, qui paroissent quasi comme des points, ne

permette pas d'appercevoir assés sensiblement ces changements de couleur; quoique sans cela l'observation auroit cet avantage sur celle qu'on feroit des taches solaires, que la Terre pouvant s'éloigner de Jupiter presque six fois plus qu'elle n'est du Soleil, sçavoir, quand elle est un peu avant ou après l'opposition avec Jupiter, la différence des temps que le rayon rouge & le violet employent à parcourir cette distance, seroit aussi six fois plus grande que quand ils ne viennent que du Soleil; cette différence des temps seroit donc ici de $6 \times 8 \frac{2}{11}$ ou environ de 49 secondes, ce qui ne feroit pas tout-à-fait $\frac{5}{6}$ d'une minute.

Je ne dis rien des Satellites de Saturne; la lumiére qui s'en réfléchit jusqu'à nous étant beaucoup trop foible pour en espérer quelque changement de couleur qui fût sensible; il suffit de faire remarquer, que vû la longueur du trajet entre Saturne & la Terre, lorsque ces deux Planetes ne sont pas loin de leur opposition par rapport au Soleil, la lumiére rouge, qui viendroit de l'une à l'autre anticiperoit le violet environ du double de ce que nous avons trouvé pour les Satellites de Jupiter, sçavoir de 100 secondes ou de $1 \frac{2}{3}$ minutes.

C.

Si ces spéculations n'ont pas grande utilité pour l'Astronomie, elles ne laissent pas de mériter l'attention d'un Physicien; d'autant plus qu'elles me paroissent appartenir directement au sujet en question, qui veut sans doute, qu'on n'explique pas seulement la propagation de la lumiére & la proportion des différentes vîtesses qu'elle doit avoir en différents milieux, mais aussi la proportion des différentes vîtesses que doivent avoir les rayons primitifs de différentes couleurs, pendant qu'ils se trouvent dans un même milieu; matiére que personne, que je sçache, n'a traitée encore, mais dont l'explication, comme je me flatte, a été tirée assés naturellement des principes de ma théorie. Il me faudroit composer un ouvrage aussi gros que celui de M. Newton, si je voulois sortir du sujet proposé, & entrer avec lui dans un détail des particularités très-curieuses sur la production

des couleurs; ſur-tout de celles qui s'obſervent ſur des lames très-minces de verre, d'eau, d'air, &c. lorſqu'elles ſont entre deux corps tranſparents dont la denſité différe de la leur; comme, par exemple, la pellicule d'une grande bulle d'eau ſavonneuſe, étant, comme elle eſt, terminée par l'air extérieur & intérieur, montre les plus belles couleurs de toute eſpéce; c'eſt ſur quoi M. Newton fait ſes raiſonnements fondés ſur des expériences très-délicates, dont il remplit preſque tout le ſecond Livre de ſon Optique. Ce qu'il dit entr'autres *(p. 223. & ſuiv.)* de l'apparition des couleurs ſur les verres objectifs de grands Téleſcopes qui ſe touchent, eſt très-digne de l'attention & de l'examen du Lecteur : il prit donc deux de ces verres, l'un plan-convexe propre à un Téleſcope de 14 pieds, & l'autre convexe des deux côtés, deſtiné à un Téleſcope d'environ 50 pieds; & appliquant le côté plan du premier ſur une des convexités de l'autre, il les preſſa doucement l'un contre l'autre; ce qui produiſit d'abord un grand nombre d'anneaux diverſement colorés, qui paroiſſoient avoir exactement pour centre le point de contact, lorſqu'il avoit l'œil placé dans l'axe des verres; & dans le contact il ſe trouva une tache noire ou blanche, ſelon que l'œil étoit entre le jour & le verre, ou le verre entre l'œil & le jour.

C I.

La cauſe immédiate de ce phénomene extraordinaire eſt ſans doute la ſéparation ou la décompoſition de la lumiére mixte en ſes rayons ſimples & primitifs, dont chacun occupant ſa place particuliére, ſe manifeſte ſous la couleur qui lui eſt naturelle; cette cauſe eſt générale par-tout où l'on voit la lumiére changée en diverſes couleurs. Mais il eſt difficile d'expliquer de quelle maniére ſe fait ici la décompoſition de la lumiére, puiſqu'il eſt clair qu'il n'en eſt pas des deux verres objectifs, qui montrent ces couleurs ſur leurs ſurfaces, comme du priſme triangulaire, lequel, à cauſe de la différente réfrangibilité des rayons primitifs, les diſperſe & les jette au loin ſur une étenduë aſſés conſidérable pour

en appercevoir les couleurs très-distinctement. M. Newton donne de ce merveilleux phénomene une explication qui est, à la vérité, au-dessus de tout ce qu'on peut imaginer de plus ingénieux, & qui seroit même (sans une supposition qui n'est pas bien démontrée) parfaite en son genre, parce qu'il en déduit heureusement grand nombre de circonstances, qui toutes se vérifient par l'expérience.

C I I.

Il avance donc *(p. 327.)* une proposition qu'il fonde sur ses observations, sçavoir « Que tout rayon de lumiére
» acquiert en passant à travers une surface réfringeante quel-
» conque, une certaine constitution ou disposition transitoire,
» qui dans le progrès du rayon revient à intervalles égaux, &
» fait que le rayon, à chaque retour de cette disposition, est
» transmis aisément à travers la surface réfringeante qui vient
» immédiatement après, & qu'à chaque intermission de cet
» état, il est aisément réfléchi par cette même surface ». Ensuite il veut que cet intervalle entre le retour & l'intermission suivante est différent dans les rayons simples de différentes couleurs ; d'où il conclud que quand un trait de lumiére mixte passe par une lame très-mince, comme est celle d'air contenu entre les surfaces des deux verres objectifs qui se touchent avec un peu de compression, il arrive que ceux des rayons simples, qui ont les intervalles de retour & d'intermission plus longs, quand ils seront parvenus depuis la surface antérieure jusqu'à la postérieure pendant qu'ils sont encore progressifs; ces rayons, dis-je, seront transmis, & passeront plus outre ; d'autres au contraire, qui à leur arrivée à la surface postérieure ayant déja fini leur allée, se trouvent dans l'intermission, ceux-ci seront réfléchis vers la surface antérieure, & en seront derechef réfléchis ou transmis selon qu'ils se trouvent dans l'un ou l'autre état à l'instant de leur incidence, & ainsi consécutivement; & comme chaque rayon simple de son espece a ses propres intervalles différents de ceux des autres, on voit bien que tous ces rayons de même

espece

eſpece doivent ſe ſéparer des autres d'eſpece différente : c'eſt ce qui fait la repréſentation des anneaux colorés, comme M. Newton l'explique très-bien & tout au long.

C I I I.

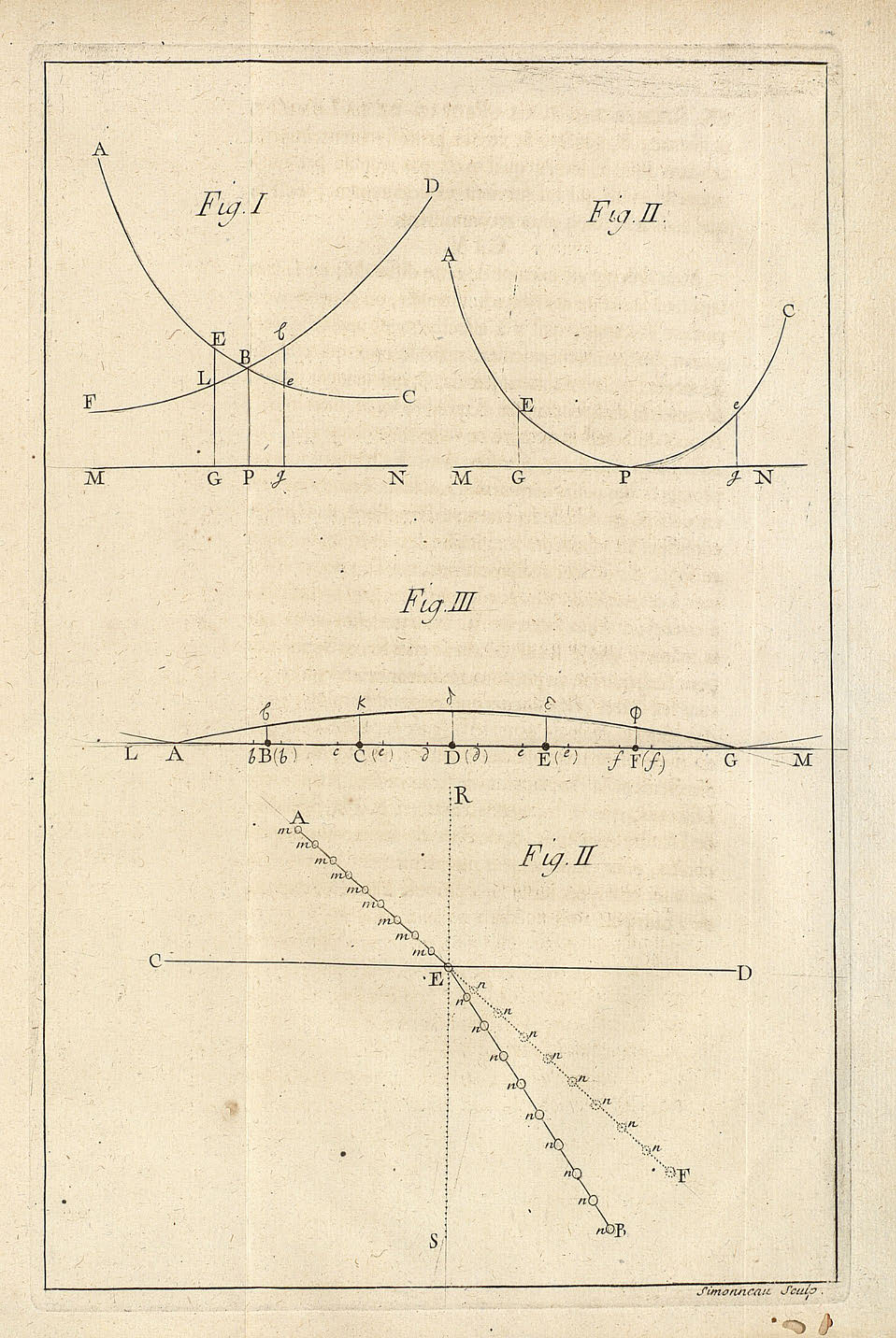
Quoique ces raiſonnements faſſent un effet admirable, ſi on ne regarde que le réſultat qui s'accorde preſqu'en tout avec l'expérience & les obſervations faites là-deſſus ; il y auroit néantmoins à y redire choſe & d'autres par rapport aux hypotheſes qu'il avance ſans les prouver ſuffiſamment; car ſans parler du vuide qu'il ſuppoſe, & de l'attraction qu'il attribuë aux ſurfaces réfringeantes, il paroîtra très-dur de concevoir d'où peut venir au rayon de lumiére cette certaine conſtitution ou diſpoſition tranſitoire qui, dans le progrès du rayon, revienne à intervalles égaux, d'où il déduit enſuite *(p. 331.)* ce qu'il appelle *les accès de facile réfléxion, les accès de facile tranſmiſſion, & l'intervalle entre deux accès de même nom ;* ceci, dis-je, paroît d'autant plus incompréhenſible, qu'il ne balance pas de dire à la page ſuivante 332, que *ces deux ſortes d'accès viennent déja à la lumiére, dès qu'elle commence à émaner du corps lumineux, & les retient durant tout ſon progrès :* or ſi ſelon ſon ſentiment expoſé en pluſieurs endroits, ſur-tout à la page 546, queſtion 29, *les rayons de lumiére ſont de fort petits corpuſcules élancés ou pouſſés hors des corps lumineux qui paſſent à travers des milieux uniformes en ligne droite ;* comment les corps une fois mûs en ligne droite, & puis abandonnés à eux-mêmes, peuvent-ils acquérir dans un milieu uniforme des viciſſitudes de retardation, d'intermiſſion & d'accélération, & encore des viciſſitudes ſi-bien meſurées, que les intervalles entre les accès de même nom ſe faſſent préciſément en temps égaux ? Je ne vois ici aucune cauſe extérieure qui puiſſe changer la nature du mouvement toûjours progreſſif en droite ligne, & toûjours dans un même milieu où tout eſt uniforme, lequel ou réſiſte, ou ne réſiſte point ; s'il réſiſte, le mouvement doit être retardé continuellement, ſans jamais reprendre d'accélération en avant; ſi le milieu ne réſiſte pas, le mouvement progreſſif demeurera

uniforme, & gardera la vîteſſe primitivement imprimée, pendant tout le temps qu'il n'eſt pas troublé par quelque nouvelle cauſe qui lui ſurvient extérieurement; c'eſt la loi que tous les Philoſophes reconnoiſſent.

C I V.

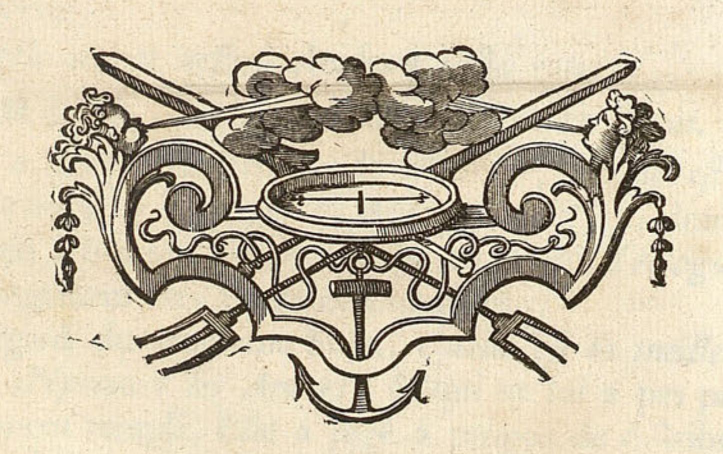
Mon ſyſteme eſt exempt de cette difficulté; en faiſant attention à la nature des fibres lumineuſes, on conçoit avec une parfaite évidence, quil y a effectivement une telle réciprocation des petits corpuſcules, mais de ceux qui compoſent les fibres, qui n'en ſortent jamais, & qui tendent toûjours à ſe remettre dans leur centre d'équilibre forcé, bien loin d'être élancés du Soleil pour faire ce vaſte trajet juſqu'à la Terre & infiniment plus outre. Ce ſont donc les réciprocations très-promptes des petits corpuſcules, ou leurs excurſions rapides en deçà & en delà de leur centre d'équilibre, dans leſquelles conſiſtent les vibrations longitudinales des fibres lumineuſes; ce ſont, dis-je, ces réciprocations, que l'on pourroit ſubſtituer à ces *viciſſitudes d'accès progreſſifs & regreſſifs* fort difficiles à concevoir ſelon l'idée de M. Newton. On verra que de la maniére que je les ai décrites, elles feront le même effet pour l'explication du phénomene des anneaux colorés, & de tous les autres phénomenes que ce grand homme a entrepris d'expliquer. Mais de peur de fatiguer la patience du Lecteur en m'étendant trop ſur des matiéres qui ne regardent pas directement la Propagation de la Lumiére, je finis ici mon Diſcours, que je ſoûmets à l'examen & à la ſage déciſion de l'illuſtre Académie, & de ceux de ſes membres qu'elle a choiſis, pour examiner plus rigoureuſement les piéces qu'on lui aura envoyées ſur le ſujet propoſé à tous les Philoſophes de l'Europe.

F I N.


Fig. I
A
D
E
B
L
b
e
F
C
M
G
P
g
N
Fig. II.
A
C
E
e
M
G
P
g
N
Fig. III
L
A
b B (b)
c C (c)
∂ D (∂)
e E (e)
f F (f)
G
M
R
A
Fig. II
C
E
D
F
B
S
Simonneau Sculp.

PIECES
QUI ONT REMPORTE'
LES PRIX
DE L'ACADE'MIE ROYALE
DES SCIENCES,
EN M. DCCXXXVII.

Selon la fondation faite par feu M. ROUILLÉ DE MESLAY, ancien Conseiller au Parlement.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXXXVII.

Avertissement de l'Académie.

PLUSIEURS excellentes Piéces que l'Académie a reçûës cette année sur le sujet des Ancres, sont le fruit du délai auquel elle se détermina en 1735. Cependant ayant divisé ce Sujet en trois parties différentes qui devoient faire l'objet d'autant de Prix, elle n'a pas trouvé des Piéces d'un égal mérite pour tous les trois. La figure des Ancres, comme plus susceptible de l'application de la Géométrie, est la partie qui en a fourni davantage, & les meilleures. Celle de la Forge & de la fabrique des Ancres, n'en a donné qu'un petit nombre ; & l'épreuve des Ancres n'en a point procuré que l'Académie ait pû couronner sous ce titre. La Compagnie a donc adjugé le Prix du Sujet, *Quelle est la figure la plus avantageuse qu'on puisse donner aux Ancres ?* à la Piéce N° 5 (de 1737) qui a pour Devise,

Hîc teneat nostras Anchora jacta rates,

& qui est de M. *Jean Bernoulli,* Docteur en Droit.

Elle a donné le Prix de la fabrique, *Quelle est la meilleure maniére de forger les Ancres ?* au N° 7, dont la Devise est *Vis unita fortior,* & qui est de M. *Tresaguet,* ancien Ingénieur des Ponts & Chaussées.

A l'égard du troisiéme Sujet, *Quelle est la meilleure maniére d'éprouver les Ancres ?* & qui ne lui a pas paru suffisamment rempli, Elle a jugé à propos de distribuer le Prix qu'elle y avoit destiné, en égale part à deux Piéces, où elle a trouvé d'ailleurs des Recherches curieuses & utiles, tant sur la figure des Ancres, que sur les autres

Sujets, & ſur pluſieurs pratiques qu'elle n'a pas voulu qui fuſſent perduës pour le Public.

L'une, qui eſt le N° 9, & qui a pour Deviſe, *Omnia conando docilis ſolertia vincit*, eſt de M. *Daniel Bernoulli*, Profeſſeur en Anatomie.

L'autre, N° 11, qui contient trois parties, & qui a trois Deviſes, par ce vers ainſi varié,

Hîc teneat noſtras Anchora {*Firma* / *Ducta* / *Certa*} *rates*,

eſt de M. le Marquis *Poleni*, Profeſſeur de Mathématique à Padouë.

Les deux Piéces qui ont le plus approché du Prix, & c'eſt par rapport à la fabrique ou à l'épreuve des Ancres, ſont le N° 5 (de 1735) qui a pour Deviſe, N° 154.

Et le N° 13 (de 1737) qui a pour Deviſe, *Si non bene ſaltem voluiſſe decorum eſt*, eſt de M. le Comte de Crequi.





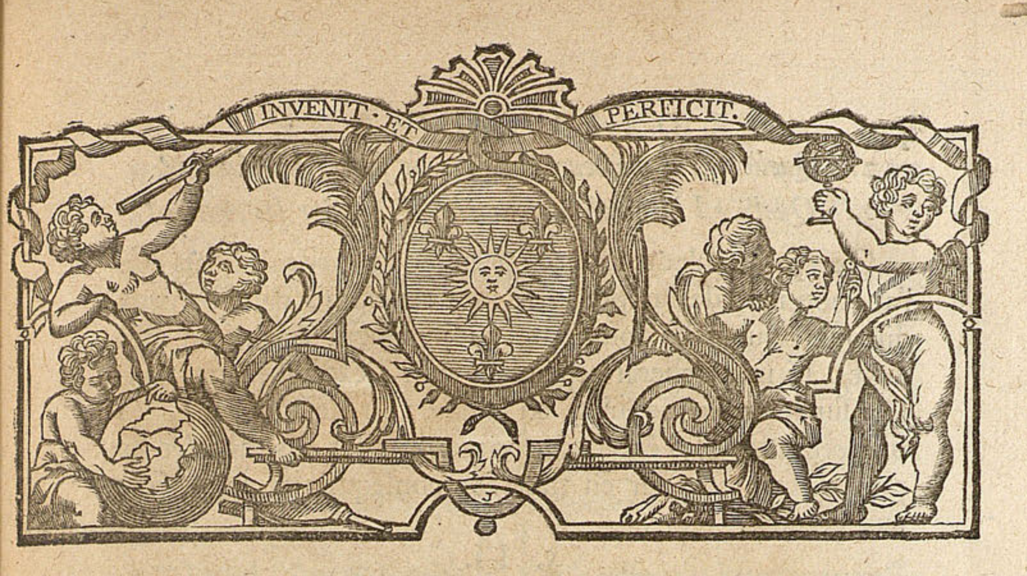
DISCOURS

DISCOURS
SUR
LES ANCRES.

Piéce qui a remporté le premier des Prix proposés par l'Académie Royale des Sciences pour l'année 1737.

Par M. JEAN BERNOULLI, Docteur en Droit.





DISCOURS
SUR
LES ANCRES.

Quelle est la figure la plus avantageuse qu'on puisse donner aux Ancres?

Sujet proposé par l'Académie Royale des Sciences, pour le premier Prix de l'année 1737.

Hic teneat noſtras Anchora jacta rates.

Ovid. lib. 1. de Art. am.

---

§. I.

L'Illustre Académie Royale des Sciences ayant jugé à propos de propoſer une ſeconde fois le ſujet qu'elle avoit déja propoſé pour le prix de l'année 1735; elle en a fait trois ſujets différents, énoncés en ces termes.

1.° *Quelle eſt la figure la plus avantageuſe qu'on puiſſe donner aux Ancres?*

2.° *Quelle est la meilleure maniére de forger les Ancres!*

3.° *Quelle est la meilleure maniére d'éprouver les Ancres!*

C'est principalement sur le premier de ces trois sujets que j'ai l'honneur de lui proposer mes refléxions dans ce petit discours, que j'ose soûmettre au jugement éclairé de mes Juges. Je m'attacherai cependant aussi à expliquer mes pensées sur le troisiéme sujet, en faisant voir de quelle maniére on pourra faire les épreuves convenables sur des modeles de petites Ancres, pour en tirer des conséquences applicables aux grandes.

§. II.

Il y a lieu de croire, que l'Académie en demandant *quelle est la figure la plus avantageuse qu'on puisse donner aux Ancres,* veut sçavoir proprement *quelle est la meilleure maniére de se servir des Ancres, non seulement par rapport à la figure qu'il convient de leur donner, mais aussi par rapport à d'autres circonstances auxquelles il est bon d'avoir égard!* Pour me conformer donc le plus qu'il est possible à son intention, je crois devoir considérer l'Ancre dans trois temps différents, sçavoir, lorsqu'elle tombe au fond de la mer, lorsqu'elle y entre, lorsqu'elle y est fixée. C'est là l'ordre que je suivrai dans cette dissertation ; j'appuyerai aussi mes raisonnements sur quelques expériences qui leur adjoûteront beaucoup de poids.

§. III.

Avant que d'entrer en matiére, il faut que j'explique les parties dont est composée l'Ancre représentée dans la Fig. 1.

Fig. 1. *DH* est une piéce de fer, qu'on nomme la *verge;* la partie *EDE* soudée au bout de la verge, qui fait la croix de l'Ancre, s'appelle la *croisée; DE,* la moitié de la croisée, est appellée le *bras* ou la *branche;* au bout de la branche est soudée la patte *F;* je ne considérerai au commencement le bras de la croisée avec sa patte, que comme une seule ligne droite. A l'autre bout *H* de la verge est attachée une piéce de bois perpendiculairement au plan de la croisée, c'est le *jas* ou *jouet* de l'Ancre; *C* représente un gros anneau de fer

nommé *l'arganneau,* auquel eſt attaché le *cable,* qui eſt une groſſe corde, par le moyen de laquelle le Vaiſſeau eſt arrêté après que l'Ancre eſt jettée.

Je ne parle pas des *Grapins d'abordage,* autre eſpece d'Ancre, que celle que nous avons repréſentée, ayant ordinairement quatre branches, & des crochets en place de pattes; on ne ſe ſert de ces *Grapins* que ſur les Galéres, ou bien pour accrocher un Vaiſſeau ennemi, & je ne crois pas qu'ils faſſent partie du ſujet propoſé; d'ailleurs le plus eſſentiel de ce que je dirai ſur les Ancres, pourra s'entendre auſſi des *Grapins.*

§. IV.

Quand l'Ancre tombe au fond, elle n'y mord pas auſſitôt, ou du moins pas toûjours; cela dépend de la ſituation où elle ſe trouve alors, & qui n'eſt pas toûjours la même; quelquefois le plan de la croiſée eſt perpendiculaire ſur le fond de la mer, quelquefois il lui eſt parallele ou preſque parallele, & le plus ſouvent il eſt oblique. Toutes ces ſituations ne ſont pas indifférentes ſans doute, & chacun voit que la premiére eſt la plus propre pour faire mordre & enfoncer l'Ancre dans le fond.

§. V.

Il ſeroit donc à ſouhaiter qu'on trouvât un moyen pour faire prendre à l'Ancre, en tombant au fond, telle ſituation qu'on voudroit lui donner; outre qu'on pourroit ſe paſſer alors du *Jas,* qui eſt fort embarraſſant, & qui ne ſert tout au plus qu'à empêcher que l'arc de l'Ancre ou la croiſée ne prenne la ſituation parallele au fond.

§. VI.

L'Ancre ayant une fois mordu, il s'agit de la faire entrer auſſi avant & avec autant de force qu'il eſt poſſible, dans le fond; & il eſt à remarquer ici, qu'à meſure qu'elle avance, on conçoit que ſa verge change de direction, & qu'ordinairement elle fait au commencement un angle avec le cable, comme dans la Fig. 2. que cet angle devient de plus en plus obtus à meſure que le cable eſt tendu plus fort par l'effort que le Vaiſſeau fait pour s'éloigner de l'endroit de l'Ancre Fig. 2.

qui l'arrête, & qu'à la fin le cable étant fortement tendu, il eſt preſque en droite ligne avec la verge, comme dans la
Fig. 3. Fig. 3. & l'un & l'autre peuvent alors paſſer pour une ſeule ligne droite, qui ſera comme horiſontale, ſi la longueur du cable ſurpaſſe conſidérablement la profondeur de la mer, d'autant que le plus ſouvent on n'eſt pas en état de jetter l'Ancre en des endroits fort profonds. Cependant ſi on avoit l'invention de mettre l'Ancre dans telle ſituation que l'on voudroit, lorſqu'elle eſt au fond, on pourroit par ce moyen faire en ſorte que la verge fût dès le commencement en ligne droite avec le cable, ce qui ſeroit encore un avantage conſidérable.

§. VII.

L'invention dont je viens d'inſinuer l'utilité, ne me paroît ni impoſſible ni même difficile; je vois à vûë de pays pluſieurs moyens pour en venir à bout; mais cette matiére n'étant pas de mon reſſort, je n'oſerois me haſarder à en propoſer un ici, craignant qu'il ne ſe trouvât dans ſon exécution des difficultés auxquelles je n'euſſe pas penſé.

§. VIII.

Voyons maintenant ce qui fait pénétrer l'Ancre plus avant dans le fond, lorſque le Vaiſſeau vient à être entraîné par les vagues, & auſſi par le vent qui donne toûjours contre le Vaiſſeau, quand même les voiles ſont *carguées*. C'eſt d'un côté la réſiſtance que le poids de l'Ancre oppoſe à ce que le Vaiſſeau ne ſoit emporté avec trop de facilité, & de l'autre l'obliquité de l'angle ſous lequel l'Ancre a mordu dans la terre.

Il faut ſans doute que l'Ancre ait un certain poids; car il eſt clair, que ſi elle étoit trop legere, outre qu'elle ſeroit ſujette à la rupture, ſon peu de réſiſtance ſeroit aiſément ſurmonté par la force avec laquelle les vents & les vagues pouſſent le corps du vaiſſeau; cependant elle ne doit pas être trop lourde ou trop peſante non plus, parce qu'on auroit trop de peine à la retirer. Il faut donc un certain milieu, qu'il ſeroit impoſſible de déterminer par le calcul; cela

dépend d'une infinité de circonſtances, qui ne ſont pas déterminées elles-mêmes : il a fallu conſulter pour cela l'expérience, de même que pour la longueur & l'épaiſſeur de l'Ancre. On fait l'épaiſſeur de la plus grande, nommée la *maîtreſſe Ancre,* d'autant de pouces qu'il y a de pieds dans la moitié de la largeur du Vaiſſeau; pour ce qui eſt de la longueur & du poids de la maîtreſſe Ancre, leur proportion eſt marquée dans la Table qui ſuit, par laquelle il paroît que la longueur de l'Ancre doit être comme la largeur du Vaiſſeau, mais le poids de l'Ancre en raiſon cubique de la même largeur du Vaiſſeau.

TABLE contenant la longueur & le poids que doit avoir la grande Ancre d'un Vaiſſeau, à proportion de la largeur de ce Vaiſſeau.

Largeur du Vaiſſeau.	Longueur de l'Ancre.	Poids de l'Ancre.
pieds.	pieds.	livres.
8.	. . . . . $3\frac{1}{5}$. . . .	. . . . . . 33.
9.	. . . . . $3\frac{3}{5}$. . . .	. . . . . . 47.
10.	. . . . . 4	. . . . . . 64.
11.	. . . . . $4\frac{2}{5}$. . . .	. . . . . . 84.
12.	. . . . . $4\frac{4}{5}$. . . .	. . . . . . 110.
20.	. . . . . 8	. . . . . . 512.
30.	. . . . . 12	. . . . . . 1728.
40.	. . . . . 16	. . . . . . 4096.
50.	. . . . . 20	. . . . . . 8000.

§. IX.

J'ai dit qu'outre le poids de l'Ancre c'étoit auſſi l'obliquité de l'angle ſous lequel la patte ſe préſente au fond, qui la faiſoit entrer de plus en plus, à meſure que le Vaiſſeau eſt pouſſé. En effet, tout angle n'eſt pas également propre

pour cela, & l'on voit d'abord qu'on n'obtiendroit pas cet effet de l'Ancre, si on la faisoit comme elle est représentée dans
Fig. 4. la Fig. 4. en sorte que la croisée avec sa patte fût en ligne droite perpendiculaire à la verge, parce que la direction de la force avec laquelle la verge est tirée, seroit perpendiculaire à la direction de la croisée, & qu'ainsi cette force ne contribueroit en rien pour faire entrer l'une des pattes dans le fond.

D'un autre côté l'on voit aussi que si la croisée étoit trop oblique, c'est-à-dire, si elle faisoit un angle trop aigu
Fig. 5. avec la verge, comme dans la Fig. 5. il arriveroit que la patte ne mordroit pas assés dans le fond, & qu'en avançant elle friseroit seulement la surface de la terre, ou tout au plus elle ne feroit que des sillons ou des rayons pareils à ceux que fait le soc d'une charruë en remuant la terre; le *Vaisseau chasseroit sur son Ancre,* comme les Marins s'expriment, parce que la résistance de l'Ancre ne seroit pas suffisante pour l'arrêter.

§. X.

Cherchons donc l'angle le plus favorable, c'est-à-dire, celui sous lequel la patte entre le plus profondément, & avec le plus de facilité & de force.

Pour cet effet nous n'avons qu'à déterminer généralement la force avec laquelle la patte entre dans le fond sous un angle variable, & égaler ensuite cette force à un *maximum,* ce qui nous donnera le sinus de l'angle le plus avantageux.

Fig. 6. Soit pour cette fin dans la Fig. 6. CA le cable, FG le fond de la mer considéré comme presque parallele à la direction de la verge & du cable CB; AB la verge, NBE la croisée. Ayant tiré HI perpendiculaire sur BN, soit nommée cette HI (sinus de l'angle cherché HBI) $= m$; (co-sinus du même angle) $= n = \sqrt{(1 - mm)}$; HB (sinus total) $= 1$; enfin la force avec laquelle le cable est tiré $= f$. Cette force f étant appliquée obliquement à la branche BN, ne sera pas toute employée suivant la direction BN; je la décompose donc suivant BI & HI, dont la

la premiére est dans la direction de BN, & la seconde perpendiculaire à cette même direction ; maintenant je dis, HB (1). $BI(m)$: : f (toute la force avec laquelle le cable est tendu,) . mf, qui sera la partie de cette force employée suivant la direction BN; mais cette force mf n'est pas toute employée non plus à faire entrer l'Ancre dans le fond, & nous avons déja dit que si la direction BN étoit fort oblique, l'Ancre ne mordroit point. Il faudra donc derechef décomposer cette derniére force suivant NL parallele, & ML perpendiculaire au fond de la mer ; de ces deux forces ce n'est que la derniére qui fait entrer l'ancre dans le fond: or cette force est $= mnf$, car prenant $MN = HB = 1$, ML sera $= HI = n$ & $NL = BI = m$, & j'aurai cette analogie, $MN(1)$. $ML(n)$: : mf (toute la force suivant BN) à la force résultante suivant $ML = mnf$.

Ainsi cette force mnf, ou (en divisant par la constante f) mn doit être un *maximum*, ce qui nous donne [en mettant pour n sa valeur $\sqrt{(1 - mm)}$ & puis en différenciant $m\sqrt{(1 - mm)}$] cette équation, $dm\sqrt{(1 - mm)} - \frac{mmdm}{\sqrt{(1-mm)}} = 0$, ou bien $mm = 1 - mm$, & partant $m = \sqrt{\frac{1}{2}}$, comme aussi $n = \sqrt{(1 - mm)} = \sqrt{\frac{1}{2}}$: le triangle rectangle HIB sera donc isoscéle, & par conséquent l'angle cherché HBI égal à un demi-droit.

§. XI.

Le calcul que nous venons de faire suppose,

1.° Que le fond de la mer est horisontal; ce n'est pas que nous le croyons tel par-tout, ce qui seroit absurde, mais au moins il sera tel le plus souvent, & nous n'avons pas plus de raison de lui donner une autre situation, n'y ayant aucune certitude.

2.° Que le cable est horisontal aussi, ce qui n'est pas vrai à la rigueur; mais j'ai déja insinué ci-dessus, qu'il peut passer pour tel lorsqu'il est bien tendu & assés long, par rapport à la profondeur de la mer. On voit donc qu'il est bon de faire les cables aussi longs qu'il est possible, selon *que les autres*

circonſtances le permettent, afin qu'ils approchent d'autant plus d'être horiſontaux.

Il y a encore une autre raiſon pour laquelle on doit faire les cables auſſi longs que l'on peut; c'eſt afin qu'ils prêtent mieux aux bouffées des vents, de même qu'aux ſecouſſes des vagues, & qu'ils ſoient moins ſujets à ſe rompre; parce que les extenſions étant moins bruſques dans une longue corde que dans une courte, elles prêtent plus aiſément à la violence ſubite des bouffées & des ſecouſſes.

Quand je parle d'extenſion, ce n'eſt pas que je veuille dire par-là que les cables s'étendent réellement en longueur, mais c'eſt qu'un cable bien long, qui, comme l'on ſçait, eſt fort peſant, ne ſçauroit jamais être ſi bien tendu, qu'il ne lui reſte encore quelque courbûre, & que par conſéquent les bouffées & les ſecouſſes ne le puiſſent tendre encore davantage; c'eſt cette tenſion que j'ai appellée *extenſion*, & c'eſt dans ce ſens qu'on pourroit dire d'une chaîne de fer ſuſpenduë horiſontalement par les deux bouts, qu'elle s'étend, quoique le fer ne ſoit pas extenſible, parce que les deux points de ſuſpenſion s'éloignant l'un de l'autre, la chaîne paroît s'allonger.

§. XII.

Je dis qu'il eſt bon de faire les cables auſſi longs qu'il eſt poſſible, ſelon *que les autres circonſtances le permettent;* car on penſe bien qu'on ne peut pas les faire auſſi longs que l'on veut à l'indéfini. On a ſur un Vaiſſeau grand nombre de cables, & ces cables, ſi on les faiſoit trop longs, ne laiſſeroient pas que d'embarraſſer tant par rapport au volume qu'au poids.

Mais il me vient une idée, qui peut-être n'eſt pas à rejetter, pour faire prêter un cable d'une longueur donnée autant que prêteroit un autre bien plus long; voici donc à quoi je penſe: c'eſt de partager le cable en pluſieurs parties, longues chacune de 20, 30 ou 40 pieds, & de joindre ces parties, par des reſſorts de fer aſſés forts; comme ſeroit, par exemple, le
Fig. 7. reſſort *BC (Fig. 7.)* entre les deux cordes *BA* & *CD*, lequel ſe dilateroit lorſqu'une grande force viendroit ſubitement à

tendre la corde totale *AD*, pardessus la tension qu'elle souffroit déja auparavant. On voit donc que par la dilatation de plusieurs ressorts mis entre deux, de distance en distance par toute la longueur du cable, cette longueur pourroit en s'allongeant considérablement, donner au cable la qualité de parer les plus violentes extensions, & de résister ainsi à la rupture par les dilatations & resserrements alternatifs des ressorts, selon la violence plus ou moins grande des bouffées & des secousses.

Je suis persuadé que si on exécutoit cette idée, on s'en trouveroit fort bien, car je ne crois pas que de cette maniére on courût aucun risque de perdre jamais d'Ancre, ce qui seroit un avantage très-essentiel, vû que l'expérience ne nous montre que trop, combien il arrive souvent à un Vaisseau de perdre sa maîtresse Ancre; or cette Ancre une fois perduë le Vaisseau est fort mal, parce qu'un pareil accident n'arrive que dans le temps de grosses tempêtes.

§. XIII.

Nous avons supposé encore jusqu'ici, que la patte étoit en ligne continuée avec la croisée, ce qui pourtant n'est pas nécessaire, car il suffit que la ligne de direction du plan de la patte fasse avec le fond l'angle trouvé de 45 degrés, & le bras de la croisée pourra avoir telle figure, & faire tel angle avec la patte, que l'on voudra.

Il ne convient pas même que le bras considéré comme une ligne droite, soit dans la même direction avec la patte; en voici la raison: il faut, comme nous avons dit ci-dessus, que l'épaisseur, la longueur & le poids de l'Ancre gardent une certaine proportion avec la largeur du Vaisseau. Or cette proportion ne pourroit pas subsister, si chaque bras de la croisée étoit dans la même direction que sa patte; je veux dire, que si on donnoit à l'Ancre l'épaisseur & le poids qui sont requis, sa longueur deviendroit trop petite, ou bien si on donnoit à l'Ancre l'épaisseur & la longueur requises, elle deviendroit trop pesante, ce qu'il faut éviter avec soin, parce que la maîtresse Ancre est déja si lourde d'elle-même,

qu'on ne peut la retirer qu'avec beaucoup de peine, & que pour cette raiſon on ne ſe réſoud à la jetter que dans la derniére néceſſité, comme dans un temps d'orage; adjoûtés à cela qu'il ne convient pas de charger le Vaiſſeau au de-là du néceſſaire.

Il faut donc, pour garder la juſte proportion marquée dans la Table, que chaque bras de la croiſée (conſidéré toûjours comme rectiligne) faſſe un angle avec la direction
Fig. 8. de ſa patte, comme dans la Fig. 8, où l'on voit que les lignes *DC, EC,* qui marquent les directions ou les prolongations des pattes *DE,* ne concourent qu'au point *C,* qui eſt au-deſſus du ſommet *B* de la verge *AB.*

§. XIV.

L'angle de 45 degrés que nous avons trouvé ci-deſſus, eſt à la vérité le plus avantageux pour faire entrer la patte dans le fond, mais il ne le ſera pas pour l'y faire demeurer quand elle y eſt fixée une fois, & pour empêcher que le Vaiſſeau ne chaſſe ſur ſon Ancre: car alors plus le plan de la patte approchera d'être perpendiculaire ſur la ſurface du fond de la mer, plus auſſi y tiendra-t-elle ferme, parce qu'elle trouve plus de réſiſtance, & ces réſiſtances ſont comme les quarrés des ſinus de l'angle que fait la patte avec le fond. Car d'abord la patte rencontre plus de matiére qui réſiſte ſous un angle plus approchant d'un droit que ſous un plus petit en raiſon des ſinus de ces angles, & puis chaque particule de cette matiére réſiſte davantage ſous le premier de ces angles, que ſous l'autre encore en raiſon de ces mêmes ſinus; d'où il réſulte, comme j'ai dit, que les réſiſtances totales ſont en raiſon doublée des ſinus de l'angle de la patte avec le fond.

§. XV.

Ce que je viens de dire eſt aiſé à vérifier par une expérience, il n'y a qu'à faire deux couliſſes d'inégale largeur
Fig. 9 & 10. *ABCD, abcd (Fig. 9 & 10;)* rempliſſés l'une & l'autre de terre graſſe d'égale conſiſtance; plantés-y les petites planchettes *EF, ef,* parfaitement égales entr'elles, mais

inégalement inclinées ſur la direction de leur couliſſe ; aux centres *G*, *g*, de ces planchettes attachés des ficelles *GHP*, *ghp*, que vous ferés paſſer pardeſſus les poulies *H*, *h* ; & au bout de ces ficelles ſuſpendés des poids *P*, *p*, que vous augmenterés ſucceſſivement, juſqu'à ce qu'ils commencent à vaincre la réſiſtance de la terre graſſe, en faiſant avancer les planchettes ; vous trouverés alors que le poids *P* ſera au poids *p*, comme le quarré du ſinus de l'angle *EFC*, au quarré du ſinus de l'angle *efc*.

Ayant donc égard à cela, il ſera bon de faire l'angle en queſtion un peu plus grand que de 45 degrés.

§. XVI.

Je ne me ſuis pas fort étendu dans les réfléxions que j'ai faites juſqu'ici, en conſidérant l'Ancre dans le temps où elle tombe au fond de la mer, & dans celui où elle y mord, parce que ce n'eſt pas là le principal de la queſtion ; il eſt bien plus eſſentiel d'examiner quelle figure il convient de donner à la branche de l'Ancre, pour en avoir le plus d'avantage qu'il eſt poſſible, lorſqu'elle eſt une fois fixée ; & c'eſt à quoi je vais m'appliquer avec plus de ſoin dans la ſuite de ce diſcours.

§. XVII.

Mais avant que de continuer il faut que je m'explique ſur quelques termes dont je me ſervirai, & qui ſans cela pourroient cauſer de l'équivoque.

Que l'on conçoive donc (*Fig. 11.*) l'Ancre dans une ſituation horiſontale, dont la projection de la croiſée ſoit *ACBDA*, & celle de la verge ſoit *DE* ; que l'on conçoive auſſi un plan vertical & parallele à la verge, lequel coupe la croiſée, & que la ſection faſſe un parallélogramme rectangle *HFGI*, car c'eſt ſous cette forme que je veux que le contour de la croiſée ſoit conſtruit, comme la plus commode pour en faire le calcul ; cela bien entendu, j'appellerai le côté horiſontal *GF* ou *IH* *l'épaiſſeur de la croiſée* ; le côté vertical *GI* ou *FH* *ſa largeur* ; l'arc *ADB* *ſa longueur*, & l'aire de la ſection *HFGI* *ſa groſſeur* ; enfin j'entendrai Fig. 11.

par la *surface intérieure de la croisée*, la surface dans laquelle est situé le côté GI du rectangle vertical HG, laquelle surface je nommerai dans la suite aussi, *surface concave de l'Ancre*; mais pour le présent je fais abstraction de sa concavité.

Après cette explication je retourne à mon sujet.

§. XVIII.

Pour que la figure de l'Ancre soit la plus avantageuse, il faut qu'elle lui donne deux avantages ou deux qualités les plus favorables, l'une pour résister le plus qu'il est possible à être cassée, & l'autre pour être le moins sujette à se plier ou à changer de figure; la figure par le moyen de laquelle on obtient le premier avantage, regarde la grosseur de l'Ancre, & celle qui doit procurer le second avantage, regarde la surface intérieure de l'Ancre; Nous chercherons premiérement la premiére de ces deux figures, puis l'autre, & enfin nous verrons comment il faut les combiner ensemble pour en avoir les deux avantages à la fois.

Je dis d'abord qu'il ne faut pas que la branche de la croisée ait par-tout une égale grosseur, parce qu'elle ne résisteroit pas également par toute sa longueur à être cassée ; elle se casseroit plus aisément, par la nature du levier, vers le sommet de la croisée, que vers ses extrémités ; par conséquent elle ne seroit pas forte à proportion de la matiére qui la compose ; il y auroit donc de la matiére employée inutilement vers les extrémités, ou trop peu de matiére vers le sommet. Il faut donc distribuer la matiére en telle façon, que la branche soit par-tout également forte : c'est par cette raison que l'on fait les arcs des arbalêtes plus minces vers leurs extrémités, que vers le milieu.

Or, Galilée a déja démontré que, dans une poutre horisontale, insérée par un des deux bouts dans un mur, & portant un gros poids attaché à l'autre, la force pour résister est uniforme dans toute la longueur de cette poutre, lorsque
Fig. 12. les EF, EF (*Fig. 12.*) qui représentent les grosseurs de la poutre, sont par-tout proportionnelles aux appliquées correspondantes DB, DB de la parabole Apollonienne ABC,

c'eſt-à-dire, lorſque *AEH* eſt elle-même une parabole : ſuppoſé que la largeur, qui dans la poſition que donne Galilée à la poutre eſt horiſontale, ſoit égale dans tous les points *F, F.*

§. XIX.

Ainſi il eſt à remarquer que cette derniére propoſition n'eſt vraye, que pour le cas où l'Ancre, ou la poutre (pour me ſervir du même terme dont ſe ſert Galilée) chargée à l'extrémité d'un poids attaché, faiſant abſtraction de ſa propre peſanteur, eſt également large par toute ſa longueur, c'eſt-à-dire, lorſque la ſurface intérieure de la croiſée, conſidérée comme plane, eſt un parallelogramme rectangle ; car ſi ſa largeur eſt variable, la courbe (dont les appliquées repréſentent les épaiſſeurs de la poutre) changera de nature ſuivant la loi des largeurs, de ſorte que l'équation générale de cette courbe pour des largeurs quelconques, contiendra trois indéterminées, dont l'une, par exemple, celle qui dénote la largeur variable de la poutre ſera arbitraire, pourvû que les aires des ſections tranſverſales, c'eſt-à-dire, les rectangles *GH (Fig. 11.)* ſoient proportionnelles aux appliquées de la parabole.

* Pour trouver cette équation générale ſoit *DFAMN (Fig. 13.)* la poutre qui réſiſteroit par-tout également à une puiſſance qu'on appliqueroit en *D*, ſuivant la direction *DC*, & ſoit *DeF* la courbe des épaiſſeurs, dont nous cherchons l'équation, ou la courbe dont les appliquées *be* marquent les épaiſſeurs de la poutre ou du bras de la croiſée ; ſoit l'aire du rectangle *ec* la ſection tranſverſale de la poutre, enſorte que *be* étant ſon épaiſſeur, *bc* ou *ed* ſoit ſa largeur aux points *b* ou *e* ; cette droite *bc* étant préſentement variable ſera l'appliquée d'une courbe *DcM*, qui terminera la ſurface intérieure de la croiſée, & qu'on pourra appeller *courbe des largeurs*, laquelle de même que la courbe des épaiſſeurs *DeF*, Fig. 13.

* Pour éviter la confuſion, il eſt bon de faire remarquer, que ſuivant l'idée de Galilée, il faut conſidérer la projection de la poutre comme faite ſur un plan vertical, parallele à la longueur de la poutre *DA*, en ſorte que l'épaiſſeur ſe change ici en largeur, & réciproquement la largeur en épaiſſeur.

aura pour axe la droite DA. Nommons toute la longueur $DA = a$, $Ab = y$, l'épaiſſeur $be = t$, la largeur $bc = z$, & la puiſſance qu'on ſuppoſe être appliquée en $D = p$.

La nature de la courbe DeF ſera telle, que pour chaque point b le moment de la puiſſance en D, c'eſt-à-dire, p multiplié par la diſtance $a - y$, ſera égal au moment de la force avec laquelle la poutre réſiſte à la rupture dans l'endroit du rectangle ec; or cette réſiſtance abſoluë étant proportionnelle à la multitude des fibres qui devroient être rompuës à la fois, & par conſéquent proportionnelle à l'aire du rectangle ec, qui eſt $= zt$, il eſt viſible, par la nature du levier, que la réſiſtance abſoluë zt multipliée par la diſtance du centre de gravité à la baſe bc, qui eſt comme l'appui de ce levier, exprime par-tout le moment de la réſiſtance; mais la diſtance du centre de gravité à la baſe d'un rectangle étant au milieu, on voit bien qu'elle ſera toûjours proportionnelle à t, donc le moment de la réſiſtance ſera exprimé par $zt \times t = ztt$; il me vient donc cette équation pour la courbe DeF, $ztt = p(a - y,)$ contenant trois indéterminées y, t, z, deſquelles par conſéquent il y en aura une d'arbitraire, par exemple z, laquelle étant enſuite déterminée par une autre circonſtance que nous n'avons pas encore tirée en conſidération pour ce ſujet, il n'y aura qu'à ſubſtituer la valeur de z en y ou en t, pour avoir l'équation à la courbe DeF dans chaque cas particulier.

§. XX.

Pour la ſimplicité nous avons conſidéré juſqu'ici la ſurface intérieure de l'Ancre comme plane, & nous le pouvions ſans que cette ſuppoſition entrât pour rien dans le calcul par rapport au ſujet dont il s'agiſſoit, car l'on ſçait que le moment d'une puiſſance eſt le même dans un levier droit & dans un levier courbe, ſi ſa diſtance à l'appui eſt la même dans l'un & l'autre levier. Cependant il y a une autre circonſtance à laquelle nous n'avons pas encore fait attention, & qui ne permet pas que la ſurface intérieure de l'Ancre ſoit plane; c'eſt que de cette maniére on n'obtiendroit pas le

ſecond

ſecond avantage requis dans l'Ancre, dont nous avons parlé ci-deſſus *(Art. XVIII.)* car dans ce cas la branche ne ſeroit pas dans une diſpoſition convenable pour conſerver ſa figure, quand le cable commence à ſe bander fortement, quoique d'ailleurs l'Ancre ſoit aſſés forte pour réſiſter à la rupture; c'eſt ce qui nous conduit à la conſidération de cette autre qualité que doit avoir l'Ancre, & qui eſt bien la principale: car il ne ſuffit pas que ſes dimenſions ſoient dans la juſte proportion, pour qu'elle réſiſte uniformément à la rupture par toute la longueur de ſa croiſée, mais il faut de plus lui donner une certaine courbûre, qui faſſe que la croiſée ne ſoit pas pliable ou ſujette (je ne dis pas à la rupture, mais) à changer de figure, par la forte preſſion exercée contre la ſurface intérieure de la branche enfoncée dans la terre, laquelle preſſion lui arrive par l'oppoſition de la terre qui doit arrêter l'Ancre ou la tenir immobile, lorſque le cable bandé fait tout ſon effort pour l'entraîner.

§. XXI.

Après d'aſſés longues méditations, & pluſieurs tentatives que j'ai faites, pour découvrir en quoi pourroit conſiſter le principe de la recherche de la plus avantageuſe courbûre qu'il faut donner à la croiſée, pour que ſa branche enfoncée ne ſe plie en aucun endroit, quelque grand que ſoit l'effort du cable bandé, pourvû que d'ailleurs l'Ancre ſoit aſſés robuſte, pour n'être point rompuë entiérement; j'ai enfin réuſſi dans mon entrepriſe, ayant trouvé le véritable & unique fondement de cette recherche, puiſqu'il me paroît au-deſſus de toute exception, tellement qu'après avoir communiqué mon idée à un de mes amis, bon connoiſſeur en fait de méchanique, il approuva fort ma théorie, dont il ſe ſervira peut-être lui-même, ſuppoſé que l'envie lui prenne de travailler auſſi ſur le ſujet en queſtion. Voici donc ma théorie: d'abord je me figure la branche enfoncée de la croiſée, comme étant faite de matiére parfaitement fléxible, excepté ces deux extrémités, ſçavoir, la patte & le ſommet de la croiſée, que je conſidére comme deux points fixes,

auxquels ſeroit attachée la branche fléxible en forme de linge ou de voile, qui ſe courbe, comme on ſçait, d'une certaine façon que la nature elle-même preſcrit par la loi des preſſions exercées ſur la ſurface du linge ou de la voile, par le poids d'une liqueur ou par la force du vent. Ainſi quand la branche fléxible eſt tirée fortement par le cable attaché à la verge de l'Ancre, on voit bien que la réſiſtance de la terre, contre laquelle la ſurface intérieure de la branche fléxible eſt preſſée, doit faire le même effet que fait le poids d'une liqueur, ou l'impétuoſité du vent, c'eſt-à-dire, que la branche fléxible prendra d'elle-même une certaine courbûre ſelon l'exigence de la loi des preſſions. Or, il eſt viſible que cette courbûre une fois priſe ſera permanente, quoique la branche ſoit encore fléxible; donc à plus forte raiſon, ſi nous ſuppoſons que dans cet état l'Ancre reprenne ſa roideur ou ſa dureté, on ne pourra nier que la courbûre des branches de la croiſée ne ſoit préciſément celle que nous cherchons, pour que les branches ne ſoient point pliables, puiſqu'elle auroit été engendrée par les preſſions mêmes qui donnent l'équilibre à toutes les parties de la branche fixée en terre, de ſorte que ſi une ſeule partie venoit à être déplacée de ſa ſituation, tout cet équilibre ſeroit troublé dans le moment, ce qui ſeroit contre la loi des preſſions, qui ont produit la courbûre dans la ſurface concave de la branche, pendant qu'elle étoit encore, comme nous l'avons ſuppoſé, dans l'état de fléxibilité.

§. XXII.

De tout ceci nous voyons que la courbûre que l'on doit donner à chaque demi-croiſée, ou plûtôt à ſa ſurface concave, eſt du genre des lingiéres ou des voiliéres ; or cette courbe deviendra de différente nature, ſelon que la ſurface concave ſera uniformément ou non-uniformément large. Pour la déterminer généralement, j'employerai le principe ordinaire pour la recherche des courbes fléxibles par la preſſion des fluides, lequel conſiſte en ce que la force d'un fluide qui heurte obliquement contre les éléments d'une courbe, eſt

constamment en raison doublée du sinus de l'angle, que fait la courbe avec les paralleles à l'axe; d'autant que nous avons dit ci-dessus (*Art. XIV.*) que les résistances que souffre la branche de l'Ancre par l'opposition de la terre où elle est enfoncée, sont en cette raison là. Cherchons donc maintenant cette courbe.

§. XXIII.

L'on sçait qu'un fil tiré ou poussé par une infinité de forces, suivant les directions perpendiculaires à la figure courbe qu'il prend demeurant en équilibre, il faut que la courbûre de ce fil [c'est-à-dire, l'angle de contact] soit partout proportionnelle à la force qui la cause; car (*Fig. 14.*) en concevant la courbe comme un polygone infinilatéral *abcdef*, où les forces sont appliquées aux angles *b*, *c*, *d*, &c. suivant les directions normales à la courbe, on voit par le principe de Statique, que la force en *b* est à la force en *c*, en raison composée de la force en *b* à la tension suivant *bc*, & de la tension suivant *cb* (égale à la premiére) à la force en *c*; la premiére raison du sinus de l'angle *abc*, ou de l'angle du contact *abr*, qui est son complément à deux droits au sinus total, & la seconde du sinus total au sinus de l'angle *bcd* ou *bcs*, donne *ex æquo directo*, que la force en *b* est à la force en *c*, comme le sinus de l'angle *abr* est au sinus de l'angle *bcs*, ou (à cause de l'infinie petitesse de ces angles) comme l'angle *abr* à l'angle *bcs*; donc les courbûres en *b* & en *c* sont respectivement comme les forces; & ainsi de toutes les autres *d*, *e*, &c. *C.Q.F.D.*

C'est par ce principe que l'on a déterminé les courbes des voiles, celles des linges & toutes celles qui sont faites par les pressions des fluides sur des matiéres parfaitement flexibles, lesquelles pressions, comme on sçait par la nature des fluides, s'exercent toûjours en directions normales à la courbe; ainsi la chose est trop connuë pour m'y arrêter plus long-temps.

§. XXIV.

Il faut donc voir quelle courbe en résultera, lorsque les pressions (en donnant d'abord à la surface concave de la

croiſée une largeur uniforme par toute ſa longueur) ſeront
Fig. 15. proportionnelles aux quarrés des ſinus de l'angle que fait la courbe *ABC* (*Fig. 15.*) avec les paralleles à l'axe, c'eſt-à-dire, à $\frac{dy^2}{ds^2}$, en nommant *AD*, x; *DB*, y, & l'arc *AB*, s. En général dans toutes les courbes l'angle de contact (en faiſant ds conſtante) eſt $= \frac{-ddy}{dx}$; cet angle de contact eſt donc, (ſuivant la théorie expoſée dans l'article précédent) proportionnel à la force qui preſſe, & qui elle-même eſt proportionnelle à $\frac{dy^2}{ds^2}$. Nous aurons donc $\frac{dy^2}{ds^2}$ multiplié encore par la longueur de l'élement ds, c'eſt-à-dire, $\frac{dy^2}{ds} = \frac{-ddy}{dx}$, ou (pour obtenir l'homogénéïté) $= \frac{-addy}{dx}$: ce qui donne $\frac{dx}{ds} = \frac{-addy}{dy^2}$; en intégrant, il provient $\frac{x}{ds} = \frac{a}{dy} + \frac{c}{ds}$, ou bien (en réduiſant les fractions en entiers, & mettant pour ds^2 ſa valeur $dx^2 + dy^2$), on aura $(x-c)^2 \times dy^2 = aadx^2 + aady^2$, & par conſéquent $[(x-c)^2 - aa]\, dy^2 = aadx^2$: d'où enfin nous tirerons $dy = \frac{adx}{\sqrt{[(x-c)^2 - aa]}}$, qui eſt l'équation pour les chaînettes. Que ſi on fait l'arbitraire $c = 0$, on obtient l'équation ordinaire pour la chaînette, $dy = \frac{adx}{\sqrt{(xx-aa)}}$. *C. Q. F. T.*

Corollaire. Donc la croiſée, qui a ſa ſurface concave partout également large, étant courbée ſuivant la courbûre d'une chaînette ordinaire, ne pourra pas être pliée, ni changer de figure par les preſſions oppoſées de la terre où elle eſt enfoncée, quelque grand que ſoit leur effort, c'eſt-à-dire, que l'Ancre, ſi elle n'eſt pas aſſés forte, ſe rompra plûtôt en pieces que de plier la moindre choſe en aucun endroit.

§. XXV.

J'ai vérifié le calcul que nous venons de faire par l'expérience qui ſuit.

J'ai pris une maſſe de terre graſſe, à laquelle j'ai donné la forme d'un parallelepipede rectangle *ACD* (*Fig. 16.*) aux côtés duquel j'ai appliqué une ficelle dont la longueur égaloit environ la moitié du contour du parallelepipede, en ſorte qu'en appliquant un bout au point *B* au milieu de la ſurface *ABC*, & faiſant paſſer la ficelle par *C* & *D*, l'autre bout vînt atteindre au milieu de la ſurface oppoſée, ſçavoir vis-à-vis de *B;* cela étant fait, j'ai pris les deux bouts de la ficelle avec les deux mains, & j'ai tiré ainſi la ficelle à travers la terre graſſe, ſuivant la direction horiſontale *BA*, en ſorte que le mouvement égal des deux extrémités fût toûjours parallele aux côtés du parallelepipede, & que la ſection ſe fît dans un plan horiſontal : à peu-près comme on fait lorſqu'on veut couper en deux une piece de ſavon par le moyen d'un fil d'archal ; j'ai continué ce mouvement juſqu'à ce que toute la ficelle, excepté les deux bouts que je tenois avec les mains, ait été cachée dans la terre graſſe ; enſuite de quoi, ayant ſéparé la partie ſupérieure du parallelepipede, j'ai examiné quelle étoit la figure que la ficelle avoit priſe, & je l'ai trouvée aſſés bien la même que celle d'une chaînette d'égale longueur. Fig. 16.

§. XXVI.

Cette expérience demande beaucoup de précaution & beaucoup de délicateſſe dans ſon exécution, par rapport à toutes ſes circonſtances. Il faut d'abord que la terre ne ſoit pas trop ſéche ni trop épaiſſe, mais elle doit être aiſée à manier. Il faut de plus qu'elle ſoit bien épurée, & qu'elle ne contienne point de grains de ſable qui pourroient altérer la figure de la ficelle : il convient auſſi de prendre une aſſés grande quantité de terre, pour que toute la maſſe ne ſoit pas entraînée par l'effort avec lequel on tire la ficelle. Au reſte, il faut ſe ſervir pour cette expérience, de terre graſſe, ou de quelqu'autre matiére ſemblable, & non point de quelque liqueur, telle, par exemple, que l'eau ; car ſi on faiſoit l'expérience dans l'eau, la ficelle étant tirée, ne feroit pas, en pouſſant, reculer les particules de l'eau, elle ne feroit

que fendre l'eau, en séparant ses particules qui s'échapperoient de côté & d'autre, & les directions de leurs résistances ne seroient pas normales aux éléments de la ficelle, par conséquent ce ne seroit pas notre cas.

Pour ce qui est de la ficelle, il faut qu'elle soit sans aucune roideur, & par-tout également facile à être pliée, elle doit aussi avoir quelque largeur en forme de ruban; car si on ne se servoit que d'un fil délié, il ne feroit encore que fendre ou séparer les particules de la terre grasse, sans les pousser devant soi. Il faut avoir bien soin encore que le mouvement de ce ruban soit horisontal & uniforme. Enfin, il faut prendre bien garde qu'en séparant la partie supérieure de la terre grasse, cela se fasse avec beaucoup de délicatesse, pour ne rien changer à la figure que le ruban aura prise. Sans toutes ces précautions, l'expérience pourroit en apparence démentir mon raisonnement.

§. XXVII.

Il est vrai que la solution donnée dans l'article XXIV. n'a lieu que lorsque la figure courbe n'est qu'une ligne : ou plûtôt lorsque la surface concave de la croisée est par-tout de la même largeur. Cependant les épaisseurs pourront être inégales, & telles qu'on les jugera convenables; car l'épaisseur n'entre pour rien dans la résistance, d'autant qu'il est visible que de tout le parallelogramme *e c* (*Fig.* 13.) ce n'est que le côté *bc* qui est exposé à la résistance.

Que si pourtant on trouvoit à propos de faire la surface concave inégalement large, en donnant, par exemple, à chaque branche la figure d'un conoïde parabolique courbé en trompe, alors le calcul deviendroit beaucoup plus embarassant; car la largeur de la section n'étant plus constante, comme elle l'étoit auparavant, il faudra encore multiplier par elle le $\frac{dy^2}{ds}$ pour avoir la force qui s'exerce sur un élément de la courbe considérée comme ayant une largeur variable; or cette largeur de la section transversale du conoïde parabolique, est proportionnelle à $\sqrt{(a-y)}$. Nous aurons

donc $\frac{-ddy}{dx}$, ou (à cauſe de ds conſtante) $\frac{ddx}{dy} = \frac{dy^2\sqrt{(a-y)}}{bds\sqrt{a}}$ & (en diviſant par dy) $\frac{ddx}{dy^2}$ ou $\frac{ddx}{ds^2-dx^2} = \frac{dy\sqrt{(a-y)}}{bds\sqrt{a}}$, par conſéquent $\int\frac{ddx}{ds^2-dx^2}$, ou $\frac{1}{2ds}\left(\int\frac{ddx}{ds-dx}+\int\frac{ddx}{ds+dx}\right)=\int\frac{dy\sqrt{(a-y)}}{bds\sqrt{a}}$, ou négligeant de part & d'autre les ds conſtants, $\frac{1}{2}\left(\int\frac{ddx}{ds-dx}+\int\frac{ddx}{ds+dx}\right)=\int\frac{dy\sqrt{(a-y)}}{b\sqrt{a}}$; le premier membre eſt $=\frac{1}{2}L\frac{ds+dx}{ds-dx}$, & l'autre eſt $=\frac{-\frac{2}{3}(a-y)^{\frac{3}{2}}}{b\sqrt{a}}+\frac{\frac{2}{3}a}{b}$.

Je n'acheve pas le calcul, parce qu'il n'aboutit pas à grande choſe; cependant j'ai été bien aiſe de montrer la maniére dont je m'y ſuis pris pour ce cas, où l'équation differentio-différentielle ſe réduit aux ſimples différentielles du premier degré, parce que cette méthode m'a fait ſonger à un moyen de faire en ſorte que la courbe cherchée devienne algébrique, & même d'une infinité de maniéres. Je vais l'indiquer en peu de mots.

§. XXVIII.

Ce qui eſt cauſe dans notre dernier cas, que la courbe n'eſt pas algébrique, c'eſt que le premier membre de l'équation n'eſt intégrable que par les logarithmes, & que le ſecond membre l'eſt abſolument. Si donc je puis faire en ſorte que ce ſecond membre ſoit auſſi une différentielle logarithmique, j'obtiendrai ce que je ſouhaite, ſçavoir une équation algébrique : or je puis ſubſtituer à $\sqrt{(a-y)}$ une quantité qui en faſſe une différentielle logarithmique, & il m'eſt permis de le faire, pourvû que je faſſe variable la largeur de la ſurface concave proportionnellement à cette quantité; au lieu que dans notre dernier cas, elle étoit proportionnelle à $\sqrt{(a-y)}$. En effet, nous avons déja dit, qu'il n'importoit quelle que fût cette largeur, pourvû qu'on reglât là-deſſus l'épaiſſeur de l'Ancre, afin de ſatisfaire à la premiére qualité

qu'elle doit avoir pour résister uniformément à la rupture, suivant la Théorie de Galilée. Or nous avons donné dans l'article XIX, une équation générale pour la courbe des épaisseurs de l'Ancre, quelle que soit la largeur, variable ou invariable de sa surface concave. Un exemple suffira pour expliquer ma pensée.

§. XXIX.

Posons que la surface concave de l'Ancre, contre laquelle la pression s'exerce, soit inégalement large ; qu'elle soit terminée de part & d'autre par une courbe, dont les appliquées à l'axe soient proportionnelles à $\frac{1}{aa-yy}$, l'équation pour la courbe cherchée deviendra celle-ci $\frac{ddx}{dy} = \frac{ady^2}{ds(aa-yy)}$, & (en divisant par $\frac{dy}{ds}$) $\frac{dsddx}{dy^2}$ ou $\frac{dsddx}{ds^2-dx^2} = \frac{ady^2}{aa-yy}$. Ici on voit que le second membre est aussi une différentielle logarithmique, & qu'il est parfaitement semblable au premier. En décomposant donc ces deux membres, on aura $\frac{ddx}{ds-dx} + \frac{ddx}{ds+dx} = \frac{dy}{a-y} + \frac{dy}{a+y}$, &, en intégrant, $L\frac{ds+dx}{ds-dx} = L\frac{a+y}{a-y} + L\frac{b}{a}$ (je prends b pour arbitraire). Donc $\frac{ds+dx}{ds-dx} = \frac{ab+by}{aa-ay}$, &, en multipliant en croix, & rangeant les ds d'un côté & les dx de l'autre, $(aa-ab-ay-by)ds = (ay-by-aa-ab)dx$. Enfin, après avoir pris les quarrés, & substitué pour ds^2 sa valeur dx^2+dy^2, on parvient à cette équation finale $dx = \frac{aa-ab-ay-by}{2\sqrt{(a^3b-abyy)}}dy$; qui dans le cas où $b=a$, donne $dx = \frac{-ydy}{\sqrt{(aa-yy)}}$ & $x = \sqrt{(aa-yy)}+c$. D'où l'on voit qu'il y a un cas où la courbe cherchée est un cercle.

Il faut noter ici, en passant, que si l'arbitraire b est prise $=-a$, l'équation qui en viendra, $dx = \frac{ady}{\sqrt{(yy-aa)}}$, est encore pour la chaînette, si-bien que cette fameuse courbe peut

peut ſatisfaire non ſeulement dans le cas de l'invariabilité des largeurs, comme nous avons trouvé dans l'article XXIV, mais auſſi lorſque l'on fait les largeurs variables en raiſon de $\frac{1}{aa-yy}$. Choſe digne d'attention pour la pratique, à cauſe de la facilité avec laquelle cette courbe ſe forme d'elle-même par une chaîne ſuſpenduë par les deux bouts.

§. XXX.

Nommons maintenant généralement la largeur indéterminée de la ſurface concave de la croiſée $= z$, & nous aurons $\frac{ddx}{dy}$ (à cauſe de ds conſtante) $= \frac{-ddy}{dx} = \frac{zdy^2}{ds}$; multipliant par $dsdx$, & diviſant par dy^2, il vient $\frac{-dsddy}{dy^2} = zdx$; en intégrant, on a $\frac{ds}{dy} = \int zdx$: en prenant les quarrés, & multipliant par dy^2, l'on trouve $dx^2 + dy^2 = dy^2(\int zdx)^2$, ou bien $dx^2 = [(\int zdx)^2 - 1]$ dy^2, & enfin $\frac{dx}{\sqrt{[(\int zdx)^2-1]}} = dy$.

Voilà l'équation générale de la courbe, en donnant à la ſurface concave de l'Ancre une largeur quelconque, conſtante ou variable ſuivant telle loi qu'on voudra, puiſque cette loi eſt arbitraire. Donc ſi l'on fait z conſtante, l'équation ſera pour la chaînette, ce qui eſt le cas que nous avons déja eu ci-deſſus, *(art. XXIV.)* comme je viens de l'inſinuer dans l'article précédent.

Si l'on fait $z = \frac{1}{xx}$, la courbe devient un cercle; car on aura $dy = \frac{xdx}{\sqrt{(1-xx)}}$, & $y = -\sqrt{(1-xx)}$.

Pour avoir généralement telle équation qu'on voudra, il n'y a qu'à chercher dans cette équation, la valeur de dy, la faire égale à $\frac{dx}{\sqrt{[(\int zdx)^2-1]}}$, on en tirera aiſément la valeur de z. Par exemple, ſi on ſouhaite que la courbe pour la croiſée ſoit une parabole qui ait pour équation $yy = 2cx$, on aura $dy = \frac{cdx}{\sqrt{(2cx)}} = \frac{dx}{\sqrt{[(\int zdx)^2-1]}}$, par conſéquent $\frac{c}{\sqrt{(2cx)}}$ $= \frac{1}{\sqrt{[(\int zdx)^2-1]}}$, & l'on obtiendra $z = \frac{1}{\sqrt{(2cx+cc)}} = \frac{1}{\sqrt{(yy+cc)}}$.

§. XXXI.

La théorie des Voiliéres fournit aussi, comme elle le doit, la même Solution de notre Probleme : nous allons la donner en peu de mots, elle servira de petite récapitulation de ce que nous venons de dire.

Fig. 17. Soit *HBC* (*Fig. 17.*) la courbûre de la surface concave de la demi-croisée, *FeD* la courbe d'égale résistance, c'est-à-dire, la courbe dont les épaisseurs représentent les épaisseurs de la poutre qui résisteroit par-tout également à une puissance qu'on appliqueroit en *D*, suivant la direction *DC*; soit le rectangle *ec* la section transversale de la poutre, dont *eb* est l'épaisseur, & *bc* ou *ed* la largeur au point *b* ou *e*; soient de plus dans tous les points *B* qui répondent aux points *b* ou *e*, les épaisseurs *Bf* de la croisée proportionnelles aux épaisseurs correspondantes *be* de la poutre, de même aussi les largeurs de la surface concave proportionnelles aux largeurs *ed* ou *bc* de la poutre, en sorte que les grosseurs ou les aires des sections transversales deviennent proportionnelles aux grosseurs ou aux aires correspondantes *ec* des sections de la poutre.

Soient nommées, toute la longueur $AD = a$, $HE = x$, $EB = y = Ab$, $eb = t$, $bc = z$, la puissance qu'on suppose être appliquée en *D*, suivant *DC* parallele aux épaisseurs $eb = p$.

Nous avons trouvé ci-dessus (*art. XIX.*) pour la nature de la courbe *FeD* cette équation $ztt = p(a - y)$ contenant trois indéterminées, desquelles il y en a une d'arbitraire, par exemple z. Mais comme la courbûre *HBC* de l'Ancre doit être celle que l'Ancre prendroit de soi-même, si elle étoit parfaitement flexible, & qu'elle fût pressée contre la matiére du fond plus ou moins dure, dont la résistance s'exerçât principalement sur l'extrémité *C*, c'est-à-dire, sur la patte dont l'étenduë étant considérablement plus grande que celle de la surface concave du bras enfoncé de la croisée, il faudra considérer cette résistance exercée sur la patte, comme la puissance *p* qui doit soûtenir les efforts qui se font

également pour plier le bras dans tous les points B, à peu près ſemblable à la réſiſtance des vergues qui ſoûtiennent les voiles pendant que le vent les enfle, & leur donne la juſte courbûre : or pour trouver cette courbûre dans l'Ancre (conſidérée comme flexible), ſçavoir celle que l'Ancre enfoncée, prendroit en appliquant ſa ſurface concave HBC contre la terre intérieure du fond de la mer, il faut former cette équation en conſéquence de la théorie des Voiliéres,

$$\frac{-ddy}{dx} = \frac{dy^2}{ds^2} \times \frac{zds}{ab} = \frac{zdy^2}{abds}.\ \text{Donc}\ \frac{-ddy}{dy^2} = \frac{zdx}{abds},$$

& leurs intégrales $\frac{1}{dy} = \frac{1}{abds}\int zdx$, ou $abds = dy\int zdx$.

§. XXXII.

Cette équation renferme encore trois indéterminées y, z & x, deſquelles les deux premiéres ſont contenuës déja dans l'équation à la courbe des épaiſſeurs $ztt = p(a - y)$, d'où il paroît que les trois courbes, celle des *épaiſſeurs* de l'Ancre, celle des *largeurs* de la ſurface concave, & celle de la courbûre de la ſurface concave elle-même, ſont tellement liées enſemble, que l'une étant priſe à volonté, la nature des deux autres en découle néceſſairement. Donc, puiſque nous avons pris z pour arbitraire, nous pourrons prendre pour elle une telle fonction de x, qui rende la quantité différentielle zdx intégrable. Je nommerai donc ſon intégrale X, quelque fonction de x, & j'aurai $abds = Xdy$ & leurs quarrés $aabb(dx^2 + dy^2) = XXdy^2$; d'où je tire $aabbdx^2 = (XX - aabb)dy^2$ & $dy = \frac{abdx}{\sqrt{(XX - aabb)}}$.

Pour que cette équation devienne algébrique, on pourra choiſir de toutes les X une telle qui rende ſon dernier membre intégrable.

§. XXXIII.

Mais il eſt plus commode de prendre pour HBC telle courbe que l'on veut, c'eſt-à-dire, de regarder les y comme arbitraires, & d'en déterminer enſuite les z.

Je veux, par exemple, que HBC ſoit une parabole, qui

ait pour équation $\frac{yy}{2c} = x$, ou $\frac{ydy}{c} = dx$: on aura ds^2 ou $dx^2 + dy^2 = \frac{yydy^2 + ccdy^2}{cc}$, dont la différentielle (à cause de ds^2 constant) doit être égale à zero, d'où on trouvera $ddy = \frac{-ydy^2}{cc+yy}$. Donc si dans l'équation générale $\frac{-ddy}{dy^2} = \frac{zdx}{abds}$, trouvée sur la fin de l'article XXXI. on substitue les valeurs de ddy, dx & ds, qui sont $\frac{-ydy^2}{cc+yy}$, $\frac{ydy}{c}$ & $\frac{dy\sqrt{(cc+yy)}}{c}$, cette équation-là se change en celle-ci $\frac{y}{cc+yy} = \frac{zy}{ab\sqrt{(cc+yy)}}$, d'où je tire z ou $bc = \frac{ab}{\sqrt{(cc+yy)}}$ & l'équation à la courbe des épaisseurs de la poutre FeD, que nous avons trouvée être $ztt = p(a-y)$, (*Art. XIX.*) dégénérera en celle-ci $\frac{abtt}{\sqrt{(cc+yy)}} = p(a-y)$, ou $abtt = (pa-py) \times \sqrt{(cc+yy)}$, & t ou eb, ou sa proportionnelle $Bf = \sqrt{\left[\frac{(pa-py)\sqrt{(cc+yy)}}{ab}\right]}$.

Si l'on veut que HBC soit un cercle dans lequel $y = 1 - \sqrt{(1-xx)}$, on aura $dy = \frac{xdx}{\sqrt{(1-xx)}}$, $ddy = \frac{xddx - x^3ddx + dx^2}{(1-x)^{\frac{3}{2}}} =$ (à cause de ds constante) $\frac{-dxddx}{dy} = \frac{-\sqrt{(1-xx)}ddx}{x} =$ (en substituant pour ddx sa valeur $\frac{-xdx^2}{1-xx}$) $\frac{dx^2}{\sqrt{(1-xx)}}$, & $ds\ [= \sqrt{(dx^2 + dy^2)}] = \frac{dx}{\sqrt{(1-xx)}}$, par conséquent l'équation $\frac{-ddy}{dx} = \frac{zdy^2}{abds}$ sera transformée en celle-ci $\frac{-dx}{\sqrt{(1-xx}} = \frac{zxxdx^2}{1-xx} : \frac{abdx}{\sqrt{(1-xx)}} = \frac{zxxdx}{ab\sqrt{(1-xx)}}$; d'où l'on obtient $z = \frac{ab}{xx}$.

Tout cela est conforme à ce que nous avons trouvé dans l'article XXX.

§. XXXIV.

Je crois que les réfléxions que nous venons de proposer, satisfont abondamment à notre question, puisqu'elles enseignent à construire en plusieurs maniéres l'Ancre de telle

façon qu'elle ait les quatre qualités essentielles, sçavoir, 1.° d'entrer ou de mordre le plus facilement dans le fond; 2.° d'y demeurer le plus ferme; 3.° de résister le plus à la rupture; & enfin, 4.° d'être le moins sujette à se plier ou à changer de figure.

Elle aura les deux premiéres qualités, comme nous avons montré dans les articles X & XV. si le plan de la patte fait avec la verge un angle d'un peu plus de 45 degrés.

Pour ce qui est des deux autres qualités, elles dépendent de la figure de l'Ancre, & on peut les lui procurer d'une infinité de maniéres; elle les aura, par exemple, suivant ce que nous avons trouvé dans l'article précédent, si on donne à sa surface concave une figure parabolique exprimée par cette équation $yy = 2cx$ (en considérant la verge comme l'axe de la parabole, & nommant les abscisses depuis le sommet x & les appliquées y; pour c elle est arbitraire), & si de plus on fait les largeurs z de la même surface concave proportionnelles à $\frac{ab}{\sqrt{(cc+yy)}}$ (a est égal à la longueur de la branche, & b est arbitraire), & enfin les épaisseurs t de la branche, proportionnelles à $\sqrt{\left[\frac{(pa-py)\sqrt{(cc+yy)}}{ab}\right]}$, ($p$ désigne la force qui s'exerce sur la patte). Car puisque $z = \frac{ab}{\sqrt{(cc+yy)}}$, & $t = \sqrt{\left[\frac{(pa-py)\sqrt{(cc+yy)}}{ab}\right]}$, on aura $ztt = \frac{ab}{\sqrt{(cc+yy)}} \times \frac{(pa-py)\sqrt{(cc+yy)}}{ab} = pa - py$; par conséquent (suivant l'article XIX.) la branche résistera le plus qu'il est possible à la rupture.

De plus, on aura $dx = \frac{ydy}{c}$, $zdx = \frac{abydy}{c\sqrt{(cc+yy)}}$ donc $\int zdx = \frac{ab}{c}\sqrt{(cc+yy)}$ & $dy\int zdx = \frac{abdy}{c}\sqrt{(cc+yy)}$; mais ds étant $= \frac{dy\sqrt{(cc+yy)}}{c}$, on aura aussi $abds = \frac{abdy\sqrt{(cc+yy}}{c}$; ainsi $abds = dy\int zdx$, par conséquent (suivant l'article XXXI.) la branche sera le moins sujette à se plier, ou à changer de figure.

§. XXXV.

Il ne me reste plus qu'à dire quelques mots sur le troisiéme Sujet proposé par l'Académie, suivant ce que j'ai promis dès le commencement de mon Discours : car pour ce qui est du second Sujet, comme il est hors de ma sphere, je n'entreprendrai point d'en parler ; il faudroit avoir la pénétration & l'expérience de M. de Reaumur, pour connoître à fond la nature intime & les propriétés du fer, la maniére de le manier & de le forger, selon qu'exigent les circonstances, sans quoi il seroit difficile de travailler avec succès sur cette matiére.

§. XXXVI.

Je ne sçais si j'entre bien dans la pensée de l'Académie, ou si en demandant *quelle est la meilleure maniére d'éprouver les Ancres!* elle demande autre chose que de sçavoir la *meilleure maniére de connoître la force de l'Ancre*, c'est-à-dire, de connoître à quelle force l'Ancre peut résister sans se rompre.

Si c'est-là ce que l'Académie veut sçavoir, il me semble qu'il n'y a pas de maniére plus facile & plus sûre, que de faire cette épreuve sur une Ancre fabriquée en petit ; je veux dire, de construire une petite Ancre à laquelle on donnera la figure & les dimensions indiquées ci-dessus, de suspendre un poids à une de ses extrémités, & de voir jusqu'à quel point il faudra augmenter ce poids avant que l'Ancre se casse ; d'où l'on pourra conclurre quelle sera la force d'une grande Ancre semblable à la petite, & qui aura par conséquent toutes ses dimensions en raison donnée avec celles qui sont homologues dans la petite.

§. XXXVII.

Je dis qu'on pourra connoître de cette maniére quelle sera la force de la grande Ancre, parce qu'il est aisé de démontrer que les puissances que deux Ancres semblables, mais de différents poids, peuvent soûtenir, seront entr'elles comme les quarrés des dimensions homologues ; car nous avons vû dans l'article XIX, que dans toute Ancre le moment de la force avec laquelle elle resiste à la rupture dans

un endroit quelconque, c'eſt-à-dire, ztt doit être égal au moment du poids que l'Ancre peut ſupporter, c'eſt-à-dire, à $p \times (a - y)$; donc $p = \frac{ztt}{a-y}$. Mais dans les Ancres ſemblables les z, les t & les $a - y$ qui ſe répondent, ſont tous en même raiſon, ſçavoir, comme les dimenſions homologues, par exemple, comme les longueurs a des demi-croiſées; ainſi les p ou les poids que deux Ancres ſemblables peuvent ſupporter, ſeront entr'eux comme les $\frac{a^3}{a}$, ou comme les aa; d'où il ſuit, comme j'ai dit, que les puiſſances p auxquelles deux Ancres ſemblables peuvent réſiſter, ſont entr'elles comme les quarrés des dimenſions homologues de ces Ancres. De ſorte que ſi je trouve qu'une petite Ancre peſant, par exemple, une livre, puiſſe ſoûtenir un poids de 400 livres attaché à une de ſes extrémités, je conclurai de-là qu'une Ancre ſemblable, peſant 8000 liv. pourra ſoûtenir un poids de 160000 livres.

Il s'agit après cela de ſçavoir ſi la force avec laquelle l'Ancre eſt tirée par le Vaiſſeau tourmenté par les vents & les vagues dans les plus groſſes tempêtes, ſurpaſſe celle d'un poids de 160000 liv. & ſi elle ne la ſurpaſſe pas, on pourra dire qu'une Ancre de 8000 liv. eſt capable de réſiſter aux plus groſſes tempêtes. Pour moi, j'avouë que je ne ſçais pas juſqu'où va la force des vents & des vagues, lorſque la mer eſt la plus orageuſe, mais je ne doute pas qu'on n'ait des expériences là-deſſus. On voit bien que c'eſt une affaire de pure expérience, il ſuffit que j'aye fait voir, qu'en conſtruiſant en petit un modele d'Ancre, dont on peut aiſément éprouver juſqu'où va la plus grande force à ſoûtenir, on eſt en état de calculer par ma regle, à combien de force telle grande Ancre que l'on voudra, pourra réſiſter, pourvû qu'on en connoiſſe les dimenſions.

§. XXXVIII.

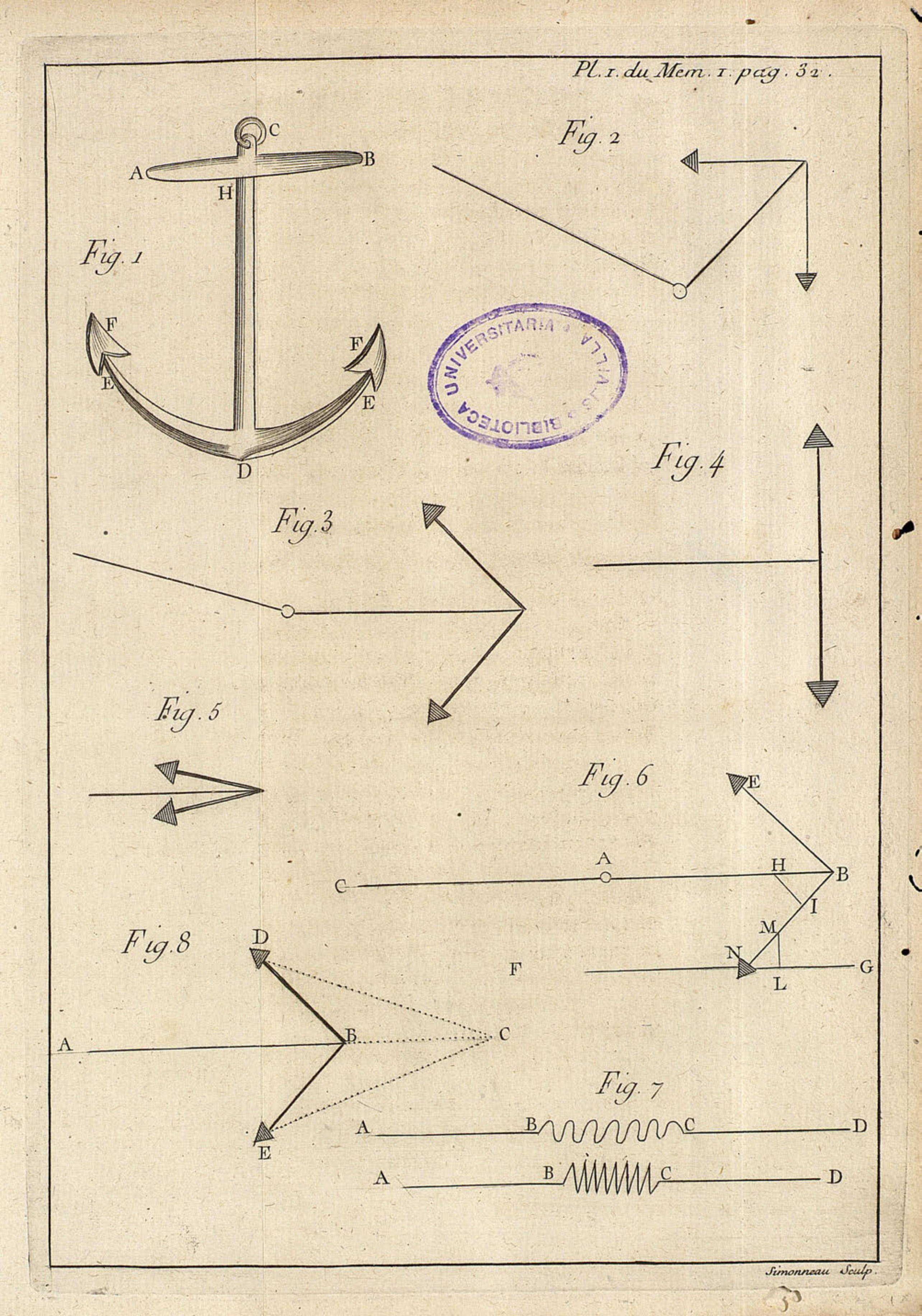
Ce que j'ai dit dans l'article précédent, que les p, ou les puiſſances auxquelles les Ancres peuvent réſiſter, étoient proportionnelles aux $\frac{ztt}{a-y}$, me donne occaſion de faire une remarque que j'aurois pû faire plûtôt, mais qui me paroît

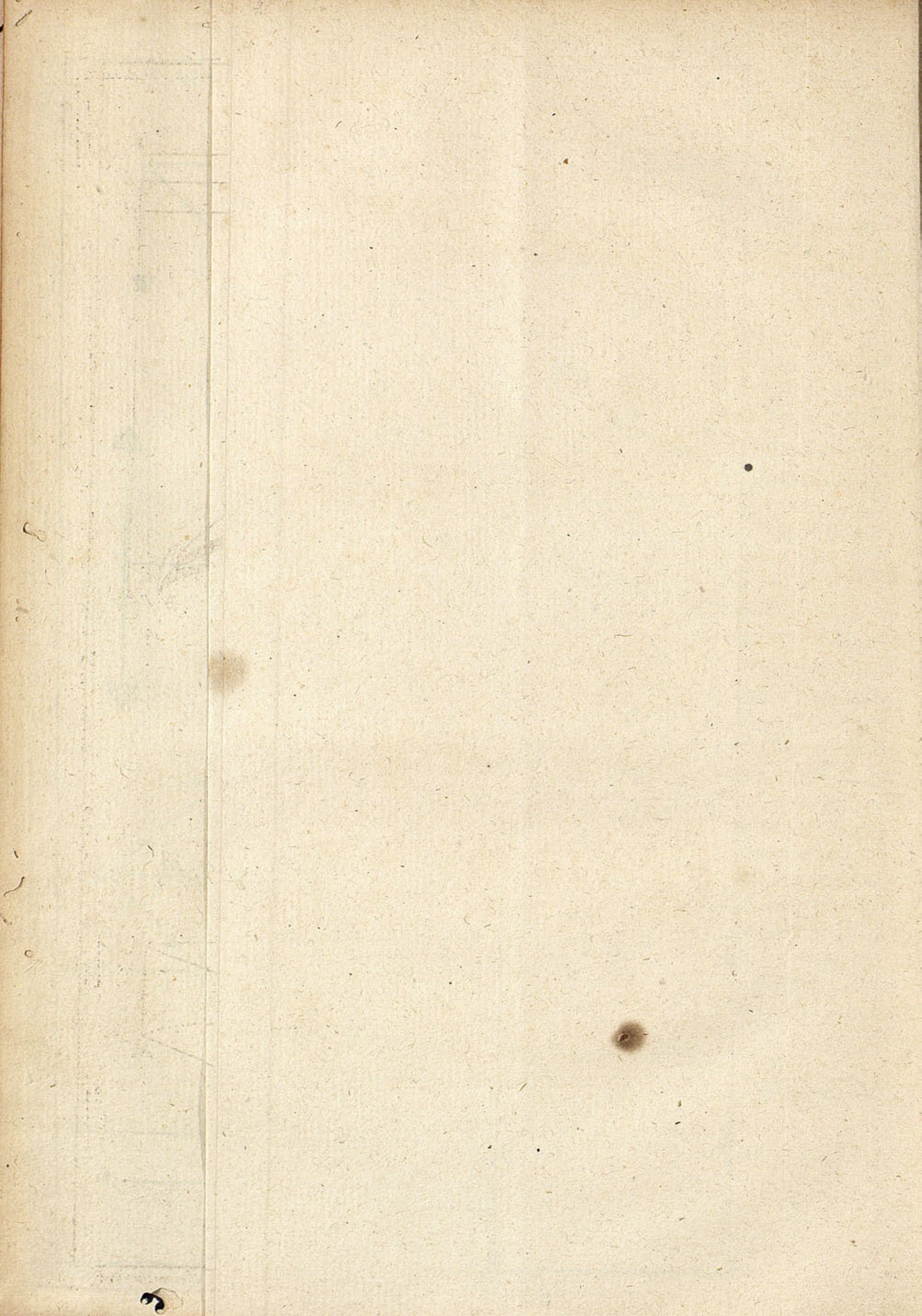
trouver ici le plus commodément sa place. C'est que sans employer plus de matiére, on peut faire en sorte que les Ancres résistent à une plus grande puissance, en faisant les épaisseurs t plus grandes que les largeurs z, sans pourtant changer les grosseurs zt, ce qui se fera en diminuant les z en même raison que l'on augmente les t; car si je prends t un nombre n fois plus grand pour avoir nt, & z autant de fois plus petit pour avoir $\frac{1}{n}z$, il est visible que j'aurai $\frac{1}{n}z \times nt = zt$; par conséquent l'Ancre dans toute sa longueur conservera ses premiéres grosseurs ; donc aussi son poids ou sa masse totale ne changera pas non plus. Cependant la force d'une Ancre dont les largeurs sont $\frac{1}{n}z$, & les épaisseurs nt, sera n fois plus grande que celle d'une autre Ancre de poids égal, mais dont les largeurs seroient z, & les épaisseurs t: ce qui est facile à prouver. Car la force de celle-ci étant simplement exprimée par $\frac{ztt}{a-y}$, la force de l'autre sera $\frac{\frac{1}{n}z \times nntt}{a-y}$, ou $\frac{nztt}{a-y}$; or on voit que $\frac{ztt}{a-y}$ est à $\frac{nztt}{a-y}$ comme 1 à n.

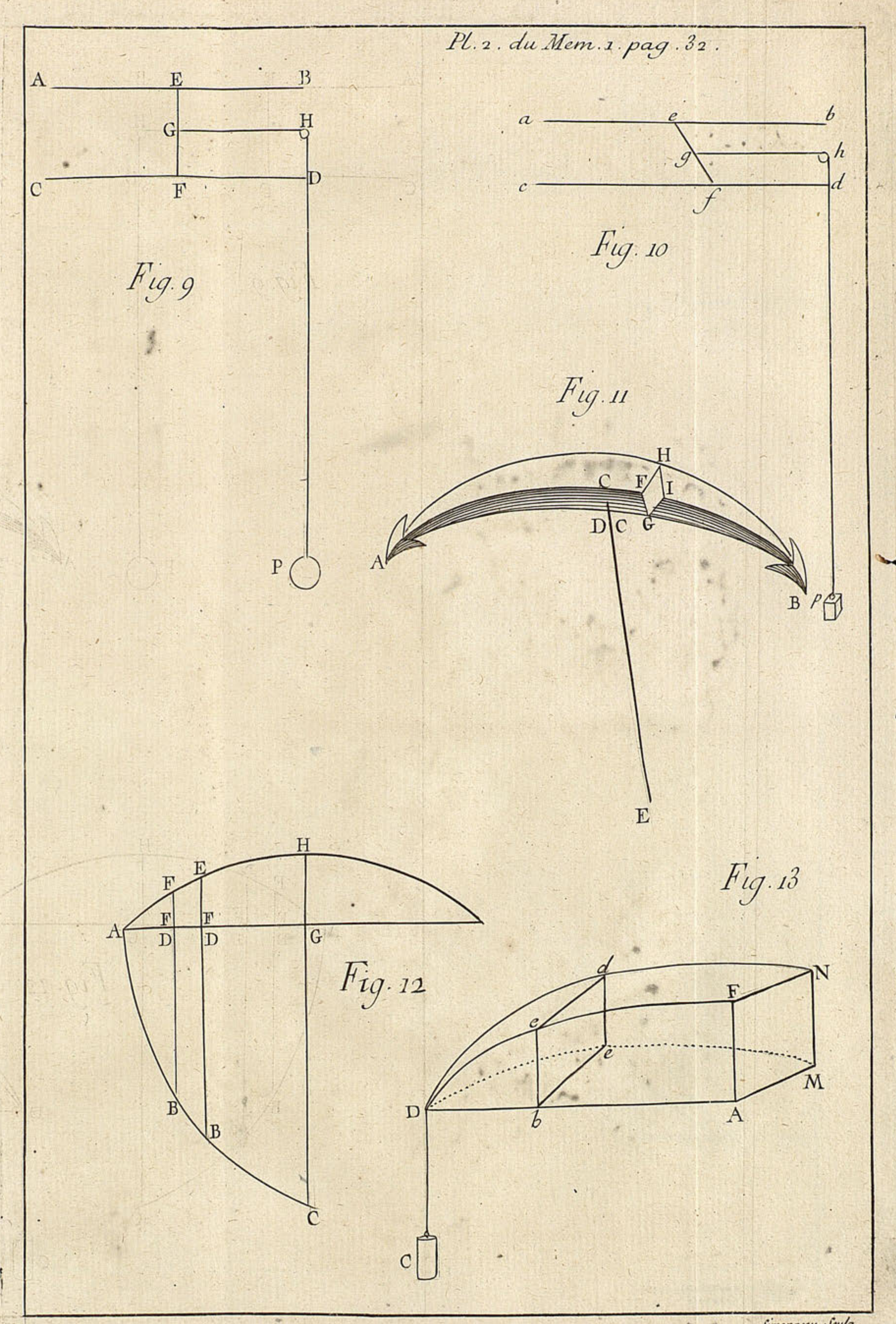
De cette maniére on pourroit augmenter à l'infini la force de résister dans les Ancres, sans rien changer à leur poids ni à leur courbûre. Mais il y a deux choses à observer, qui empêchent de diminuer trop leurs largeurs : car 1.° la surface concave n'ayant pas une largeur raisonnable, il pourroit arriver facilement, que le Vaisseau vînt à chasser sur l'Ancre qui fendroit la terre comme par un tranchant, à moins que la patte seule ne fût capable de l'arrêter; 2.° l'Ancre étant trop mince selon le plan de la croisée, l'opposition de la terre pourroit la faire plier de côté ou d'autre, comme une lame se plie lorsque de son tranchant elle donne tant soit peu obliquement contre un obstacle. Ainsi il faudra toûjours observer un juste milieu pour éviter le trop ou le trop peu: c'est le plus souvent l'expérience qu'il faut consulter sur les circonstances qui ne sont pas essentielles à la question dont il s'agit.

FIN de la Piéce qui a remporté le premier Prix.

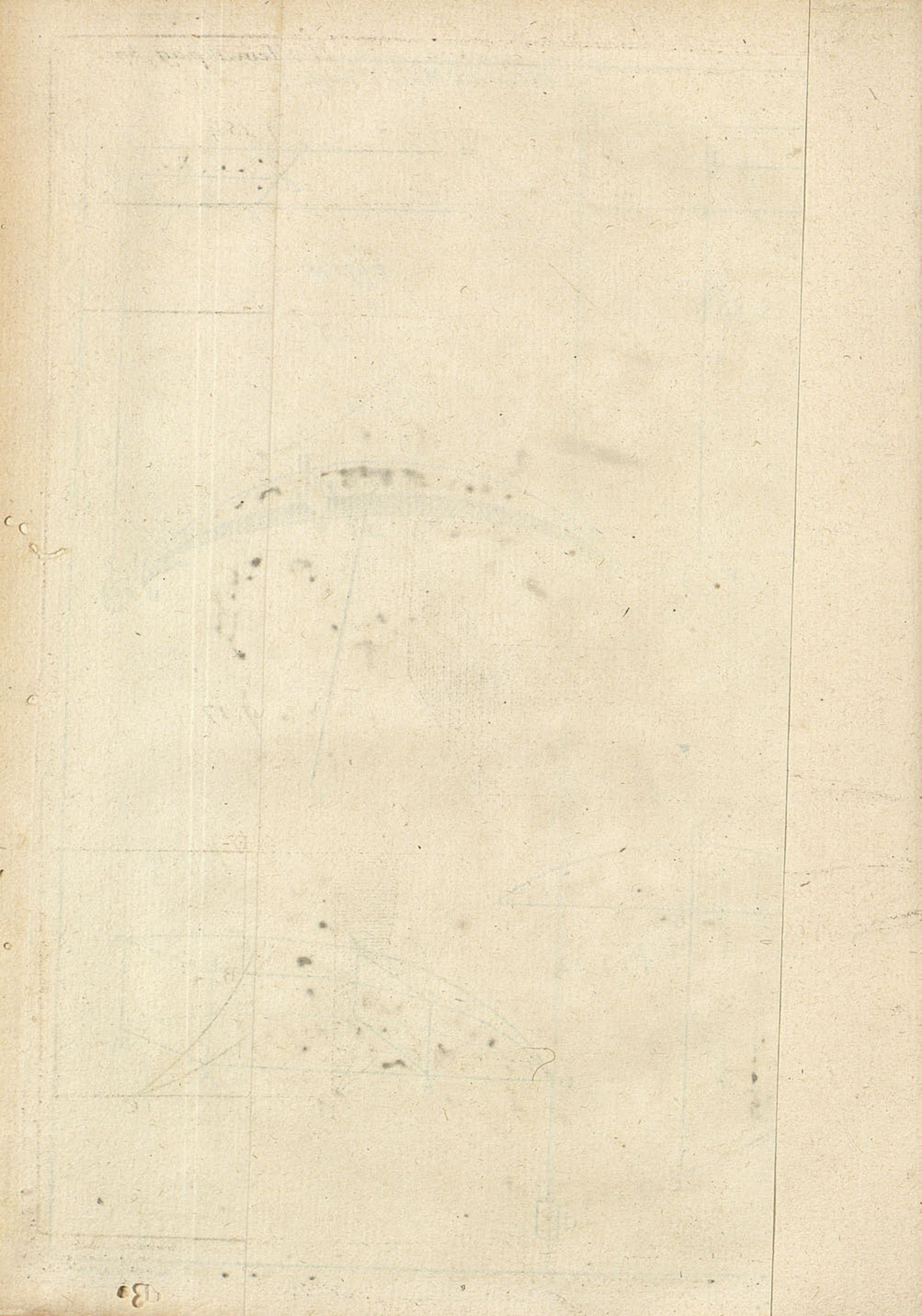
MEMOIRE

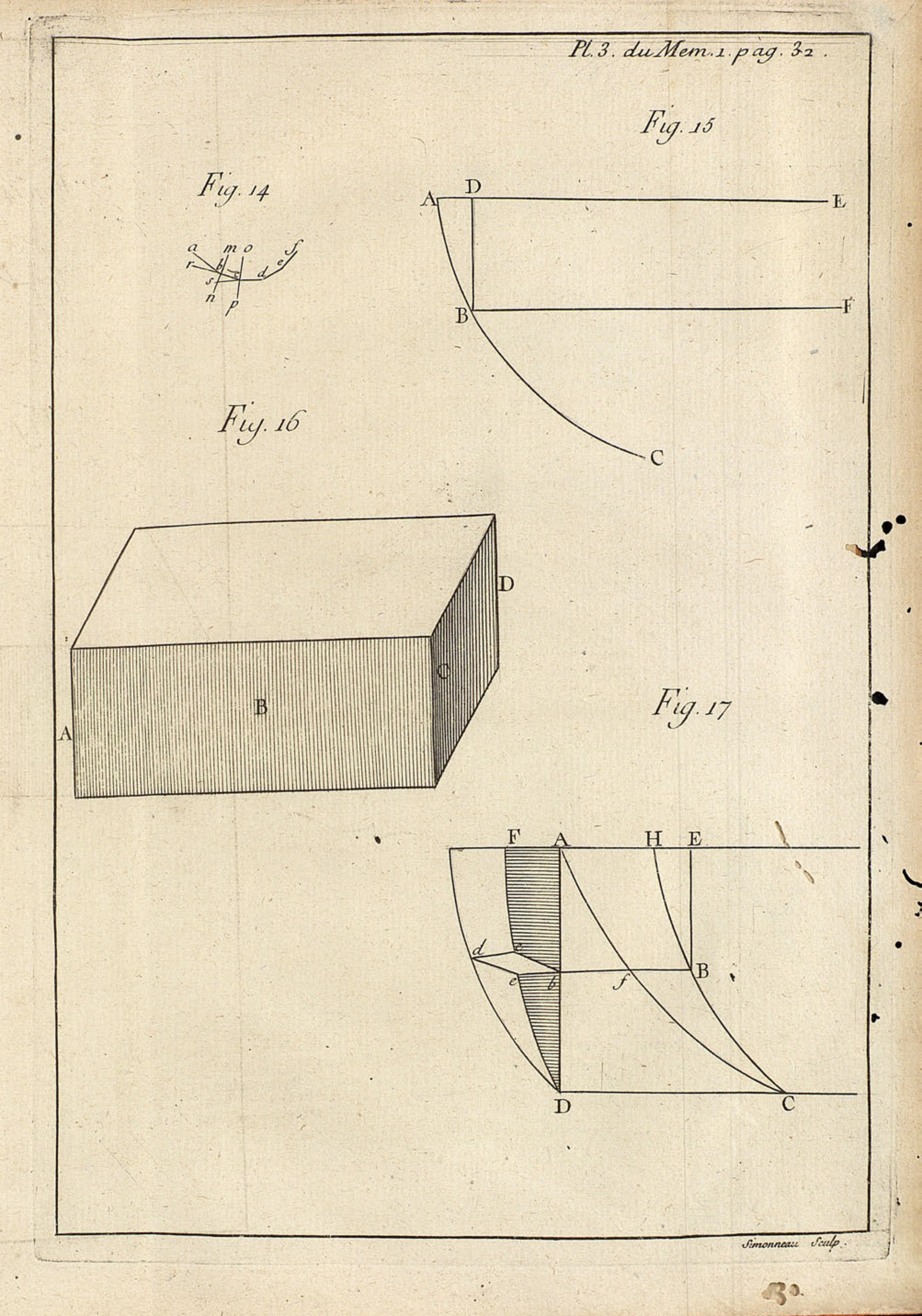

Fig. 1
A
B
C
H
F
F
E
E
D
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6
E
A
H
B
C
I
M
N
F
L
G
Fig. 8
D
A
B
C
E
Fig. 7
A
B
C
D
A
B
C
D
Simonneau Sculp.





Simonneau Sculp.





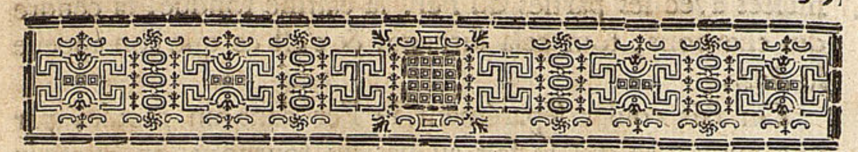
Simonneau Sculp.

MEMOIRE
SUR LA FABRIQUE
DES ANCRES.

Piéce qui a remporté le second des Prix proposés par l'Académie Royale des Sciences pour l'année 1737.

Par M. TRESAGUET, ancien Ingenieur des Ponts & Chaussées.





MEMOIRE
SUR LA FABRIQUE
DES ANCRES.

QUELLE EST LA MEILLEURE MANIERE DE FORGER LES ANCRES!

Sujet proposé par l'Académie Royale des Sciences, pour le second Prix de l'année 1737.

Vis unita fortior.

IL faut nécessairement connoître la nature du Fer, pour juger sûrement de la maniére dont il doit être mis en œuvre.

Il se tire des Mines en grains de différentes grosseurs & de différentes figures depuis une ligne de diametre jusqu'à 12 lignes, & plus. Planche II.

On jette ces grains dans un grand vaisseau ou fourneau de maçonnerie rempli de charbon de bois, que deux gros soufflets qui agissent alternativement par le moyen de l'eau, entretiennent toûjours allumé. On y mêle une pierre blanche appellée *castine*, partagée en petits morceaux d'un ou deux pouces cubes pour lui servir de dissolvant. La Mine se fond en liqueur qui tombe au fond du fourneau, comme ce qu'il y a de plus pesant; la terre & quelques parties hétérogénes Planche III, IV, V & VI.

Planche IV. mêlées avec les parties du Fer, la castine fonduë, la cendre des charbons, tout cela surnage, & c'est ce que l'on appelle le *litier.*

On fait couler séparément le Fer dans un moule, par une ouverture qui se fait au bas du fourneau, après avoir fait sortir le litier par une autre au-dessus; il s'y congele en se réfroidissant, de sorte que toutes les petites parties intérieures du Fer se rapprochent les unes des autres, à peu-près de la même maniére qu'elles l'étoient dans un seul grain, mais dans une bien plus grande quantité, suivant que l'on en a mis plus ou moins en fusion, & ordinairement on en rassemble assés pour former un prîme triangulaire de 15 pieds de long, sur 8 à 10 pouces de côté, ce qui pese environ 2000 livres, & ce que l'on appelle en Berry une *Gueuse.*

Planche III.

Cette fonte composée de petites parties irréguliéres de métal, qui se touchent les unes les autres, laissent entr'elles de petits espaces remplis du reste de cette matiére hétérogéne qui ne s'en est pû entiérement séparer par cette premiére opération.

Planche VII. On dispose un bout de la gueuse sur une espece de caisse de Fer d'environ 3 pieds de long sur deux de large & un de profondeur, on la couvre de charbon de bois que l'on entretient toûjours bien allumé, par le moyen de soufflets pareils à ceux du fourneau : le feu amollit cette fonte au point de la faire tomber dans cette caisse en petites masses, parties par parties, à peu-près comme la cire d'Espagne sur du papier. Cette opération différe de la premiére, en ce que les parties hétérogénes mêlées avec le métal, ne sont pas mises en assés grand mouvement, pour écarter beaucoup les premiéres les unes des autres, mais seulement les faire, pour ainsi dire, tressaillir.

On rassemble avec un ringard, qui est une longue barre de Fer quarrée, tout ce qui est tombé dans la caisse; il s'en forme une masse que l'on appelle une *Loupe,* laquelle on prend avec de grosses tenailles pour la porter sous un gros marteau que l'eau fait aussi mouvoir. Ce marteau en frappant

deſſus, rapproche toutes les parties du métal, & en exprime quelques-unes des hétérogénes qui les tenoient trop éloignées. On forme un parallelepipede, on le reporte au feu, & enſuite ſous le gros marteau pour l'allonger, & cela autant de fois qu'il eſt néceſſaire pour le réduire en barre de la longueur & de la forme que l'on veut, platte ou quarrée.

Dans ces derniéres opérations, non-ſeulement les parties du métal ſe preſſent encore les unes contre les autres, par la force des coups de marteau qui les comprime, mais étant amollies par le feu, elles changent de figure, & s'allongent à peu-près dans la même proportion que toute la barre; les parties hétérogénes & liquides qui ſont reſtées entr'elles, quoiqu'en petite quantité, leur donnent la facilité de ſe placer en ſorte qu'elles s'engagent tellement entr'elles, que leur tiſſûre, difficile à déranger entiérement, les rend ſeulement pliables, en gliſſant un peu les unes contre les autres, & c'eſt en quoi conſiſte la qualité des Fers doux.

Tout ce qui précéde s'eſt dit des Fers en général, & ne regarde cependant que ceux provenant de certaines Mines. Il y en a de ſi chargées de matiéres étrangéres que l'on ne peut, ſans beaucoup de travail & de dépenſe, les en dégager, ce qui fait que les parties de métal nageant, pour ainſi dire, au milieu des premiéres, ne peuvent, avec les opérations ordinaires, que ſe rapprocher les unes des autres, ſans changer que peu leur figure, ni s'entrelacer comme celles dont on a parlé, de ſorte que la moindre force ſuffit pour les dégager; & c'eſt de cette ſorte qu'eſt compoſé le Fer caſſant, d'autant plus que les matiéres étrangeres qui s'expriment de tous les Fers, tiennent de la nature du Verre, comme l'expérience nous l'apprend.

On a vû qu'en forgeant une loupe ſous le gros marteau, les petites parties de métal prenoient à peu-près chacune en particulier, la forme du tout enſemble, ainſi celles d'une barre platte, ſont autant de petites lames qui s'arrangent les unes entre les autres, ce que l'on apperçoit même à la ſimple vûë; de ſorte que pour partager ces ſortes de barres en deux,

on eſt obligé de les plier pluſieurs fois d'un côté & d'autre, ce qui eſt, pour ainſi dire, les déchirer, plûtôt que de les caſſer, par la difficulté d'en dégager les petites lames les unes des autres, & de vaincre pour cela leur frottement.

Il eſt encore à obſerver qu'il faut une force des plus conſidérables pour faire caſſer, & même courber une barre platte ſur le côté, & cela parce qu'il y a beaucoup plus de parties qui réſiſtent à leur ſéparation que de l'autre ſens, & beaucoup plus de frottement. Ces principes bien entendus, il eſt aiſé d'en conclurre quelle doit être la véritable maniére de forger les Ancres.

Il faut prendre pour exemple les plus groſſes qui ſe ſont faites.

La longueur d'une Ancre de 6000 livres doit être à peu-près de 15 pieds, & ſa groſſeur de 10 pouces.

Pour compoſer une auſſi groſſe maſſe de Fer, on n'a que des loupes de 50 livres peſant ou environ, telles qu'elles ſe tirent d'une gueuſe l'une après l'autre, comme on l'a dit ci-devant.

On ſçait qu'en faiſant chauffer deux morceaux de Fer juſqu'à un certain dégré, les appliquant l'un ſur l'autre, & frappant deſſus, ils s'uniſſent de ſorte qu'ils ne forment plus qu'un même corps, c'eſt ce qu'on appelle *ſouder ces Fers l'un à l'autre*. Alors les parties métalliques s'inſinuent les unes entre les autres, facilitées par ce qu'il y a de parties étrangeres preſque liquifiées, & cela d'autant mieux que les parties de Fer de l'une & de l'autre ſont diſpoſées de même ſens, & pareillement figurées.

Si l'on faiſoit chauffer deux de ces loupes pour les joindre enſemble, & ainſi conſécutivement juſqu'à ce que cette piéce fût formée des proportions qu'elle doit avoir, on voit que les parties du Fer n'auroient pû acquérir ni la figure ni la liaiſon qu'ont celles d'une barre platte formée d'une pareille loupe, parce que chacune de ces loupes ne ſera point allongée à beaucoup près ; la piéce d'Ancre ne ſe pouvant former de cette ſorte, pour ainſi dire, que par tronçons, ni s'épurer

autant qu'il est nécessaire, de ses parties étrangéres & cassantes qui restent dans les loupes, ne pourroit avoir toute bonne qualité des Fers doux.

Il en seroit de même si on la formoit de plusieurs piéces de Fer courtes, quoique plus épurées, mais qui ne peuvent jamais avoir l'avantage de la tissûre des parties intérieures, outre bien d'autres inconvénients auxquels ces sortes de fabriques seroient sujettes, dont le détail est inutile à présent. Planche VIII. Fig. 1.

Il ne reste donc plus que de la composer de barres, mais il y a plusieurs façons de s'y prendre.

On avoit imaginé de faire un paquet de plusieurs barres de Fer quarrées, de la longueur que l'on vouloit donner à l'Ancre, entretenuës ensemble par des liens de fer. Ce paquet étoit porté au feu, ou par le milieu, ou par un bout, & chauffé au point nécessaire; plusieurs forgerons frappoient dessus à grands coups, de forts marteaux élevés à tours de bras soudoient la superficie de la partie qui avoit été chauffée; mais quelque forte que fût l'impression de tous ces marteaux, elle n'a jamais pû être assés grande pour pénétrer jusqu'au centre de la piéce, de sorte que ce qui étoit soudé formoit une espece de croûte ou de fourreau dans lequel les barres du milieu étoient renfermées, ainsi que des plumes dans une casse d'écritoire; au moyen de quoi, lorsque dans les grands mouvements d'une Mer agitée, cette croûte se cassoit, les barres du milieu n'étant point entretenuës ensemble, ne résistoient pas long-temps, tout se disloquoit, s'il est permis de le dire ainsi. D'ailleurs l'usage est de donner aux Ancres une figure pyramidale, en les grossissant depuis le quarré jusqu'à la croisée, tant les verges que les bras, de sorte que les barres qui composent le paquet étant également grosses d'un bout à l'autre, pour grossir la piéce vers la croisée, on inséroit de petits bouts de barres entre les grandes, ce que l'on appelloit des *fourrures*, lesquelles non-seulement ne tenoient que par un bout, & ne donnoient aucune nouvelle force à l'Ancre, mais encore laissoient nécessairement des vuides préjudiciables entre les grandes barres, parce que

Fig. 2. Fig. 4. Planche X. Fig. 1. Planche VIII. Fig. 3.

dans le mouvement, elles ſervoient de point d'appui pour les caſſer.

La maniére ſuivante de forger, de diſpoſer les barres, & de les ſouder, rémédie à tous ces défauts, c'eſt ce que l'on croit démontré, tout ce qui précéde étant bien entendu.

On ſuppoſera qu'elles doivent avoir la figure que l'uſage leur donne.

Planche IX. On forge des barres plattes & pyramidales, en ſorte que l'un des bouts eſt plus large & plus épais que l'autre, & que la même proportion ſuive dans toute la longueur; on leur donne moins de longueur que n'en doit avoir la piéce, ſoit que ce ſoit une verge ou un bras que l'on veuille forger; on en fait de deux largeurs différentes ſeulement, mais pluſieurs de différentes épaiſſeurs.

On en arrange d'une même eſpece les unes à côté des autres ſur le même plan, en ſorte qu'elles ayent enſemble plus que le diametre de la piéce, obſervant de commencer par celles qui ont le plus d'épaiſſeur; ſur celles-là, on en poſe d'autres plus larges & moins épaiſſes, afin qu'elles recouvrent les joints des premiéres, & l'on continuë de ſuite juſqu'au centre du paquet que l'on veut former; après quoi on poſe de ſemblables lits de barres dont les épaiſſeurs augmentent dans la même proportion à meſure qu'elles s'éloignent du centre.

On connoît par le calcul, le plus de groſſeur & le moins de longueur que doit avoir le paquet pour que la piéce ſe trouve avoir les proportions que l'on veut lui donner, & qu'elle ſoit du poids demandé. On fait le paquet plus court & plus gros que ne doit être la piéce, parce qu'en le forgeant il s'allonge & diminuë de groſſeur; & l'on connoît que toutes les barres ſont également chauffées, & par conſéquent ſoudées, parce qu'elles s'allongent également, ce qui ſe voit aiſément par le bout du paquet. On donne plus d'épaiſſeur aux barres les plus éloignées du centre, parce que le feu agit davantage ſur elles, & en enleve plus de parties, & celles du centre ſont plus minces, parce que le feu y pénétre moins,

moins, & qu'elles ſont ainſi plus aiſées à chauffer.

On lie toutes ces barres enſemble avec des liens ſoudés, de différents diametres, que l'on fait entrer par le petit bout du paquet, & que l'on chaſſe enſuite à grands coups de marteau juſqu'à ce qu'ils ſoient parvenus à un endroit où toutes les barres ſoient extrêmement en ſerre.

Ce paquet étant fait & bien affermi, on le porte à la forge; on poſe l'endroit que l'on veut chauffer au-deſſus de ce que l'on appelle *la tuyere*, qui eſt l'ouverture par laquelle le vent des ſoufflets ſe communique au foyer, & on le diſpoſe de ſorte que les différents lits des barres ſoient ſitués verticalement. On couvre le tout d'une quantité de charbon de pierre proportionnée à la groſſeur de la piéce, après y en avoir jetté une pellerée d'allumé. Ce charbon, qui doit être d'une pierre aſſés menuë, onctueuſe, & non de celles qui, remplies de ſoufre, s'enflamment d'abord, s'unit le plus que l'on peut, & s'applatit par le deſſus, afin qu'il n'y ait point d'ouvertures qui communiquent du dedans au dehors, on le mouille pour faciliter cette opération, & empêcher que la ſuperficie extérieure ne reçoive l'impreſſion du feu; on eſt attentif pendant toute la chaude à ce qu'elle ſe conſerve en cet état & ſans fractures. Le tout reſte ainſi un petit eſpace de temps ſans faire agir les ſoufflets, pendant quoi le feu s'allume peu à peu, enſuite on donne un vent médiocre, & enfin tout celui des deux ſoufflets qui agiſſent alternativement, comme à toutes les autres forges, & donnent un vent continuel. Par cette gradation de vent, les petites parties de Fer s'ébranlent peu à peu, & celles de la ſuperficie communiquent leur mouvement aux autres, au lieu qu'un vent continu & violent, détacheroit ces premiéres, avant que les plus près du centre fuſſent ſuffiſamment agitées. Les charbons les plus proches de la piéce ſe conſument, elle ſe trouve iſolée au milieu d'une voute embraſée dans laquelle le vent circule continuellement, & porte de toutes parts les parties imperceptibles du charbon qu'il détache, leſquelles mettent

en mouvement toutes celles du paquet compriſes dans la voute.

Elles s'inſinuent premiérement entre les couches verticales des barres, vis-à-vis deſquelles le vent a plus de force à la ſortie des ſoufflets, & pénétrent enſuite dans les joints horiſontaux des épaiſſeurs des barres; ſi le vent a plus de force dans cet endroit, il trouve auſſi plus de réſiſtance dans ces petits paſſages étroits & détournés, & c'eſt ainſi que le tout ſe chauffe également.

Pour connoître s'il l'eſt au degré néceſſaire, on perce la voute joignant le paquet; on le tourne & retourne, ſi on le juge néceſſaire, ce qui eſt facile, étant iſolé, comme on l'a dit, ſans rompre la voute, le charbon n'étant plus adhérent; enfin lorſque l'on s'apperçoit qu'il eſt blanc, & au degré néceſſaire pour bien ſouder, on le tire du feu.

On le porte ſous un gros marteau de 7 à 800 peſant qui, tombant d'environ 3 pieds de hauteur, d'où il eſt encore pouſſé par un reſſort, ſoude en quatre coups toutes ces barres les unes avec les autres, celles du centre comme celles de la ſuperficie, en ſorte qu'elles ne forment plus qu'un ſeul corps; de maniére que ſi on le coupoit dans quelqu'endroit que ce fût, on n'y reconnoîtroit aucunes jointures: on continuë de cette ſorte partie par partie ſucceſſivement dans toute la longueur du paquet juſqu'à ce qu'il ſoit entiérement ſoudé.

Une pareille piéce de Fer a certainement toutes les qualités du meilleur Fer & le plus doux & le moins caſſant; ſes parties métalliques n'ont pû changer de figure, elles ont été frappées du même ſens que lorſque les barres ont été formées, rien n'en a interrompu la tiſſûre, elles ſe ſont même encore allongées, & par conſéquent plus engagées les unes dans les autres, le paquet ayant été fait moins long & plus gros que la piéce ne devoit être; elle eſt plus épurée de cette matiére caſſante dont ſes parties étoient trop environnées.

Le poids d'une Ancre eſt déterminé par la force de l'équipage du Vaiſſeau pour lequel elle eſt deſtinée, c'eſt-à-dire,

par le nombre d'hommes qui peuvent ſervir au Cabeſtan; étant d'ailleurs d'un Fer de la meilleure qualité qu'elle puiſſe être, il s'agit de tirer encore tout l'avantage poſſible de la quantité.

De la maniére dont une Ancre eſt mouillée, le plus grand effort qu'elle fait eſt dans le plan qui paſſe par la verge & les deux bras.

De ce que l'on a dit d'une barre platte, qu'elle étoit infiniment plus difficile à caſſer ſur le côté que ſur le plat, on en doit conclurre infailliblement que l'Ancre, pour avoir auſſi toute la force poſſible, doit être platte en ce ſens, & non pas ronde ni quarrée, mais un parallelepipede prolongé, dont les angles cependant doivent être abbattus en rond, tant pour empêcher qu'elle ne coupe les cables, que parce que par le frottement contre les rochers ou autrement, elle pourroit ſouffrir de l'altération dans ſes parties les plus foibles, enfin pour la facilité de la manœuvre.

Elle auroit plus de force, moins elle auroit de longueur, parce que ſes parties groſſiroient à proportion.

Enfin quoique l'uſage ſoit établi de les faire pyramidales, peut-être parce qu'elles ont plus de grace, c'eſt-à-dire, plus foibles vers l'organneau, ainſi que les bras vers les pattes, il ſemble qu'elles devroient être par-tout également groſſes, d'autant que lorſque l'on jette une Ancre, il eſt très-incertain quel ſera le point d'appui, parce qu'elle pénétre très-inégalement dans tous les différents fonds qu'elle rencontre.

Les pattes méritent autant d'attention que les autres parties de l'Ancre, & ne ſe font cependant que de loupes applaties, dont les parties intérieures n'ont aucune liaiſon, quoiqu'il ſoit néceſſaire qu'elles réſiſtent à toutes les violentes ſecouſſes de la Mer: il ſeroit donc d'une extrême conſéquence de les forger comme le reſte, en ſoudant pluſieurs barres enſemble, pour les applatir enſuite dans les proportions qu'elles doivent avoir; elles ſe ſouderont même plus exactement aux bras, leurs petites parties étant diſpoſées du même ſens, de ſorte qu'en s'y appliquant, elles ſe placeront plus facilement entre



celles-là, ſans les croiſer ni les trop ſéparer, comme feroient des grains irréguliers de la fonte.

Ceux qui conduiſent cette fabrique doivent, par un calcul exact, regler toutes les dimenſions des Ancres, par rapport au poids de chacune pour le leur donner juſte, & en même temps les proportions conformes à celles qui leur ſeront preſcrites. Ils doivent en tracer le deſſein ſur un plan, pour les faire exécuter avec juſteſſe.

Les inconvénients de cette fabrique proviennent de l'inattention des chauffeurs qui laiſſent brûler le Fer, les barres ſe trouvent coupées ; ils y appliquent des piéces du premier Fer qu'ils trouvent, & cette partie devient ſans comparaiſon, beaucoup plus foible que les autres. C'eſt à ce que cela n'arrive jamais, qu'il eſt néceſſaire de veiller avec grand ſoin, parce que l'on doit regarder une piéce manquée lorſque cela arrive.

EXPLICATION DES PLANCHES du Mémoire ſur la fabrique des Ancres.

PLANCHE I.

Ourdon ou *Eſtabliſſement de Charbonniers.*

Figure 1, Cordes de bois dreſſées.

2, Fourneau commencé.

3, Fourneau dreſſé.

4, Fourneau bougé, ou incruſté de terre, auquel on met le feu pour convertir le bois en charbon.

PLANCHE II.

Mineray.

Figure 1, Mineurs ou Tireurs de Mine.

2, Laveurs pour nettoyer la Mine.

3, Grapeur qui lave une ſeconde fois la Mine dans un chaudron percé comme une paſſoire.

PLANCHE III.

Masse de Fourneau.

Figure 1, Ouverture par laquelle on fait sortir le litier ou l'écume du Fer, que des manœuvres cassent lorsqu'il est congelé, pour l'enlever en morceaux.

2, Ouverture par où le Fondeur fait couler la fonte dans le moule qu'il a creusé pour former la gueuse.

3, Gueuse.

PLANCHE IV.

Coupe du Fourneau perpendiculaire à la face de l'autre part.

Figure 1, Litier.

2, Mine fonduë.

3, Intérieur ou cuve du fourneau.

PLANCHE V.

Coupe du Fourneau parallele à la premiére face, tel qu'il est chargé & en feu.

Figure 1, Soufflets de bois qui agissent alternativement par le moyen de l'eau.

2, Tuyere dans laquelle s'insinuent les deux bouts des soufflets.

PLANCHE VI.

Derriére du Fourneau par où on le charge.

PLANCHE VII.

Affinerie.

Figure 1, Gueuse.

2, Bout de la gueuse en fusion.

3, Affineur qui rassemble les parties tombées dans l'affinerie.

Figure 4, Loupe que le valet d'affineur rassemble davantage, & raffermit.



4, 4, Loupe que le Marteleur commence à forger ſous le gros-marteau, de laquelle il s'exprime encore du litier.

PLANCHE VIII.

Forge aux Ancres.

Figure 1, Ancre de miſes ou de différentes piéces les unes au bout des autres.

2, Verge en paquets de barres de Fer quarré, aſſemblées indiſtinctement.

3, Coupe de cette verge où les fourrures s'apperçoivent.

4, Cette verge forgée à bras, telles qu'elles ſe forgent dans les Ports.

5, Verge de barres plattes au feu.

6, Verge de barres plattes ſous le gros marteau.

PLANCHE IX.

Figure 1, Barres du ſecond lit de la verge.

2, Barres du premier lit.

3, Profil du petit bout.

4, Profil du gros bout.

PLANCHE X.

Figure 1, Forgerons qui portent un bras d'Ancre pour être ſoudé à la verge par le gros marteau, ce qui ne peut ſe faire que dans les groſſes Forges, & eſt infiniment plus ſûr que de les ſouder à bras, comme il ſe pratiquoit.

2, Maître Ancrier qui rogne l'Ancre, par où l'on connoît en même temps que toutes les barres ſont unies, & ne forment plus qu'un même corps.

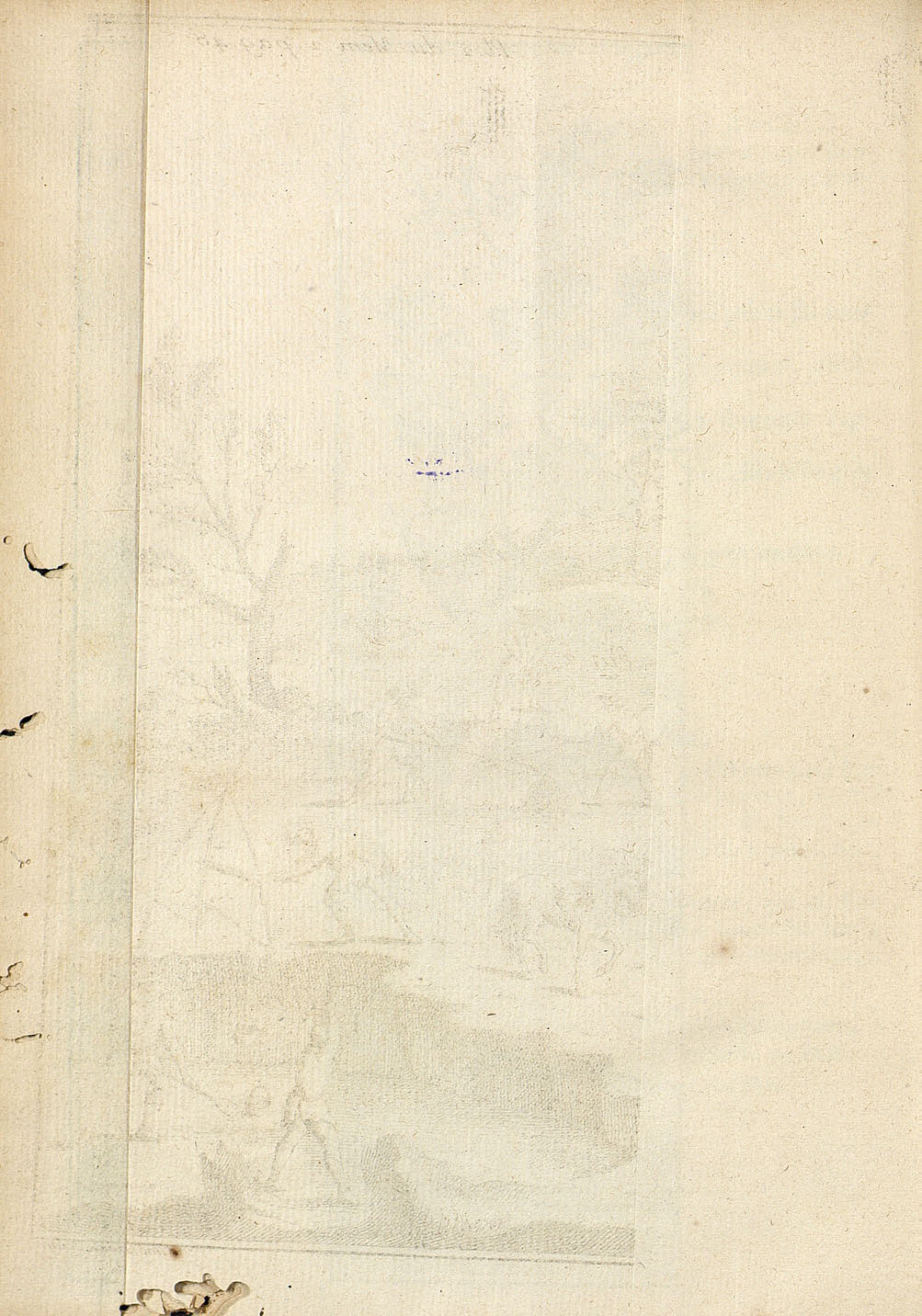
PLANCHE XI.

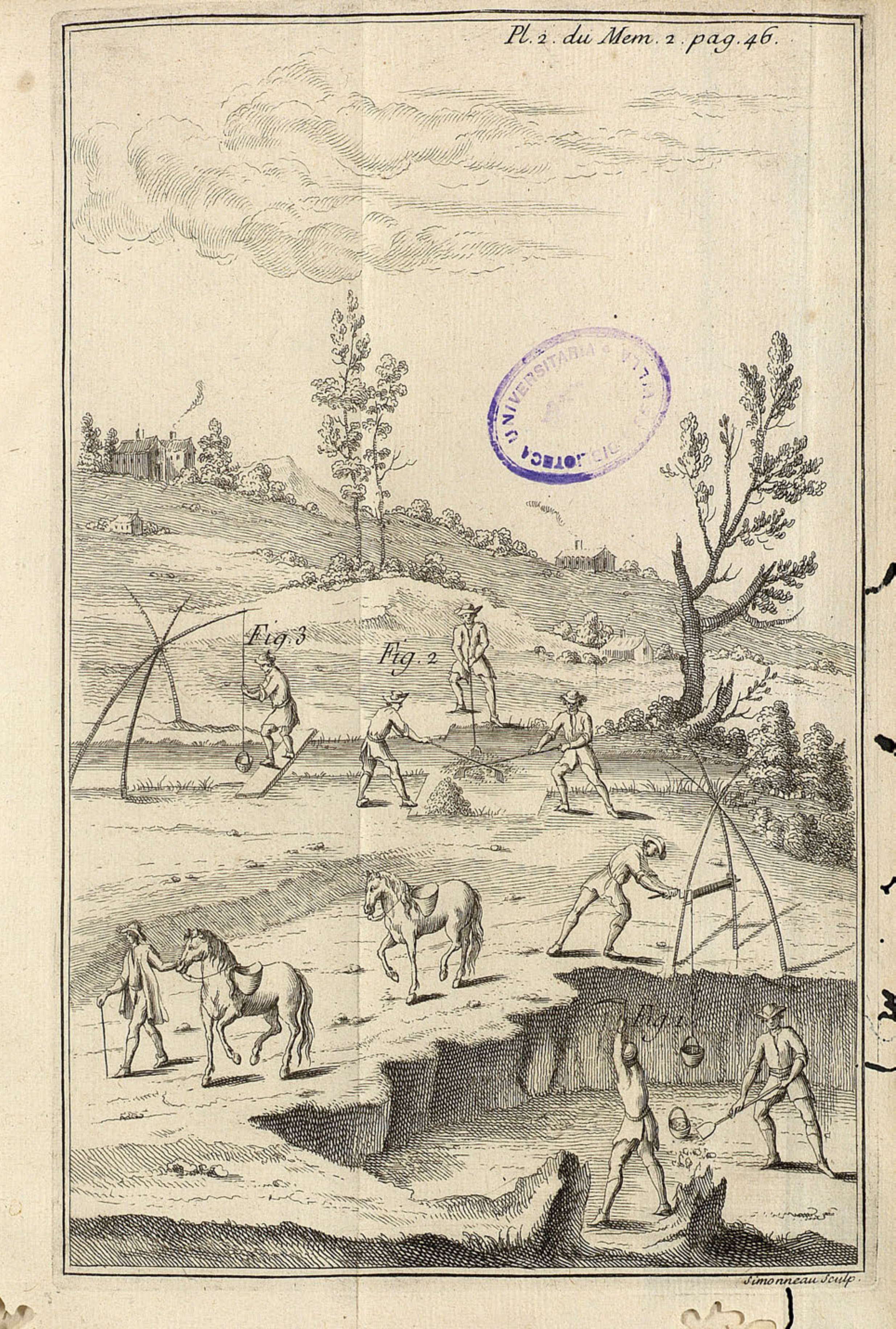
Figure 1, Ancre de barres non ſoudées intérieurement.

2, Forgerons qui donnent la courbûre au bras.

FIN de la Piéce qui a remporté le ſecond Prix.


Fig. 1
Fig. 2
Fig. 4
Fig. 3




Fig. 3
Fig. 2
Fig. 1
Simonneau Sculp.


Pl. 3. du Mem. 2. pag. 46.
Fig. 3
Simonneau Sculp.

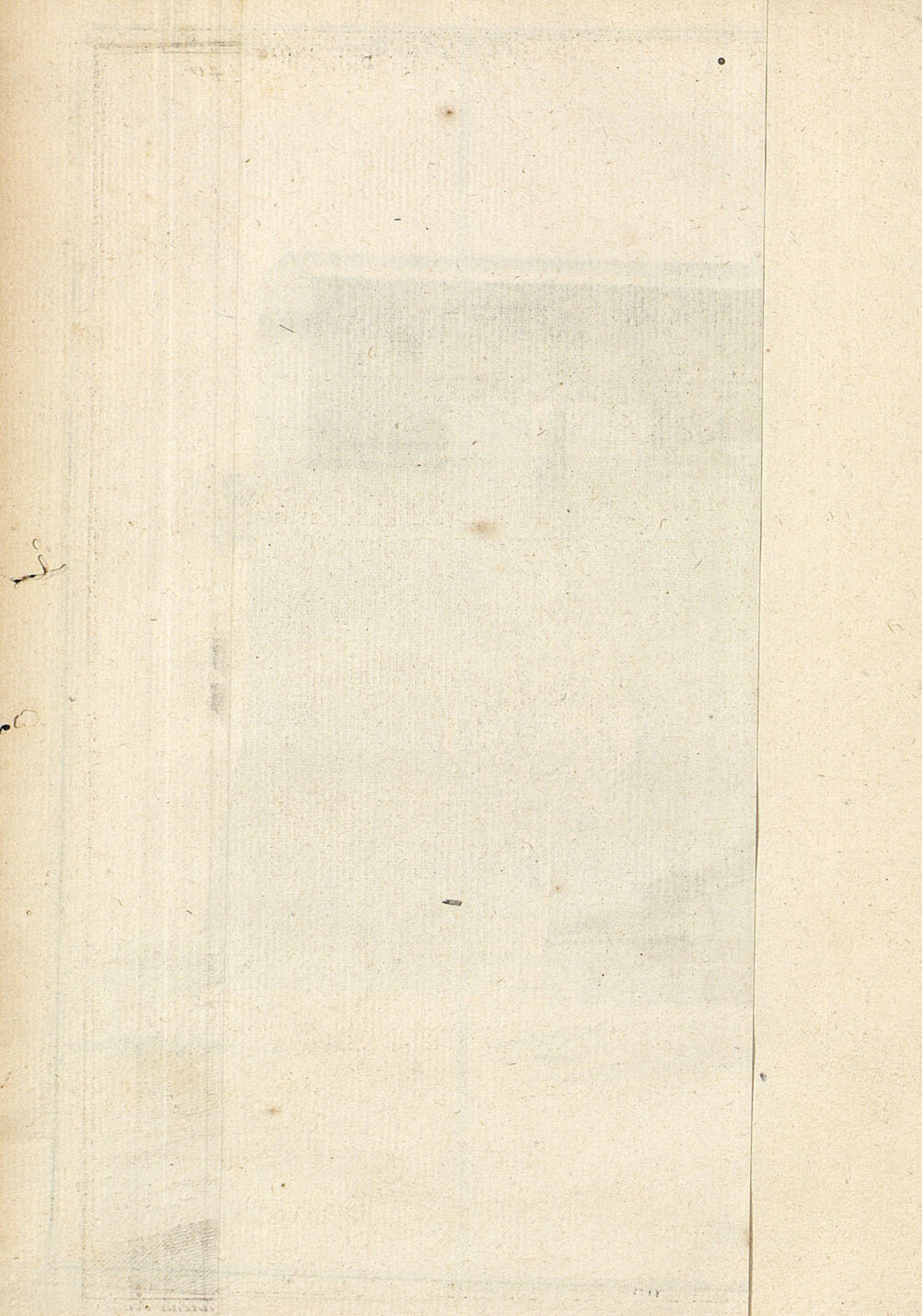
3
3
3
1
2
1

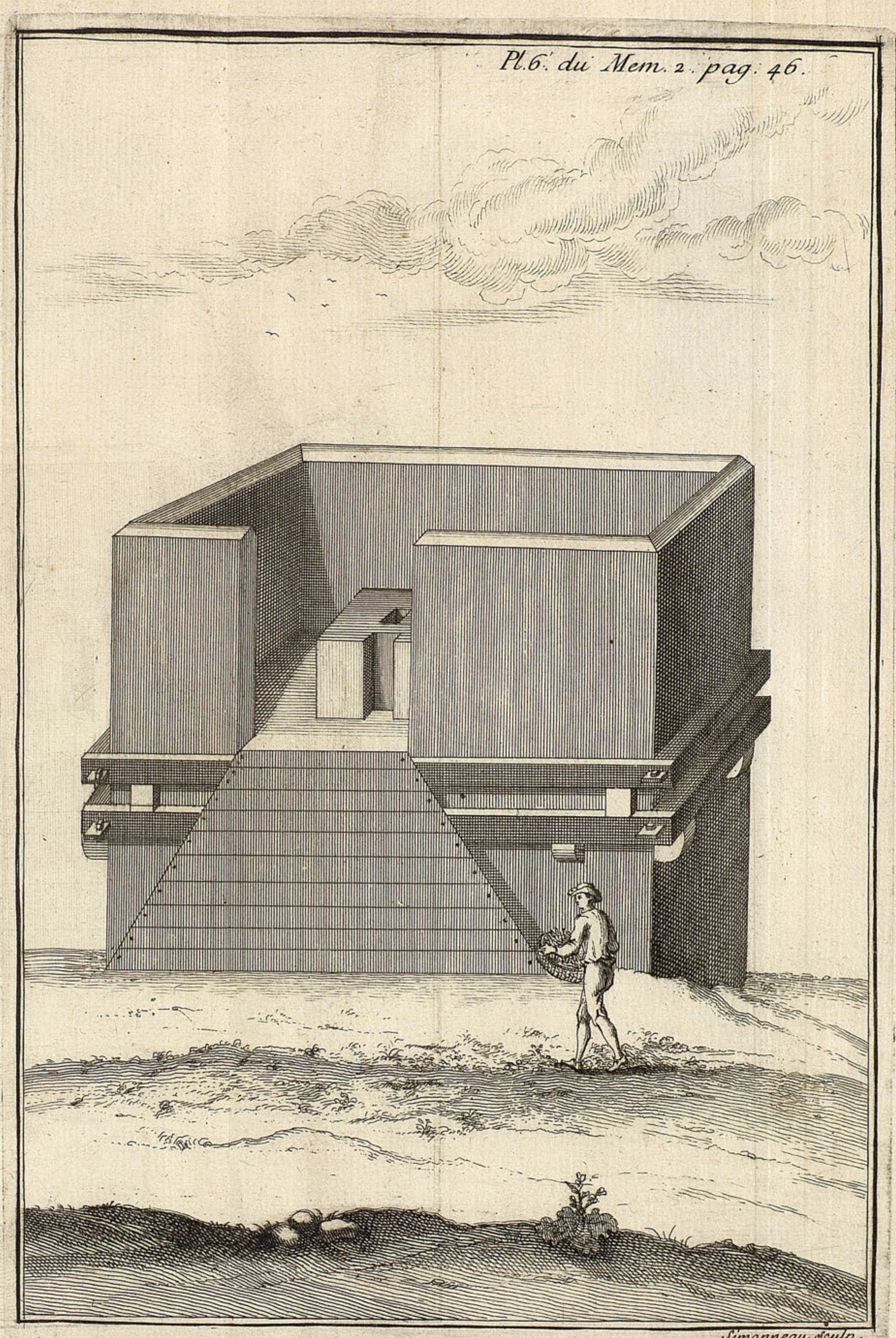
Simonn[illegible]u Sculp.

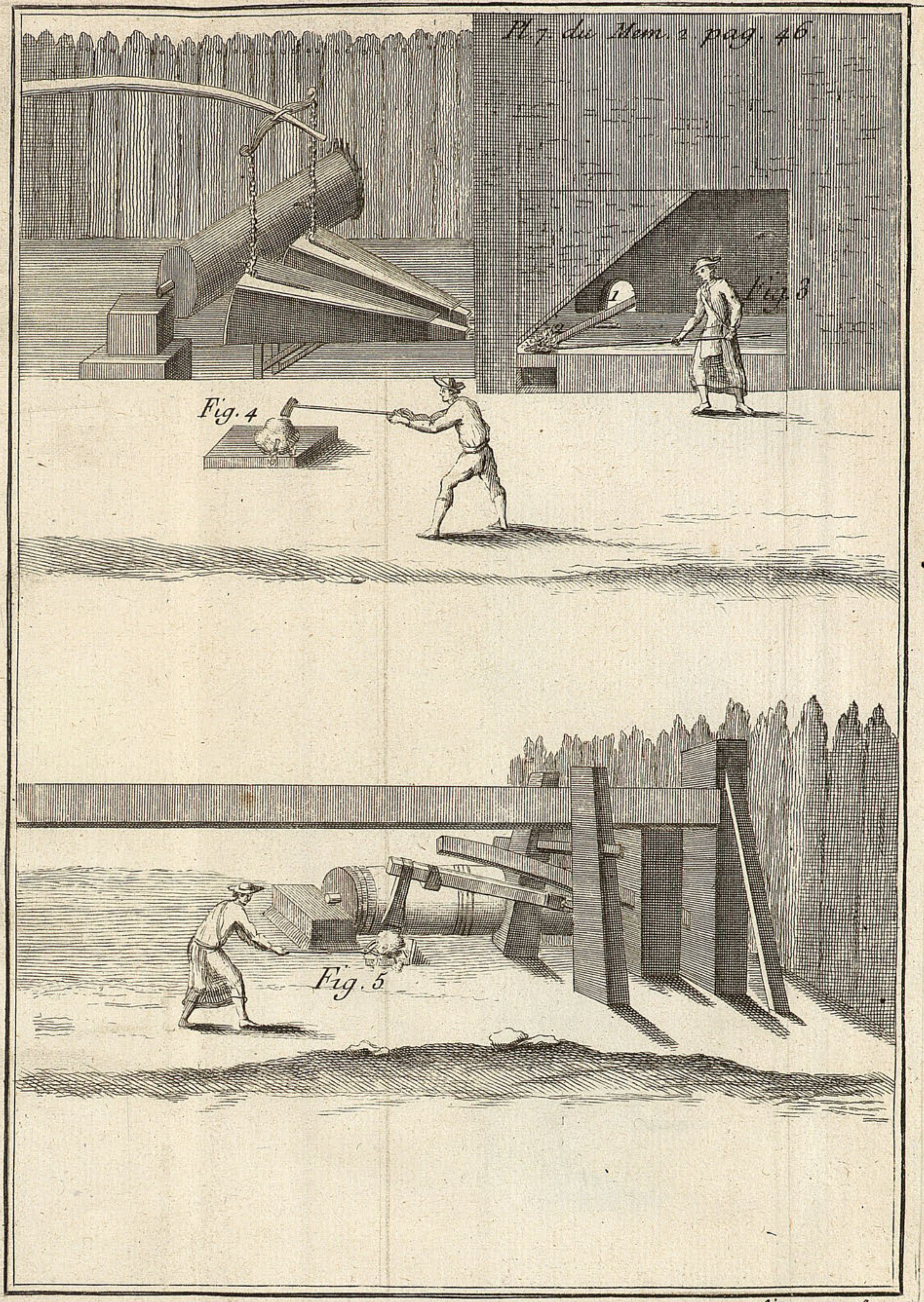
Fig. 1

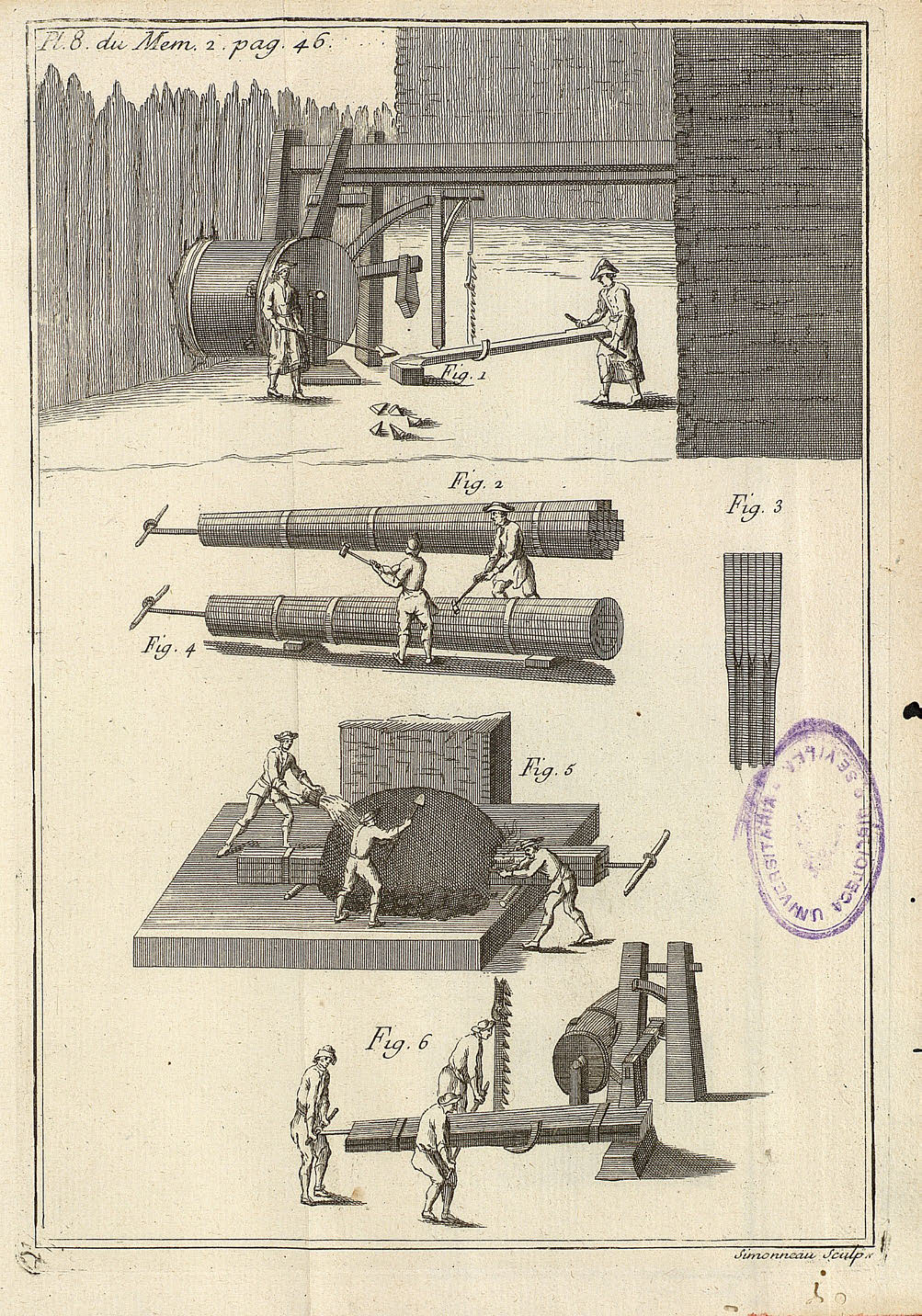
Fig. 2

Simonneau Sculp.




Pl. 6. du Mem. 2. pag. 46.
Simonneau Sculp.


Pl. 7. du Mem. 2. pag. 46.
Fig. 3
1
2
Fig. 4
Fig. 5
Simonneau Scup.



Simonneau Sculp.

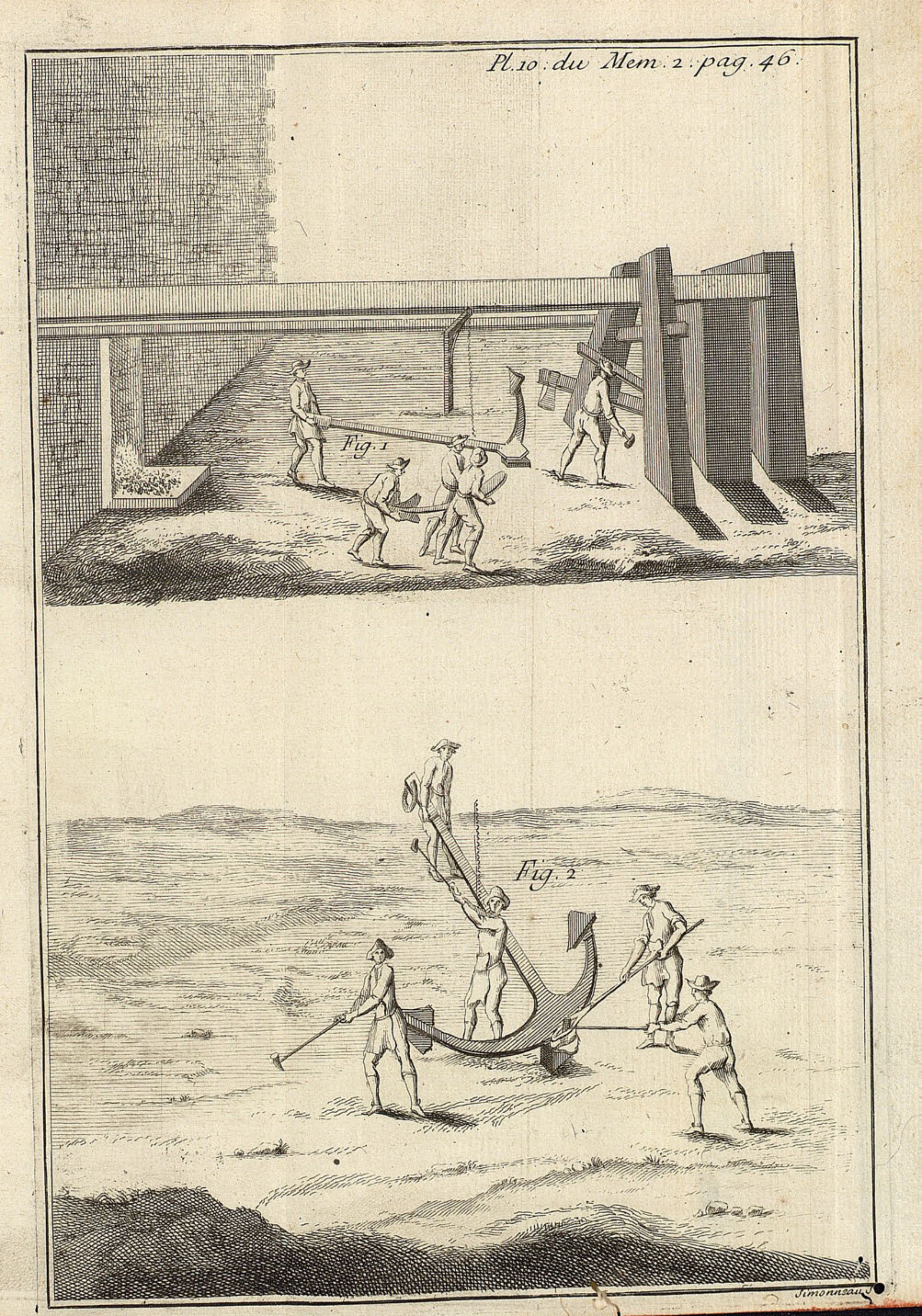
Fig. 1

Fig. 2

Fig. 3

Fig. 4

Simonneau Sculp.


Fig. 1
Fig. 2
Simonneau

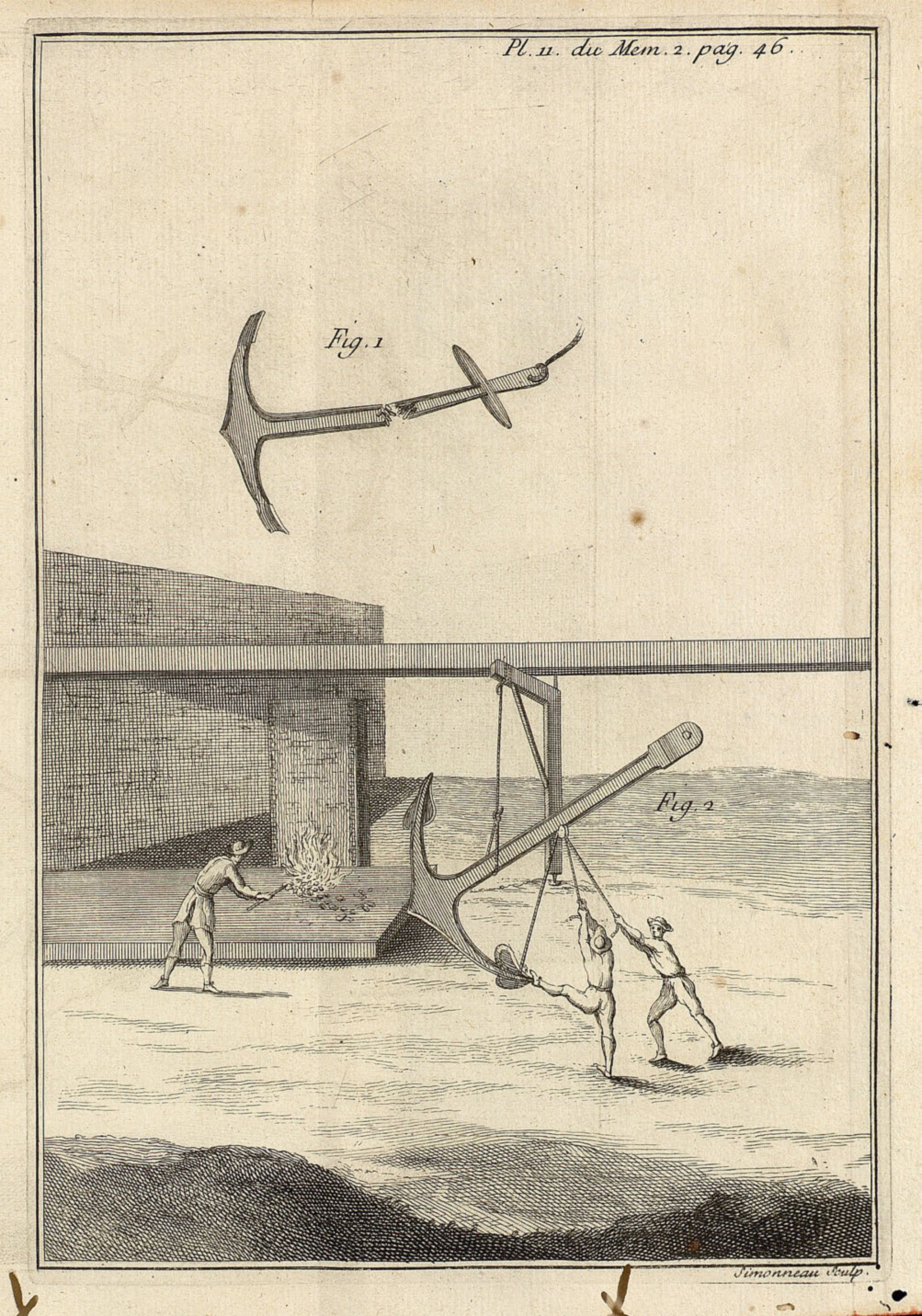


Fig. 1
Fig. 2
Simonneau Sculp.

RÉFLÉXIONS
SUR LA MEILLEURE FIGURE A DONNER AUX ANCRES, ET LA MEILLEURE MANIERE DE LES ESSAYER.

Piéce qui a partagé le troisiéme des Prix proposés par l'Académie Royale des Sciences pour l'année 1737.

Par M. DANIEL BERNOULLI, Professeur en Anatomie.

REFLEXIONS



RÉFLEXIONS SUR LA MEILLEURE FIGURE A DONNER AUX ANCRES, ET LA MEILLEURE MANIÉRE DE LES ESSAYER.

QUELLE EST LA MEILLEURE MANIERE D'ÉPROUVER LES ANCRES!

Sujet proposé par l'Académie Royale des Sciences, pour le troisiéme Prix de l'année 1737.

Omnia conando docilis solertia vincit.

I.

QUOIQUE l'histoire des Ancres nous manque presque entiérement, il ne faut pourtant pas douter que l'invention n'en soit très-ancienne, tant à cause de l'ancienneté du nom, que de leur nécessité indispensable dans les grandes Navigations, telles qu'on a faites depuis des temps immémorials. Il y a donc apparence que les Ancres n'auront guéres manqué d'atteindre à la plus grande perfection dont elles sont capables : toute correction possible & importante aura difficilement échappé à tant de Nations, à tant de

recherches & à tant de ſiécles, mais ſur-tout à nos derniers temps, dans leſquels on a pouſſé les Sciences & les Arts en général, & la Navigation en particulier, à un degré de perfection que nos Ancêtres auroient à peine oſé eſperer. Je ſens donc bien la difficulté de mon entrepriſe, mais auſſi me ſemble-t-il que dans les choſes auſſi importantes & auſſi perfectionnées, la moindre addition doit être reçûë avec autant de ſatisfaction qu'on reçoit des inventions toutes nouvelles. C'étoit-là ſans doute le motif de l'illuſtre Académie, de donner pour ſujet de ſes Prix la perfection des Ancres & de l'ancrage, & de le donner pour la ſeconde fois. Il en eſt comme des Horloges ; l'application des Pendules par M. Huguens n'en eſt qu'une légere addition, mais qui merite autant d'éloges que tout ce qu'on avoit inventé auparavant ſur la Meſure du Temps. Il eſt vrai qu'on pourroit facilement imaginer des eſpeces d'Ancres toutes nouvelles, ou faire de grands changements à leur ſtructure reçûë : ces nouveautés ou changements pourroient avoir de bonnes apparences : mais lorſqu'on en feroit l'eſſai, on trouveroit peut-être ces nouvelles Ancres bien inférieures aux ordinaires. On verra dans la ſuite que j'ai examiné avec beaucoup de ſoin la ſtructure des Ancres, tâchant d'approfondir leur méchaniſme avec les fonctions de chaque partie, & il m'a paru d'y voir beaucoup d'invention ; j'ai donc crû n'y devoir changer que dans les circonſtances qui dépendent abſolument de la Géométrie : l'expérience a fait voir l'eſſentiel, & le raiſonnement qu'un homme de Lettres peut faire dans ſon Cabinet, ne doit plus y avoir de priſe que dans les choſes d'une méchanique bien ménagée, & cela non tant pour décider que pour donner à penſer aux perſonnes intelligentes qui ſont à portée de faire de nouvelles expériences.

Voici l'ordre que je me propoſe dans ce diſcours : je commencerai par expoſer la ſtructure ordinaire des Ancres, après quoi je décrirai la maniére méchanique dont elles agiſſent ; je rechercherai enſuite ce qu'il faut faire pour rendre leur uſage le plus ſûr & le plus parfait, & pour diminuer quelques

inconvénients qui leur restent, en parcourant toutes les parties des Ancres : je donnerai la description d'une nouvelle sorte d'Ancres, & enfin j'adjoûterai quelques réfléxions sur la meilleure maniére d'essayer les Ancres, mais je ne toucherai que légerement ces deux derniers points.

II.

Les Vaisseaux portent ordinairement quatre Ancres de différente grandeur; la plus grande est la *maîtresse Ancre,* qu'on réserve pour les cas extraordinaires & les plus périlleux en temps d'orage : la seconde est celle dont on se sert ordinairement : la troisiéme, nommée l'*Ancre d'affourche,* un peu plus petite que la précédente, est celle que l'on mouille opposée à l'Ancre déja jettée, c'est-à-dire, de sorte que leurs cables forment un angle tantôt plus tantôt moins grand ; la quatriéme est appellée l'*Ancre à touer ;* elle est beaucoup plus petite que les précédentes, aussi ne s'en sert-on pas pour arrêter les Vaisseaux, mais pour les *touer.* Toutes ces Ancres, quoique de différente grandeur, ne laissent pas d'avoir les mêmes proportions dans leurs parties, de sorte qu'il seroit superflu d'en traiter séparément.

Les Ancres sont composées des parties suivantes. Il y a la *vergue :* c'est une barre de fer d'une épaisseur égale, c'est-à-dire, cylindrique : sa longueur est proportionnée à la largeur du Vaisseau, & cette proportion est dans la maîtresse Ancre comme 2 à 5. Le diametre de la *vergue* fait environ la vingt-sixiéme partie de sa longueur : le bout de la *vergue,* qui joint le *jas,* est quarré, ou plûtôt prismatique sur une section quarrée : il est troué à l'extrémité pour donner passage à l'*arganeau,* qui est un anneau de fer, auquel le *cable* est attaché, & afin que celui-ci ne se pourrisse pas par l'enrouillure de l'*arganeau,* on enveloppe l'*arganeau* avec de vieux cordages. Le bout prismatique de la *vergue* est plus épais que le reste, pour y mieux faire tenir le *jas* par lequel il passe.

Ce *jas* est un assemblage de deux piéces de bois d'une figure égale, empattées fort étroitement ensemble : il fait un

angle droit avec la *vergue*, & va en diminuant vers les extrémités : sa longueur ne differe pas beaucoup de celle de la *vergue*, mais il a environ quatre fois plus d'épaisseur dans son milieu que la *vergue* n'en a.

A l'autre bout de la *vergue* est soudée la *croisée* sous un angle droit & perpendiculairement au plan qui passe par le *jas* & la *vergue*. La *croisée* est recourbée vers le *jas*, & sa courbûre forme environ un arc de cercle de soixante degrés, plus ou moins, dont le centre viendroit à peu-près au milieu de la *vergue* : ses épaisseurs vont en diminuant vers les deux bouts : elle a enfin deux branches, dont chacune peut être censée former un arc de cercle d'environ trente degrés.

Les *pattes* sont deux piéces de fer triangulaires, soudées sur le dedans de chaque bout de la *croisée* ; leur longueur est un peu plus grande que la base, qu'on appelle les *oreilles* : elles sont recourbées en dedans autant que la *croisée*, pour pouvoir mordre plus facilement dans le sable du fond de la Mer.

Enfin le *cable* peut encore être censé appartenir à l'Ancre : il est attaché, comme j'ai déja dit, par l'*arganeau* : sa longueur est ordinairement de 120 brasses : il passe par les *écubiers* du Vaisseau, qui sont des trous faits aux côtés de l'avant du Vaisseau ; les quarrés de leurs épaisseurs, qui en marquent le nombre des fils, ne suivent pas la proportion des poids des Ancres, & on a des Tables là-dessus, qui ne sont fondées absolument que sur l'experience. Voici cependant un exemple. Une Ancre de 500 livres a un cable d'environ 3 pouces de diametre ; il sera composé de 375 fils, dont chacun est estimé de 4 livres de poids, de sorte que tout le *cable* pesera 1500 livres, & par conséquent trois fois plus que toute l'Ancre. Les cordages sont tantôt plus tantôt moins pesants suivant qu'ils sont plus ou moins roides, cependant dans l'eau ils sont tous d'une même pesanteur spécifique, & lorsqu'ils sont bien mouillés & imbibés, ils descendent sous l'eau par leur propre poids, étant alors d'une pesanteur spécifique plus grande que l'eau.

J'ai pris ces descriptions & proportions d'un Livre de

Navigation, & même quelques-unes des ſimples figures ſans deſcription, ſur-tout lorſqu'elles me paroiſſoient conformes aux obſervations que j'avois faites autrefois moi-même ſur les Ancres ; j'établirai ma théorie ſur ces proportions, & ſi on ne leur trouvoit pas aſſés de préciſion, il ſera facile d'accommoder mon raiſonnement aux véritables proportions.

III.

Examinons maintenant de quelle maniére les Ancres étant jettées dans la Mer, mordent dans le ſable : c'eſt certainement ici le point principal, & qui demande le plus d'attention : auſſi nous faudra-t-il, pour connoître à fond toute la méchanique des Ancres, commencer ces recherches d'un peu loin. Il eſt clair que l'Ancre ne ſçauroit mordre dans le fond à moins de lui préſenter ſa pointe, c'eſt-à-dire, d'avoir la *croiſée* dans un plan vertical : mais les Ancres peuvent ſe coucher ſur un fond horiſontal de deux maniéres différentes : l'une tient la *croiſée* couchée ſur le fond pendant que le *jas* y eſt appuyé par un de ſes bouts ; dans l'autre c'eſt au contraire le *jas* qui eſt couché horiſontalement, & la *croiſée* eſt ſoûtenuë par la pointe de l'une de ſes *pattes :* ce n'eſt que dans celle-ci que l'ancrage peut ſe faire : voyons cependant laquelle de ces deux ſituations eſt la plus naturelle aux Ancres : nous examinerons ce point d'abord hors de l'eau, & enſuite dans l'eau.

IV.

Soit dans la premiére Figure DE la ligne droite qui joint les extrémités des deux *pattes :* on peut la conſidérer ici à la place de la *croiſée*, comme ſi celle-ci n'avoit point de courbûre : ſoit AB la *vergue*, & FG le *jas :* concevons pour la premiére ſituation la ligne DE couchée horiſontalement, de ſorte que les points D, A, E & G ſoient dans un plan horiſontal, & les points G, B, F & A, dans un plan vertical. Examinons à préſent ce qu'il faut pour changer cette ſituation de l'Ancre, & lui faire prendre l'autre ſituation : il faut pour cet effet que l'Ancre tourne autour de la ligne EG, qui joint l'une des pointes de la *croiſée* avec le point d'appui du *jas*. De cette maniére le centre de gravité de l'Ancre (que je Fig. 1.

suppoſerai en H) s'éleve d'abord juſqu'à ce qu'il ſoit arrivé au point le plus haut, après quoi l'Ancre acheve de ſe renverſer par ſon propre poids, & prend ainſi la ſeconde ſituation qui eſt requiſe pour les ancrages. Il s'agit ici de ſçavoir combien le centre de gravité H eſt élevé pendant ce renverſement, puiſque la force requiſe pour faire prendre à l'Ancre la ſituation qu'elle doit avoir, lorſqu'elle ne l'a pas, eſt proportionnelle à cette même élévation du centre de gravité.

Pour cet effet qu'on tire les droites HE & HG, comme auſſi la ligne AG, puis HL perpendiculaire à AG & HI perpendiculaire à EG: on voit que la hauteur initiale du centre de gravité par deſſus l'horiſon eſt égale à HL, & que ſa plus grande hauteur, pendant le renverſement de l'Ancre, eſt égale à HI, de ſorte que pour renverſer l'Ancre, il faut auparavant donner à ſon centre de gravité une élévation égale à $HI - HL$: il ne reſte donc plus qu'à exprimer analytiquement ces lignes.

Soit $AE = a$, $BG = \alpha$, $AH = b$, $BH = \beta$, on aura $AG = \sqrt{(AB^2 + BG^2)} = \sqrt{(\alpha\alpha + bb + 2b\beta + \beta\beta)}$: de-là on tire $EG = \sqrt{(AE^2 + AG^2)} = \sqrt{(aa + \alpha\alpha + bb + 2b\beta + \beta\beta)}$; pour abbréger, je ſuppoſerai $EG = c$: on trouvera HL en prenant la quatriéme proportionnelle à AG, GB & AH, ce qui donne

$$HL = \frac{b\alpha}{\sqrt{(\alpha\alpha + bb + 2b\beta + \beta\beta)}}.$$

Pour trouver la ligne HI, je conſidere le triangle EHG, dont la baſe EG eſt $= c$; le côté $EH = \sqrt{(EA^2 + AH^2)} = \sqrt{(aa + bb)}$, & le côté $HG = \sqrt{(GB^2 + BH^2)} = \sqrt{(\alpha\alpha + \beta\beta)}$: des trois côtés donnés on trouve la perpendiculaire à la baſe, ſçavoir

$$HI = \frac{\sqrt{(\overline{2aa + 2bb} \times \overline{\alpha\alpha + \beta\beta} + 2cc \times \overline{aa + bb + \alpha\alpha + \beta\beta} - \overline{aa + bb}^2 - \overline{\alpha\alpha + \beta\beta}^2 - c^4)}}{2c}$$

Connoiſſant donc les droites HI & HL, leur différence donnera l'élévation cherchée du centre de gravité, pendant qu'on fait prendre à l'Ancre ſa juſte poſition, laquelle élévation doit être eſtimée proportionnelle à la force requiſe pour cet effet.

V.

Changeons maintenant la propoſition, en ſuppoſant au contraire que l'Ancre ſoit dans ſa juſte poſition, c'eſt-à-dire, que la *croiſée* ſoit dans le plan vertical, le *jas* étant couché horiſontalement, & voyons quelle eſt la force qui pourroit faire quitter à l'Ancre cette poſition néceſſaire pour l'ancrage, & la remettre dans l'état qu'elle a été ſuppoſée au commencement de l'article précédent. Il eſt facile de voir qu'on n'a qu'à convertir pour cet effet les lettres a & α, comme auſſi b & β; ce que faiſant, la valeur de c, qui eſt $= \sqrt{(aa + \alpha\alpha + bb + 2b\beta + \beta\beta)}$, demeure dans les deux cas la même. Si l'on tire donc $H\lambda$ perpendiculaire à EB, ce ſera $HI - H\lambda$ qui exprimera la force requiſe à ce ſecond renverſement. La premiére ligne HI eſt la même que dans le premier cas, & on a

$$H\lambda = \frac{\beta a}{\sqrt{(aa + bb + 2b\beta + \beta\beta)}}.$$

VI.

Les deux forces reſpectives étant en vertu des deux articles précédents, comme $HI - HL$ à $HI - H\lambda$, on remarquera ici, qu'il convient que la premiére force marquée par $HI - HL$ ſoit auſſi petite, & l'autre marquée par $HI - H\lambda$ ſoit auſſi grande que les autres circonſtances le permettent, par où l'on obtiendra cet avantage, que l'Ancre n'étant pas dans ſa juſte poſition, elle s'y mette avec facilité, & qu'y étant, elle ne la quitte que difficilement: il ſuit de là que plus HL eſt grande, & $H\lambda$ petite, plus les Ancres prendront facilement leur poſition requiſe pour le ſuccès de l'ancrage.

Ce que je viens de dire ſert également pour les Ancres ſubmergées, & pour celles qui ſeroient jettées ſur un fond hors de l'eau, & toute la différence qu'il y a, eſt que le centre de gravité eſt placé différemment dans ces deux cas, à cauſe du *jas;* j'appliquerai cependant ces regles à l'un & l'autre cas, tant pour en voir la grande différence dans leur réſultat, que pour nous ſervir de cette application dans la ſuite.

VII.

La *vergue* eſt d'une épaiſſeur égale, & il me ſemble que la *croiſée* aura à peu-près le même poids que le *jas* chargé du bout quarré de la *vergue* & de l'*arganeau*. Cela étant, on peut placer le centre de gravité dans les Ancres non-ſubmergées, au milieu de la *vergue*: ſuppoſons encore la *vergue* & le *jas* d'une longueur égale, & que la diſtance des extrémités des *pattes* ou DE ſoit égale à la moitié du *jas*. Toutes ces poſitions ſont $\alpha = \beta = b = 2a$, & $c = a\sqrt{21}$, ce qui donne $HI - HL = \sqrt{\frac{8}{7}} - \sqrt{\frac{4}{5}} =$ (en fraction décimale) 0, 174, & $HI - H\lambda = \sqrt{\frac{8}{7}} - \sqrt{\frac{4}{17}} = 0, 584$. Les deux forces dont j'ai parlé aux articles IV & V, ſont donc comme 174 à 584, ou à peu-près comme 2 à 7.

VIII.

On comprend aiſément par-là, qu'une Ancre étant jettée au haſard ſur un fond, donnera probablement à ſa *croiſée* la poſition verticale & non l'horiſontale, ſi ce fond eſt horiſontal & hors de l'eau: mais on ſe tromperoit, ſi on ne faiſoit cette probabilité que comme 7 à 2. Il eſt plûtôt vrai que l'Ancre étant jettée avec force, & que le fond ſoit bien dur, il eſt moralement impoſſible que la *croiſée* reſte couchée ſur le fond, & voici la raiſon de cette propoſition aſſés paradoxe; c'eſt que l'Ancre jettée avec une force, que je ſuppoſerai plus grande que 7, ſe roulera d'abord, & qu'à meſure qu'elle ſe roule, elle perdra de ſa force juſqu'à ce que cette force étant moindre que 7, & plus grande que 2, la *croiſée* de l'Ancre doit enfin garder néceſſairement ſa ſituation verticale: ſans cela il faudroit que dans un ſeul renverſement de l'Ancre, elle perdît plus que $\frac{5}{7}$ de ſa force, ce qui ne ſçauroit arriver ſur un fond bien dur.

IX.

Pour déterminer les mêmes choſes dans les Ancres ſubmergées, il faut principalement faire attention que le *jas* eſt de bois, mais d'un bois fort & peſant, de ſorte que pris avec le bout quarré de la *vergue* & avec l'*arganeau*, il ne manquera pas d'avoir à peu-près la même peſanteur ſpécifique

que

que l'eau, & que par conſéquent ſon poids peut être négligé ſous l'eau; & comme tout le reſte de l'Ancre eſt de fer & homogéne, on n'a plus qu'à examiner quelle ſeroit la place du centre de gravité H dans une Ancre dégarnie de ſon *jas*. Or toutes choſes bien conſidérées, j'eſtime que dans ce cas HB ſera à peu-près double de HA. Mettant donc $b = \frac{4}{3}a$, & $\beta = \frac{8}{3}a$, en retenant les autres hypotheſes & dénominations de ci-deſſus, on n'a qu'à ſuivre les mêmes raiſonnements & calculs. De cette maniére, on trouvera $HI - HL = 0, 337$, & $HI - H\lambda = 0, 287$, ce qui fait voir que les deux forces ſont aſſés égales, & que même la premiére eſt plus grande que la ſeconde, marque qu'il eſt plus facile & plus naturel aux Ancres ſous l'eau, d'avoir la *croiſée* couchée que dreſſée; cela doit néceſſairement rendre l'ancrage mal ſûr. On auroit eu de la peine à croire la choſe ſi différente pour les deux cas, ſans les calculs que nous venons de faire.

X.

L'ordre demande que nous examinions maintenant ce qui arrive aux Ancres jettées au fond de la Mer, lorſqu'elles ſont tirées par le *cable:* nous le ferons, après avoir dit deux mots ſur la nature du fond propre au *mouillage.*

Il ne doit pas avoir au de-là de 50 braſſes de profondeur, puiſque la longueur du cable ne ſurpaſſe pas 120 braſſes, & qu'il doit toûjours faire un angle fort oblique avec l'horiſon, comme je le démontrerai ci-deſſous. D'ailleurs le fond ne doit pas être trop dur, car l'Ancre ne ſçauroit y mordre, ni aſſés enfoncer: ſi le fond eſt ſimplement ſablonneux, l'Ancre enfonce facilement, mais elle n'y tient pas aſſés ferme, & le Vaiſſeau eſt ſujet à *chaſſer ſur ſon Ancre.* Suivant les obſervations de M. le Comte Marſigli, le fond de la Mer eſt le plus ſouvent d'une conglutination ſablonneuſe d'argile, de coquillages, & d'autres corps: cette conglutination eſt formée par la matiére glutineuſe qui réſide dans les eaux de Mer, & le tout forme une croûte qui n'eſt pas fort épaiſſe, mais qui eſt d'ailleurs d'une conſiſtance fort

propre pour le *mouillage*, sçavoir, ni trop dure, ni qui se laisse trop facilement labourer par l'Ancre : au-dessous de cette incrustation, le fond est d'une constitution pierreuse, dans lequel la *patte* ne sçauroit plus mordre. Les corps mêlés avec le sable durci, doivent rendre la surface du fond assés inégale & raboteuse.

X I.

On jette l'Ancre ordinairement pendant que le Vaisseau avance sur sa route, en prenant garde que le *cable* ne se roidisse pas d'abord, & en filant pour cet effet le *cable* autant que la vîtesse du Vaisseau le demande, jusqu'à ce qu'on le voye faire avec la surface de la Mer un angle d'environ 30 degrés; alors l'Ancre étant traînée plus ou moins vîte, il arrivera d'abord qu'elle roule de côté & d'autre, se couchant tantôt sur le *jas*, tantôt sur la *croisée*, ayant pour l'un & pour l'autre une facilité à peu-près égale en vertu du VIII.me article. Mais voici la raison de ce roulement, c'est que la *croisée* se couchant horisontalement, le *jas* sera appuyé sur le fond par un de ses bouts, faisant avec le fond un angle d'environ 63 degrés, si les parties des Ancres suivent les proportions que nous avons supposées dans le second article : or si le fond de la Mer étoit parfaitement uni & poli comme une glace, il est très-certain que l'Ancre demeureroit constamment dans cette situation, mais comme ce fond est raboteux, & que le *jas* présente sa pointe appuyée en avant, à cause de son inclinaison en arriére, on voit qu'il heurtera continuellement contre les obstacles qu'il trouvera en son chemin, qu'il s'en ébranlera, & que très-aisément il se renversera & se couchera sur le fond; alors c'est la *croisée* qui est dans le plan vertical, & l'une de ses *pattes* présentera au fond sa pointe, quoique sous un angle presque droit, c'est-à-dire, que la tangente de l'extrémité de la patte fait un angle presque droit avec le fond; cette tangente est pourtant un peu inclinée en arriére, mais pas tant que le *jas* l'étoit dans l'autre situation de l'Ancre ; ainsi donc la *croisée* heurtera aussi contre les inégalités du fond, de même que le *jas* le faisoit

auparavant : mais ces impulſions qui ſe ſont contre le bout de la *croiſée*, ne ſeront peut-être pas ſi ſenſibles comme celles du *jas*, à cauſe que la *croiſée* n'eſt pas ſi longue que le *jas*, ni ſi obliquement appuyée ſur le fond : car on démontre aiſément dans la Méchanique, que la longueur & l'obliquité du levier heurtant, tel qu'eſt ici la branche inférieure de la *croiſée*, rendent les impulſions plus ſenſibles & plus efficaces dans notre cas pour renverſer l'Ancre; & quant à l'obliquité en particulier, l'expérience le confirmera, ſi en s'appuyant ſur une canne, on la gliſſe ſur le plancher : car on verra que la canne étant perpendiculaire au plancher, ne s'en trémouſſera pas tant, que ſi elle eſt inclinée en arriére. Il ſemble donc, pour les deux raiſons apportées, que les impulſions données contre la *croiſée* ne la renverſeront pas ſi facilement qu'elles renverſent le *jas*, & qu'elles ſerviront plûtôt à faire mordre la *patte* dans le fond; car après que la *croiſée*, par un coup reçû, a été pouſſée en haut, & qu'elle retombe la pointe contre le fond, cette pointe y entrera par la chûte d'un ſi grand poids, quelque legere que ſoit la chûte, & dès-lors l'Ancre n'eſt plus ſi ſujette à ſe renverſer, & l'action du *cable* l'enfoncera de plus en plus, comme nous ferons voir ci-deſſous.

XII.

Ce que nous venons de dire ſur la méchanique des Ancres jettées & traînées au fond de la Mer, ſe confirmera par l'expérience à ceux qui la voudront prendre comme je l'ai fait : Qu'on faſſe un petit modele d'Ancre, mais dont le *jas* ait toute la legereté poſſible, pour imiter parfaitement la nature des Ancres jettées au fond de la Mer, où le *jas* n'a plus de poids; ſi on traîne cette petite Ancre ſur une table bien polie, on verra qu'elle ne ſe renverſera jamais, que ce ſoit le *jas* ou la *croiſée* qui eſt couchée : Qu'on traîne enſuite cette Ancre ſur un plancher moins uni, & on la verra ſe renverſer très-ſouvent & très-facilement, & cela avec une facilité égale pour l'une & pour l'autre ſituation : car ſi d'un côté, en vertu du IXme article, la *croiſée* ſe couche plus

facilement que le *jas*, nous avons fait voir au contraire dans le précédent article, que les petits chocs donnés contre la *croisée* ne sont pas si sensibles que ceux du *jas*. Enfin si on traîne la petite Ancre sur un fond sablonneux, dont les inégalités & la dureté soient proportionnées à la grandeur & au poids de l'Ancre, on trouvera qu'après plusieurs roulements de côté & d'autre, la *patte* commencera à s'enfoncer, & qu'elle y entrera après cela si avant, qu'on ne sçauroit plus l'entraîner, sans employer considérablement plus de force, qu'on n'avoit fait au commencement de l'expérience. Tout ceci me paroît prouver exactement la vérité de ce que je viens d'avancer sur la méchanique des Ancres, & nous fait voir en même temps, quelle seroit la meilleure maniére d'essayer les Ancres : c'est sur quoi je m'expliquerai plus clairement à la fin de ce Discours. Il nous reste à examiner ce qui arrive aux Ancres, après qu'elles ont déja commencé à mordre dans le fond.

XIII.

Dès que l'Ancre a mordu dans le fond, elle laboure d'abord le sable, & par-là même elle résiste avec une plus grande force au *cable*, ou plûtôt au Vaisseau qui est la force mouvante; si on faisoit d'abord trop roidir le *cable*, sa force pourra facilement élever l'*arganeau*, ce qui fera nécessairement renverser la *croisée*, si elle ne tient déja bien ferme dans le fond, & en ce cas c'est à recommencer. On voit par-là que la flottaison du *jas* entre deux eaux ne sçauroit qu'être extrêmement préjudiciable au *mouillage*. Il y en a cependant qui ont cru cette flottaison essentielle à l'ancrage, pensant que c'est pour cette raison, qu'on fait le *jas* de bois. Il est certain que si le *jas* flottoit naturellement entre deux eaux, la *croisée* se coucheroit toûjours sur le fond, auquel cas l'ancrage ne sçauroit se faire : on s'en convaincra, si dans les expériences exposées dans le précédent article, on tiroit l'Ancre assés verticalement pour élever le *jas*, car on verra la *croisée* tomber aussi-tôt. Et si le *jas* étoit élevé après que la *patte* est déja entrée dans le fond, il arrivera, ou que la

patte tienne déja aſſés ferme pour empêcher le renverſement de l'Ancre, & en ce cas elle tiendra auſſi aſſés ferme pour empêcher que le Vaiſſeau ne *chaſſe ſur ſon Ancre*, ou qu'elle ne tienne pas aſſés ferme pour ſoûtenir l'effort de la *croiſée* de ſe coucher, & en ce cas toute la manœuvre de l'ancrage eſt renduë inutile. Ainſi donc l'élevation du *jas*, ou bien celle de l'*arganeau*, ne peut jamais avancer le *mouillage*, mais bien le retarder. Il faut donc l'éviter, en tirant le *cable* le plus horiſontalement qu'on peut, & en *filant le cable ſur les bittes* aſſés vîte pour qu'il ne ſoit pas trop roide, ni par conſéquent ſes efforts trop grands. Nous allons examiner cela de plus près.

XIV.

Soit dans la ſeconde Figure, *MN* le chemin que l'Ancre fait ſur le fond de la Mer, *PC* la ligne tirée perpendiculairement à l'extrémité de la *patte*; elle coupe, comme j'ai dit au ſecond article, la vergue *AB* au milieu *C*, & par les proportions ſuppoſées dans le même article, l'angle *ACP* ſera d'environ 30 degrés, & par conſéquent l'angle *CPB*, qui en eſt la moitié, de 15 degrés; c'eſt cet angle qui fait l'obliquité de la *patte* contre le fond, & ſans cette obliquité, elle n'y pourroit mordre qu'autant qu'elle y ſeroit forcée par ſon propre poids, qui ſeul ne ſuffiroit pas; car outre ledit poids, c'eſt auſſi la force du *cable* qui fait entrer la *patte* plus avant dans le fond, après qu'elle a commencé à y mordre; la direction de cette ſeconde force eſt la tangente du *cable* en *B*, celui-ci prenant la figure de la chaînette, qui approche plus ou moins de la ligne droite ſelon ſa longueur & la force avec laquelle il eſt tiré par le Vaiſſeau. Soit donc *BE* la direction du *cable* en *B*, & que *BE* exprime en même temps la force qui tire l'Ancre *BDP*: il faut réſoudre d'abord cette force en ſa verticale *OB*, & horiſontale *FB*, en faiſant le rectangle *BOEF*. Quant à la force verticale *BO*, elle fait effort pour lever l'*arganeau*, mais de ſçavoir ſi elle l'élevera actuellement ou non, cela dépend de la force abſoluë *BE* & de l'angle *EBF*, comparés avec Fig. 2.

la force que l'Ancre exerce par ſon poids ſur le point *B*, & la réſiſtance que l'enfoncement de la *patte* peut apporter contre cette élevation. Ce qu'il y a de ſûr, eſt que l'élevation de l'*arganeau* & du *jas* peut très-facilement faire renverſer l'Ancre ſur ſa *croiſée*, & retarder par-là le ſuccès de l'ancrage, pendant qu'elle ne ſçauroit être d'aucune utilité, & qu'il faut par conſéquent diriger la manœuvre de maniére que le *jas* reſte couché ſur le fond ; cela étant, ladite force verticale *OB* reſte ſans effet. Quant à la force horiſontale *FB*, comme ſa direction paſſe par *P*, & que c'eſt la réſiſtance de la *patte* qui eſt oppoſée à cette force, on voit qu'il faut la conſidérer comme appliquée en *P*, & enſuite la réſoudre en deux, l'une parallele à la direction de l'extrémité de la *patte* en *P*, & l'autre perpendiculaire à cette direction : ces directions ſont repréſentées par les lignes *BG* & *GF*, la premiére ſert directement à enfoncer la *patte*, l'autre force appliquée en *P*, & parallele à *GF* ne fera que preſſer fortement la ſurface de la *patte* contre le ſable, qu'elle renverſera en labourant le fond, ſi la force eſt aſſés grande ; & cela continuëra ainſi juſqu'à ce que la *patte* ſoit aſſés enfoncée pour ne plus ſe laiſſer entraîner par cette force. Voilà de quelle maniére les Ancres agiſſent, en arrêtant ainſi peu à peu les Vaiſſeaux, & les affermiſſant enſuite contre le vent, contre les courants, & ſur-tout contre les coups de Mer : ce ſont ceux-ci qui font le plus d'effet, mais ils ne font ordinairement qu'enfoncer de plus en plus les Ancres, qui le ſont déja trop pour labourer encore le fond, pendant qu'elles peuvent toûjours y entrer davantage, d'autant que les lames tirent le *cable* bruſquement, de ſorte que la force réſultante approche plûtôt de la nature des chocs, que des ſimples forces qu'on appelle *mortes :* auſſi voit-on que dans les grandes tempêtes, les coups de Mer font plus ſouvent rompre le *cable* que *déraper* l'Ancre.

X V.

Tâchons ici d'avoir quelque idée ſur le rapport des forces dont nous venons de parler, pour pouvoir les comparer

ensemble, ce qui nous sera d'une grande utilité dans la suite.

Soit donc dans la troisiéme Figure, *AB* le *cable*, le point *A* représentant l'endroit de l'*arganeau*, & *B* celui de l'*écubier*, en négligeant la longueur du *cable* depuis la surface de l'eau jusqu'à l'*écubier*. J'ai déja dit qu'à cause du poids que le *cable* a sous l'eau, il prendra la figure connuë sous le nom de la *chaînette*. Qu'on conçoive cette courbe *BA* continuée jusqu'en *G*, qui est son point le plus bas, & où la tangente est horisontale : qu'on s'imagine ensuite à chacune des extrémités *A* & *B*, être appliquées deux forces, une horisontale & une verticale, qui toutes quatre soient en équilibre, & tiennent le *cable* suspendu ; les grandeurs & les directions de ces forces sont représentées par *AE*, *AF*, *BD* & *BC*. Ceci posé, on sçait qu'en faisant les rectangles *AEHF* & *BDLC*, les diagonales *AH* & *BL*, représentant les deux forces résultantes des quatre forces exposées, seront des tangentes aux points *A* & *B*; outre cette propriété connuë, en voici deux autres. Fig. 3.

1.° Je dis que les deux forces horisontales *AE* & *BD* sont toûjours égales entr'elles. J'ai une démonstration analytique de cela tirée de la nature de la chaînette, que j'obmets parce qu'il me semble qu'il suffit de remarquer, que toutes les autres forces, tant celles qui sont représentées par *AF* & *BC*, que les forces infiniment petites qui tirent chaque point du *cable*, sont verticales, & que par conséquent les deux dites forces horisontales *AE* & *BD* doivent se détruire & être égales sous des directions opposées.

2.° Que la force *BC* est à la force *AF*, comme la longueur *BG* est à la longueur *AG*, car la force *BC* est précisément égale au poids du *cable* sous l'eau, de la longueur *BG*, & la force *AF* égale au poids que le *cable* de la longueur *AG* auroit sous l'eau.

De ces deux Théoremes, on peut trouver les forces *AE* & *AF*, en connoissant les deux forces *BD* & *BC* avec le poids du *cable* submergé *BA*; il suffit même de connoître la force horisontale *BD*, & l'angle *LBD* que le cable fait avec la surface de la Mer.

En conſéquence de ce que je viens de dire, poſons la longueur du cable $BA = l$, ſon poids ſous l'eau $= p$: la force $BD = P$, le ſinus total $= 1$, le ſinus de l'angle $LBD = s$, ſon co-ſinus $= c$; cela poſé, on aura $BC : BD :: s : c$, ou $BC = \frac{s}{c} P$: or la force BC eſt égale au poids du cable de la longueur BAG, on trouve par conſéquent cette longueur BAG par une telle analogie, $p : l :: \frac{s}{c} P : \frac{sP}{cp} l$, qui eſt la longueur BAG, & de-là on tire la longueur $AG = \frac{sP}{cp} l - l$. De ceci, on trouve la force AF par une telle analogie, $BAG : AG :: BC : AF$, ce qui donne la force $AF = \frac{s}{c} P - p$. Enfin la force AE eſt, comme nous avons déja dit, égale à la force BD, ou égale à P. Nous tirerons quelques Corollaires de ces valeurs trouvées, après avoir fait remarquer au lecteur, que la force BD eſt ici celle que le Vaiſſeau exerce horiſontalement : que la force BC marque l'effort que le Vaiſſeau fait pour s'élever davantage hors de l'eau, car l'action du *cable* fait un peu enfoncer le Vaiſſeau : que la force AE marque l'effort horiſontal ſoûtenu par l'Ancre (lequel nous avons exprimé par BF dans la ſeconde Figure) : & enfin que la force AF eſt produite par une partie du poids de l'Ancre ; elle eſt égale & oppoſée à BO dans la ſeconde Figure. Voici maintenant quelques Corollaires qu'on peut remarquer pour notre ſujet, préférablement à d'autres.

1.° *Si* le poids du *cable* ſubmergé étoit comme nul par rapport à la force qu'exerce le Vaiſſeau, on auroit $p = 0$, $BAG = \infty$, & la force AF égale à la force BC.

2.° Si le poids du *cable* ſubmergé étoit à la force du Vaiſſeau, comme le ſinus de l'angle que le *cable* fait avec la ſurface de la Mer à ſon co-ſinus, la partie AG deviendroit nulle, de même que la force AF, c'eſt-à-dire, que la direction du *cable* près l'*arganeau* ſeroit alors horiſontale, & ſi ledit poids du *cable* ſubmergé avoit une plus grande raiſon

à la

à la force du Vaiſſeau, une partie du *cable* depuis l'*arganeau* ſe couchera ſur le fond de la Mer ; & ſi enfin cette raiſon eſt plus petite que celle de s à c, la force AF ſera toûjours poſitive vers le bas : d'où l'on voit que plus l'angle du *cable* & de la ſurface de la Mer eſt petit, & plus la longueur du *cable* ſubmergé eſt grande, plus la force cherchée AF ſera petite.

3.° Notre remarque la plus eſſentielle regarde ce que j'ai dit dans le XIVme article, *qu'il faut diriger la manœuvre de maniére que le* jas *reſte couché ſur le fond.* Or j'eſtime, après avoir bien conſidéré toutes les proportions des Ancres & de leur poids ſous l'eau, qu'une force verticale tirant l'*arganeau* en haut l'élevera, ſi elle ſurpaſſe deux neuviémes, ou la cinquiéme partie du poids abſolu de l'Ancre. Il faut donc, pour faire que le *jas* reſte couché ſur le fond, que cette force ſoit moindre que ladite cinquiéme partie du poids abſolu de l'Ancre, ſans quoi l'action du *cable* élevera le *jas*. Poſant donc le poids de l'Ancre hors de l'eau $= \pi$, il faut faire que $\frac{sP}{c} - p$ ſoit toûjours moindre que $\frac{\pi}{5}$. Ce que nous venons d'exprimer par des formules génerales, nous l'expliquerons dans la ſuite par des exemples particuliers tirés des regles de la Navigation, pour en faire voir l'utilité. Cependant il faudra tâcher d'avoir quelque connoiſſance, quand même elle ſeroit fort imparfaite, de la force horiſontale que le Vaiſſeau exerce, déſignée par P. Il n'y a que cette force dont la détermination ſoit difficile & vague ; voici cependant quelques réfléxions qui pourront nous donner quelques éclairciſſements là-deſſus.

XVI.

Tant que le Vaiſſeau n'eſt pas encore arrêté ni le *cable amarré*, on peut modérer la force P, comme on le trouve à propos, en *filant* le *cable* plus ou moins : il eſt *loué* pour cet effet, c'eſt-à-dire, diſpoſé en rond pour pouvoir en laiſſer paſſer par l'*écubier* autant qu'on veut, ſans que le Vaiſſeau ſoit retardé beaucoup par l'Ancre, ſi la choſe le demande

ainſi. Nous ne dirons donc rien pour ce cas ſur ladite force *P*, puiſqu'elle dépend abſolument de la diſcrétion de ceux qui filent le *cable :* il ne tiendra qu'à eux de faire qu'elle ne ſurpaſſe jamais un certain degré, & tant qu'elle n'eſt pas plus grande que $\frac{c}{5} \times (p + \frac{\pi}{5})$, elle n'élevera point l'*arganeau*, en vertu du troiſiéme Corollaire du précédent article.

Mais le Vaiſſeau étant arrêté, il ſoûtient encore l'effort des vents, celui des courants & les coups de Mer. L'effort des vents contre un Vaiſſeau n'eſt pas bien grand, quand les voiles ſont baiſſées : celui des courants l'eſt beaucoup davantage. Voici comment je l'ai déterminé pour une Frégate, ſur laquelle j'ai fait autrefois un trajet ſur Mer.

Je remarquois un jour qu'avec un vent en poupe d'environ 20 ou 22 pieds par ſeconde (c'eſt-à-dire, qui faiſoit parcourir à l'air l'eſpace de quelques 20 pieds par ſeconde, ce que je connoiſſois par le moyen d'un certain Inſtrument que j'avois inventé & préparé à ce deſſein) nous faiſions 6 pieds par ſeconde, ce que je connoiſſois encore par le moyen d'une Boule d'yvoire attachée par un fil, laquelle je plongeois dans l'eau, en remarquant l'inclinaiſon du fil qui en provenoit. [M. Poleni s'eſt ſervi enſuite de la même méthode dans ſa piéce qui a remporté le Prix de 1733, digne de cette glorieuſe récompenſe, & je l'ai trouvée fort bonne, moyennant quelques regles que l'expérience m'a fait remarquer]. Les voiles, qui étoient perpendiculaires à la direction du vent, pouvoient avoir toutes enſemble une ſurface à peu-près égale à 2000 pieds quarrés. La vîteſſe relative du vent contre les voiles étoit donc 14 ou 16 pieds par ſeconde, qui eſt telle que la peſanteur naturelle produit dans un corps qui tombe de la hauteur d'environ 4 pieds : d'où il ſuit, en ſe ſervant de la regle de M. Mariotte ſur la force des Fluides (que je cite ici, quoiqu'il y ait quelque correction à faire, me réſervant de publier un jour ma nouvelle Théorie ſur cette matiére, que j'ai confirmée par un grand nombre d'expériences très-exactes) que la force du vent contre les voiles

étoit égale au poids d'un priſme d'air haut de 4 pieds fait ſur une baſe de 2000 pieds quarrés, c'eſt-à-dire, au poids de 8000 pieds cubiques d'air; & comme du temps de cette obſervation l'air étoit aſſés chaud, je crois ne devoir donner à un pied cubique d'air que le poids d'une once, de ſorte que toute la force du vent devient égale à 8000 onces ou 500 livres. Or dans un Vaiſſeau, dont la vîteſſe eſt uniforme, la réſiſtance de l'eau eſt égale à la force qui le pouſſe; notre Frégate ſouffroit donc alors une réſiſtance de 500 livres, & ſi on l'avoit affermie à l'Ancre contre un courant de 6 pieds par ſeconde, ce courant auroit fait contre la Frégate un effort horiſontal encore de 500 livres (je dirai ici en paſſant, que le poids de notre *maîtreſſe Ancre* étoit auſſi d'environ 500 livres); c'eſt cette force que nous avons appellée *P* ci-deſſus. Si la vîteſſe des courants eſt moins grande, leur force contre le Vaiſſeau en devient auſſi moins grande, mais cela ne va pas tout-à-fait, comme on croit communément, en raiſon quarrée des vîteſſes, car un nombre infini d'expériences a fait voir que cette regle, quoique forte exacte dans les mouvements violents, s'écarte beaucoup de la vérité dans ceux qui ſe font lentement, comme M. Newton a fait voir dans ſes *Princ. Mathem. Philoſ. nat. edit. 3me*. Ce que nous venons de dire ſuffit pour nous donner une idée de la grandeur de la force abſoluë horiſontale d'un Vaiſſeau déja arrêté, puiſque cette force provient la plûpart des courants de la Mer contre le Vaiſſeau, quoique la cauſe de ces courants puiſſe varier. Diſons encore deux mots ſur l'effort des lames contre les Vaiſſeaux.

On ſçait que les lames ne ſont qu'un mouvement réciproque des eaux qui montent & deſcendent alternativement ſans changer de place, qu'autant qu'elles ſont emportées par les courants: elles n'agiſſent donc qu'en élevant avec précipitation le Vaiſſeau, qui eſt obligé par-là de s'approcher très-vîtement de l'endroit qui répond verticalement à l'Ancre; & comme le Vaiſſeau ne ſçauroit obéir aſſés promptement, le *cable* en reçoit une forte impreſſion, qui fait quelquefois

déraper l'Ancre, & quelquefois rompre le *cable :* cette impreſſion eſt d'autant plus grande que le mouvement des lames eſt prompt & grand, & que le *cable* approche plus de la poſition verticale. La maniére de connoître en gros cette force, ſeroit de ſçavoir le temps d'une ondulation, la hauteur de laquelle le Vaiſſeau eſt élevé, & combien le Vaiſſeau eſt obligé par cette élévation de s'approcher de l'endroit qui eſt *à pic* avec l'Ancre : car ſi, par exemple, le Vaiſſeau étoit élevé de 12 pieds en 3 ſecondes, & qu'il fût obligé par-là de faire un eſpace de 6 pieds ſur la ſurface de la Mer vers l'Ancre, on pourroit chercher quelle ſeroit la force qui dans le temps de 3 ſecondes pût faire parcourir au Vaiſſeau 6 pieds depuis le repos. Mais ces recherches ſeroient trop ennuyeuſes, & n'appartiennent pas aſſés à notre ſujet principal.

Enfin il arrive auſſi que les eaux des lames ſe roulent près leur ſurface, & viennent à ſe briſer contre les Vaiſſeaux : mais cet effort n'eſt pas fort conſidérable, parce que ces eaux ne ſont pas en grande quantité, & qu'elles ne cauſent par leur choc qu'un léger trémouſſement aux parties du Vaiſſeau.

Quand on a jetté deux Ancres ou trois, on connoîtra par les regles de la décompoſition des forces, quel effort chaque *cable* & chaque Ancre ſoûtiennent.

XVII.

Nous avons examiné juſqu'ici toute la théorie des Ancres, depuis le moment qu'elles ont touché le fond de la Mer juſqu'à celui qu'on veut deſancrer. Ce deſancrage ſe fait en tirant le *cable* par le moyen du *cabeſtan* juſqu'à faire venir l'Ancre à *pic ;* quelquefois pour faire plus vîtement, on gouverne le Vaiſſeau juſqu'au même endroit en le *virant de bord.* Lorſqu'il y a pluſieurs Ancres, on deſancre par le moyen d'une Chaloupe en *boſſant* l'Ancre, c'eſt-à-dire, en *amarrant la boſſe* qui ſaiſit le *cable,* & qui eſt un bout de corde garni d'un *cul de porc* double à chaque bout.

Je viens maintenant au point principal ; c'eſt de parcourir toutes les parties des Ancres à part, d'examiner leur fonction, & de voir de quels changements & corrections elles ſont ſuſceptibles.

XVIII.

Commençons par le *Jas.* Nous avons déja vû qu'il ſert à mettre la *croiſée* dans un plan vertical, ce qui eſt abſolument néceſſaire pour le *mouillage.* Nous avons démontré encore dans les articles IV, V, VI, VII, VIII & IX, qu'il eſt beaucoup plus naturel aux Ancres (en donnant à leurs parties les proportions ordinaires) d'avoir hors de l'eau la *croiſée* dreſſée que couchée ſur le fond, & même que cette derniére ſituation ne ſçauroit qu'être extrêmement rare à certains égards, mais qu'à cauſe de la légereté du *jas* dans les Ancres ſubmergées, les deux poſitions leur ſont à peu-près également naturelles, & même que la *croiſée* ſe couche plus facilement qu'elle ne ſe dreſſe, ſur-tout lorſque le *cable* commence à ſe roidir, & que la *patte* n'eſt pas encore entrée bien avant dans le ſable, laquelle derniére circonſtance nous avons démontrée dans les articles XIV & XV. Or comme la ſûreté du *mouillage* demande abſolument que la *croiſée* préſente toûjours au fond l'une de ſes *pattes*, il faut ſans doute fixer là toute l'attention : mais il ſuit des articles IV & V, que plus le centre de gravité d'une Ancre ſubmergée eſt près de l'*arganeau*, & plus le *jas* eſt long, plus la juſte poſition des Ancres ſera ſûre. Ne vaudroit-il donc pas mieux de faire le *jas* de fer que de bois, ou du moins de le garnir tout autour d'une groſſe plaque de fer ? Le ſuccès de cette correction eſt ſûr & infaillible pour donner la poſition requiſe aux Ancres. Il ſemble que ceux qui ſe ſont aviſés les premiers de mettre des *jas* aux Ancres, n'ont fait conſiſter leur action que dans la longueur, ſans faire attention que leur poids en augmente le plus conſidérablement l'effet : ſans cela je ſuis ſûr qu'ils n'auroient pas manqué de le faire d'abord de fer. Voyons cependant quelle influence ce changement aura ſur les autres circonſtances, puiſqu'une choſe eſt ſouvent bonne à un certain égard, & mauvaiſe à un autre. Il ne ſera donc pas hors de propos de faire attention ici à ce que j'ai marqué dans le XIVme article, ſçavoir que ſi l'Ancre eſt dans ſa juſte poſition, l'action du *cable* peut facilement élever

l'*arganeau*, & par-là renverſer l'Ancre : il ne faut pour cela dans les Ancres ordinaires qu'une force verticale qui ſoit égale à la cinquiéme partie du poids de l'Ancre, comme j'ai dit à la fin du XVme article : mais ſi on faiſoit le *jas* de fer, quoique du même poids qu'on le fait de bois, il faudra une force verticale qui ſoit environ égale à la moitié du poids de l'Ancre pour élever l'*arganeau*, & l'action du *cable* ne peut guére produire une ſi grande force verticale, à moins que la *patte* ne ſoit déja entrée bien avant dans le fond, auquel cas l'Ancre ne ſçauroit plus ſe renverſer, ni peut-être ſa *vergue* être élevée par cette force, quoiqu'aſſés grande pour l'élever dans une Ancre libre. On me dira peut-être que l'Ancre devient trop lourde ou trop peſante en faiſant le *jas* de fer; mais j'ai déja répondu à cela, qu'on peut le faire du même poids qu'on a coûtume de faire les *jas* de bois, ne prétendant pas qu'on lui donne l'épaiſſeur ordinaire; il ſuffira de lui donner la moitié de l'épaiſſeur qu'on donne à la *vergue*, & de cette maniére il ne deviendra pas plus peſant que s'il étoit de bois, & ne laiſſera pas d'avoir encore autant de force. On pourra diminuer l'épaiſſeur du *jas* vers les deux bouts, comme on fait aux *jas* de bois, parce que c'eſt au milieu que le *jas* ſouffre le plus, & qu'il doit par conſéquent être le plus épais. Quant à la longueur du *jas*, il eſt vrai que plus il eſt long, mieux il ſervira pour mettre l'Ancre dans ſa juſte poſition; cependant il ne faut pas augmenter ſon poids ſans néceſſité, car ſa groſſeur devant être proportionnée à ſa longueur, il deviendroit trop peſant, ſi on vouloit le faire plus long que de coûtume : ſa longueur ordinaire ſuffira, comme on voit aſſés par le VIIme article, qui ne doit point être changé pour être appliqué à l'état de ſubmerſion, lorſque les *jas* des Ancres ſont faits de fer & ſemblables aux *jas* de bois par rapport à leur poids & à leur longueur.

XIX.

Après le *jas*, nous conſidérerons la *Vergue*. Chacun voit un grand nombre d'inconvénients qui proviendroient, ſi

on vouloit ſaire la *vergue* tout-à-fait courte. Je ne ferai ici attention qu'à trois points, qui ſans doute ſont les principaux. Le premier regarde l'angle APB dans la ſeconde Figure, qui en vertu du XIV.me article doit néceſſairement être obtus: or ſi on faiſoit la *vergue* aſſés courte pour que le point B tombât entre les points A & C, on voit que cet angle deviendroit aigu, & l'Ancre tout-à-fait impropre pour l'ancrage. Il faut donc que la *vergue* AB ſoit plus longue que AC, qui marque, pour ainſi dire, la longueur du rayon oſculateur de la courbûre AP que je ſuppoſe déterminée. Si on faiſoit AB d'une longueur infinie, l'angle CPB deviendroit égal à l'angle ACP qui eſt d'environ 30 degrés ; mais je démontrerai ci-deſſous que cet angle CPB doit être d'environ 27 degrés, & il obtient ladite grandeur, en faiſant AB neuf ou dix fois plus longue que AC: mais une telle longueur, quoique la plus avantageuſe à cet égard, ſeroit énorme, étant cinq fois plus grande que la longueur qu'on donne ordinairement à la vergue : il vaut donc mieux aggrandir l'angle CPB (qui n'eſt que d'environ 15 degrés) par un autre changement dans la ſtructure des Ancres, que par celui de la longueur de la *vergue :* mon intention n'a été juſqu'ici que de démontrer qu'on ne ſçauroit faire la *vergue* trop longue à l'égard du premier point, dont nous venons de parler.

Le ſecond point, ſur lequel la longueur de la *vergue* a quelque influence, regarde la facilité avec laquelle l'Ancre prend l'une des deux poſitions qui lui ſont naturelles, & dont j'ai parlé dans le III.me article & les ſuivants. Or les formules des articles IV & V, m'ont fait connoître à cet égard que plus on allonge la *vergue*, plus l'Ancre prendra facilement ſa poſition requiſe pour l'ancrage, car la raiſon de $HI - H\lambda$ à $HI - HL$ dans la premiére Figure (dont j'ai parlé au VI.me article) en devient toûjours plus grande. Nous avons trouvé dans le VII.me article cette raiſon comme 7 à 2 pour les Ancres non ſubmergées, & cette même raiſon convient auſſi aux Ancres ſubmergées, dont le *jas* eſt de fer, & du même poids qu'on donne aux *jas* de bois, tels que

j'ai conſeillé de faire dans le précédent article ; mais ſi on faiſoit la *vergue* d'une longueur infinie, cette raiſon ſeroit environ comme 11 à 2, & par conſéquent plus grande : cela fait voir qu'on ne ſçauroit faire la *vergue* trop longue à l'égard de ce point, non plus qu'à l'égard du premier.

En troiſiéme lieu, la longueur de la *vergue* peut faciliter le deſancrage : car lorſque la *patte* s'eſt trop enfoncée dans le fond, le deſancrage ſe fait avec aſſés de peine, ſur-tout après les tempêtes, par la raiſon expoſée à la fin du XIV.me article ; en ce cas l'Ancre étant *à pic*, la *vergue* ſert d'un long levier, moyennant lequel on fait renverſer à la *patte* le ſable endurci qui la retient.

Il eſt donc enfin de la *vergue* comme du *jas :* on ne ſçauroit dans la théorie les faire trop longs ni l'un ni l'autre : ce qui doit les borner, conſiſte ſimplement en ce qu'il ne faut pas augmenter le poids des Ancres ſans en tirer une utilité ſuffiſante, d'autant qu'en faiſant leurs parties plus longues, il faut auſſi les faire à proportion plus épaiſſes & plus fortes, étant alors plus ſujettes à ſe rompre ou à ſe plier.

On fait au reſte les *vergues* cylindriques, c'eſt-à-dire, d'une épaiſſeur égale dans toute leur longueur. Si on n'avoit égard en cela qu'aux riſques que la *vergue* court de ſe courber ou de ſe rompre par les différents efforts qu'elle ſouffre, il eſt certain qu'il faudroit donner une toute autre proportion à ſes différentes épaiſſeurs, & nommément les augmenter vers la *croiſée,* & les diminuer vers le *jas ;* mais ces changements entraîneroient d'autres inconvénients : car toute Ancre doit avoir un certain poids, & il eſt indifférent pour le ſuccès de l'ancrage, de quelle maniére ce poids ſoit diſtribué, pourvû que le centre de gravité ne ſoit ni trop près de la *croiſée,* ni trop près du *jas :* s'il eſt trop près de la *croiſée,* l'Ancre en prend plus difficilement ſa juſte poſition, & c'eſt-là l'inconvénient d'augmenter les épaiſſeurs de la *vergue* vers la *croiſée ;* & ſi au contraire le centre de gravité étoit trop près du *jas,* la force qui fait entrer la *patte* dans le fond deviendroit trop petite. Je crois donc qu'on peut laiſſer les *vergues* cylindriques

cylindriques telles qu'on les fait; mais au reste il faut absolument les faire aussi longues qu'il est possible, en conservant la même masse ou le même poids, sans les rendre trop foibles ou trop sujettes à se courber; cette regle est certaine, mais son résultat ne sçauroit être déterminé que par un grand nombre d'expériences. Quant enfin au bout quarré de la *vergue*, on voit bien qu'on le fait quarré, & plus gros que le reste, pour empêcher davantage le *jas* de tourner autour du bout: mais si on fait le *jas* de fer, comme j'ai conseillé de faire par de fortes raisons, on soudera la *vergue* au *jas*, comme on la soude à la *croisée*.

XX.

Examinons maintenant la *Croisée*. Sa courbure est ce qui se présente d'abord à l'esprit, & qui paroît le plus de conséquence. Il est vrai que c'est une assés petite portion de courbe, qui pourra toûjours passer sans grande erreur pour une portion du cercle osculateur, c'est-à-dire, d'un cercle décrit du rayon *PC* (*Fig. 2.*) qui est perpendiculaire à l'extrémité de la *croisée*, puisque l'angle *ACP*, qui est la mesure de toute la courbure de la demi-*croisée*, n'est que de 30 degrés. Mais comme on doit employer une exactitude géométrique dans toutes ses recherches, celle-ci ne sera pas hors de sa place. La principale question sera de sçavoir les conditions auxquelles il faudra satisfaire, c'est sur quoi je suis bien persuadé que chacun aura une idée particuliére, & ce sera à examiner laquelle aura le plus de poids & de vraisemblance. Pour moi je me suis enfin fixé à un simple arc de cercle, car il n'y a que cette courbe dont les parties congruent parfaitement en les appliquant l'une sur l'autre. Cette courbe donne par-là un grand avantage à la *croisée*; car en l'enfonçant davantage, chaque partie postérieure prend la place d'une antérieure, & ainsi le sable du fond n'est déplacé qu'autour du bord de la *patte*. Si l'on prend toute autre courbe, il faudra qu'au moindre enfoncement chaque partie de la *croisée* se fasse jour, & surmonte un nouvel obstacle, ce qui rend les enfoncements plus difficiles, & fait en même temps que l'Ancre se

tient moins ferme dans le ſable qu'elle aura élargi de tout côté. On pourra faire l'expérience de ce que je viens de dire fort facilement avec un clou courbé de maniére que les deux tangentes tirées aux extrémités faſſent un angle donné : car on trouvera que ſi on donne au clou une courbûre circulaire, il entrera plus facilement, & tiendra enſuite plus ferme que ſi on lui avoit donné toute autre courbûre, outre que ſes parties en ſouffriront moins. On m'objectera peut-être ici, & une perſonne d'autorité à qui j'ai communiqué mes penſées ſur cette matiére, l'a fait, que ce raiſonnement ſuppoſe le centre *C* en repos, & que l'Ancre n'eſt plus entraînée par le Vaiſſeau : je réponds à cela, 1.° Que ſi on vouloit conſidérer le mouvement progreſſif de l'Ancre, chaque degré de vîteſſe demanderoit une autre courbe, quoique d'une même claſſe. 2.° Que la courbûre de la *croiſée* eſt indifférente juſqu'à ce que la *patte* ſoit déja entrée dans le fond, & que dès-lors l'Ancre eſt ordinairement déja affermie, & qu'il ne s'agit plus que de l'affermir davantage. Voilà la raiſon qui m'a fait choiſir la courbûre circulaire préférablement à une autre, & cela d'autant plus qu'elle eſt ſans doute la plus facile à forger.

La longueur de la *croiſée* eſt relative avec celle du *jas ;* plus la *croiſée* eſt courte par rapport à celle du *jas*, plus l'Ancre ſe couchera facilement ſur le *jas :* il ne faut donc pas la faire longue ſans néceſſité, & cela d'autant moins que la croûte ſabloneuſe & pénétrable n'eſt pas fort épaiſſe, comme j'ai rapporté au Xme article; mais auſſi doit-on faire la *croiſée* aſſés longue pour que la *vergue* ne l'empêche pas d'enfoncer davantage, ſur-tout lorſque le fond eſt tel que la *patte* y entre avec beaucoup de facilité, car en ce cas elle doit entrer bien avant pour s'y tenir ferme ſans labourer le fond. On peut remarquer encore, qu'en choiſiſſant pour la *croiſée* la courbûre circulaire d'un même rayon, l'angle *CPB* eſt proportionnel à la longueur de la *croiſée ;* on auroit donc à cet égard un avantage en la rendant plus longue, puiſque les proportions indiquées au ſecond article ne donnent à cet angle que 15 degrés, & qu'il devroit être, comme j'ai déja

marqué, de 27 degrés. Mais comme cet angle peut être augmenté d'une autre maniére, qui ne préjudicie pas aux autres points, cette raiſon ne doit pas nous engager à faire la *croiſée* plus longue que de coûtume. A mon avis, il ſuffira de donner à la *croiſée* la longueur d'un arc circulaire de 60 degrés, quoiqu'ordinairement on la faſſe un peu plus longue, autant que j'ai pû juger par les Figures.

Les épaiſſeurs de la *croiſée* ſont diminuées vers les extrémités pour deux raiſons : l'une eſt que les différentes forces qui agiſſent ſur la *croiſée*, & qui pourroient la courber ou la rompre, ſont plus ſenſibles ſur le milieu que ſur les extrémités : la ſeconde raiſon eſt que l'on donne par-là aux deux *branches* la nature du coin, qui les fait entrer plus facilement dans le fond.

L'angle que l'extrémité de la *croiſée*, ou bien de la *patte*, doit faire avec le fond, le *jas* y étant couché horiſontalement, eſt un des points eſſentiels : ſi on donne à la *croiſée* la figure d'un arc de cercle, ſi on lui donne 60 degrés d'ouverture, & ſi on fait le rayon égal à la moitié de la *vergue*, l'angle *APB* devient égal à 105 degrés, & l'angle *CPB* à 15 degrés. Mais ils me paroiſſent trop petits : leur plus avantageuſe grandeur dépend du rapport des forces qui ſont mordre la *patte* dans le fond, dont l'une provient du poids de l'Ancre, & l'autre eſt la force *BF* qui tire l'Ancre horiſontalement, & dont j'ai expliqué l'action dans le XIV.me article.

Soit donc encore, comme dans le XV.me article, le poids abſolu de l'Ancre $= \pi$, ſon *jas* étant de bois, j'eſtime le poids de l'Ancre ſous l'eau $= \frac{2}{3}\pi$. Poſons d'ailleurs, comme dans le IX.me article, le centre de gravité d'une telle Ancre être à la diſtance d'un tiers de la *vergue* depuis la *croiſée*, & on aura la preſſion que la *patte* exerce ſur le fond de la Mer par le poids de l'Ancre, égale à $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}\pi$ ou $\frac{4}{9}\pi$. On trouve à peu-près la même valeur de $\frac{4}{9}\pi$ pour les Ancres garnies d'un *jas* de fer, tel que j'ai conſeillé de faire dans le XVIII.me article ; parce que ſi d'un côté le *jas* eſt plus peſant ſous

l'eau, le centre de gravité eſt au contraire plus loin de la *croiſée.* Voilà ce qui regarde la premiére force.

Quant à la force horiſontale *BF* (que nous avons appellée *P* dans le XV.me article) nous en avons donné un exemple au XVI.me article, en faiſant voir qu'elle étoit égale au poids de 500 livres, au cas qu'elle fût produite par un courant de 6 pieds par ſeconde : cette force de 500 livres étoit à peu près égale au poids de la maîtreſſe Ancre que le Vaiſſeau en queſtion portoit : mais il s'en faut beaucoup que la force horiſontale, dont il s'agit ici, doive être eſtimée ſi grande : car outre que les courants ſont ordinairement beaucoup moins forts, ne faiſant guéres au de-là de 2 ou 3 pieds par ſeconde, il ne faut pas conſidérer ici les forces que le Vaiſſeau ſoûtient étant déja affermi à l'Ancre, mais celles qui retardent le Vaiſſeau par la manœuvre de l'ancrage, l'Ancre n'étant pas encore entrée dans le fond. On peut alors conſidérer la réſiſtance de l'Ancre, qui eſt égale à la force *P*, comme produite par le ſimple frottement que l'Ancre ſouffre, étant traînée par ſa *patte* & ſur une ſurface ſabloneuſe ſemblable à celle du fond de la Mer. Les expériences qu'on a faites à cet égard ſur différents corps & différentes ſurfaces, me font eſtimer ladite réſiſtance égale à un tiers du poids que l'Ancre a ſous l'eau, ou égale à deux neuviémes du poids abſolu de l'Ancre. Si je me trompe dans cette eſtime, du moins eſt-il évident que je n'ai pas manqué dans l'excès : la force horiſontale, égale à la même réſiſtance, doit donc être pour le moins poſée égale à $\frac{2}{9}\pi$, & ainſi les deux forces en queſtion, dont il s'agit d'eſtimer le rapport en gros, ſont donc comme $\frac{4}{9}\pi$ à $\frac{2}{9}\pi$, c'eſt-à-dire, comme 2 à 1. Cela ſignifie que la *patte P* eſt preſſée par deux forces, l'une exprimée par *PH* qui eſt verticale, produite par le poids de l'Ancre, & l'autre repréſentée par *PL* qui eſt horiſontale, produite par l'action du *cable*, & que la premiére eſt tout au plus double de la ſeconde. Si l'on acheve le rectangle, la diagonale *PI* exprimera la force réſultante des deux dites forces, & l'on voit

que c'eſt la direction de cette diagonale que l'extrémité de la *patte* doit avoir, parce que de cette maniére les deux forces combinées enfoncent directement la *patte* dans le fond. On trouve la même choſe par la méthode *des plus grands & des moindres*. Puiſque donc PH eſt double de PL, & que PI doit être une tangente en P, il ſuit que l'angle LPI eſt de 63 degrés, & ſon complément CPB (car l'angle CPI eſt droit) de 27 degrés. [Ce calcul doit être un peu changé pour les Ancres qui auroient le *jas* de fer, en ce qu'elles ne perdent pas tant de leur poids par la ſubmerſion, de ſorte que la force PL en devient un peu plus grande; on pourra donc bien faire dans ces Ancres l'angle CPB de 30 degrés. La même méthode ſert auſſi à déterminer l'angle que le coutre d'une charruë doit faire avec la ſurface des champs qu'on laboure.] Si la force horiſontale exprimée par PL, eſt ſuppoſée plus grande par rapport à ſa compagne PH, ledit angle CPB devroit être encore plus grand; cependant de la maniére qu'on fait les Ancres, il ne va gueres au de-là de 15 degrés. Il y a pluſieurs maniéres de remédier à ce défaut; mais la meilleure, à mon avis, ſera de courber davantage la *croiſée*, ou, ſi l'on veut, de garnir le *jas* dans ſes extrémités de deux piéces de bois d'une figure ſphéroïdique fort applatie, en faiſant paſſer le *jas* par leurs centres. Par-là l'extrémité de la *vergue B* ſe hauſſeroit, & l'angle CPB en deviendroit plus grand. Ces changements peuvent ſe faire ſans le moindre préjudice pour aucune fonction des parties qui compoſent l'Ancre.

XXI.

Je finirai cet examen par quelques réfléxions ſur le *Cable*. Il importe beaucoup que le *cable* tire l'Ancre le plus horiſontalement qu'il eſt poſſible; la force horiſontale BF (c'eſt toûjours la ſeconde Figure) en devient plus grande, & la verticale BO plus petite; l'un & l'autre point eſt avantageux pour l'ancrage en vertu du XIVme article. Il faut donc, après avoir jetté l'Ancre, filer le *cable* aſſés vîtement pour empêcher qu'il ne ſe roidiſſe avant que le Vaiſſeau ſoit à une

grande diſtance, comme par exemple, double de la profondeur de la Mer qui répond à l'Ancre. Si après cela on roidit le *cable* avec une certaine force, il eſt à remarquer que l'angle *EBN* (qui eſt celui que le *cable* fait avec le fond de la Mer) dépend encore de cette même force à cauſe du poids que le *cable* a ſous l'eau, & qui lui fait prendre la figure d'une *chaînette* convexe vers le fond, & concave vers la ſurface de la Mer. On pourroit croire d'abord que la courbûre du *cable* approche ſi fort de la ligne droite, & par conſéquent l'angle *EBN* ſi fort de celui que le *cable* fait avec la ſurface de la Mer, que les différences peuvent être négligées: mais nous verrons le contraire, ſi nous appliquons les Théoremes du XVme article à la préſente queſtion, & enſuite à quelque exemple fondé ſur les principes de la Navigation. Car en retenant les dénominations que nous avons faites dans ledit XVme article, nous trouverons le ſinus de l'angle *EAH* (*Fig. 3.*) qui eſt égal à l'angle que le *cable* fait avec le fond horiſontal de la Mer, de la maniére ſuivante. Achevés le rectangle *EAFH*, & la diagonale *AH* marquera la force équivalente aux deux forces *AE* & *AF*, & ainſi *AH* ſera une tangente en *A* & égale à $\sqrt{(AE^2 + AF^2)}$ c'eſt-à-dire $= \sqrt{(PP + \overline{\tfrac{s}{c}P - p}^{\,2})} = \sqrt{(PP + \tfrac{ss}{cc}PP - \tfrac{2s}{c}Pp + pp)} =$ (à cauſe que $cc + ss = 1$) $\sqrt{(\tfrac{PP}{cc} - \tfrac{2sPp}{c} + pp)}$. Or *AH* eſt à *AF* comme le ſinus total au ſinus de l'angle *EAH* ou *EAG*; on a donc le ſinus de l'angle cherché $EAH = \frac{sP - cp}{\sqrt{(PP - 2scPp + ccpp)}}$. Cet angle eſt donc nul, lorſque $sP = cp$, & ſi sP étoit plus petit que cp, j'ai déja marqué ci-deſſus qu'une partie du *cable* ſe couchera ſur le fond, & l'*arganeau* ne laiſſera pas d'être tiré horiſontalement. Appliquons maintenant ladite formule à quelques exemples tels qu'ils ſont ordinaires dans la Navigation.

Soit $c = 2s$, c'eſt-à-dire, que le *cable* faſſe avec la ſurface de la Mer un angle de 27 degrés. Suppoſons P égale

à 125 livres, qui font le quart du poids de l'Ancre dont j'ai fait mention dans le précédent article, & par conféquent un peu plus que $\frac{2}{9}\pi$. Si dans ces hypotheſes il reſte au *cable* ſubmergé ſeulement un poids de $62\frac{1}{2}$ livres, ce poids ſuffira pour faire évanouir l'angle en queſtion, & le *cable* aura une direction horiſontale près l'*arganeau*. Si ledit poids étoit plus grand, une partie du *cable* ſera traînée ſur le fond de la Mer; mais s'il n'étoit, par exemple, que de 25 livres, il faut, pour trouver l'angle du *cable* avec le fond de la Mer, poſer $P = 125$, $p = 25$, $s = \frac{1}{\sqrt{5}}$ & $c = \frac{2}{\sqrt{5}}$, après quoi on trouve le ſinus de l'angle $EAG = 0,22825$, & par conſéquent l'angle même de 13° 12′, ce qui fait connoître que s'il ne reſte au *cable* baigné que le poids de 25 livres, il ne fera plus, avec le fond de la Mer, qu'un angle de 13° 12′, pendant qu'il forme avec la ſurface de la Mer un angle de près de 27 degrés; marque que ces deux angles ſont toûjours bien différents; & cela eſt très-avantageux au ſuccès du *mouillage*, que j'avois peine à comprendre avant ces Théoremes; car ſi le premier angle étoit auſſi grand que le ſecond, le *cable* ne manqueroit guére, pour peu qu'il ſe roidît, d'élever l'*arganeau* & de renverſer l'Ancre. Au reſte il arrivera facilement que le *cable*, qui porte une Ancre de 500 livres (tel eſt celui dont nous parlons), ait ſous l'eau un poids de 20, 30, juſqu'à 100 livres ou plus, ſelon qu'il a beaucoup de braſſes de baignées : car chaque braſſe d'un tel *cable* peſe ordinairement hors de l'eau depuis 12 juſqu'à 15 livres, & je crois que ſous l'eau il peſera pour le moins une livre & demie, de ſorte que 42 braſſes peſeront déja les $62\frac{1}{2}$ livres dont j'ai fait mention dans cet article.

Après ce que nous venons de dire, nous entendrons plus diſtinctement ce qui a été dit dans le troiſiéme corollaire du XV.me article, ſçavoir que pour prévenir l'élévation de l'*arganeau* par l'action du *cable*, il faut que $\frac{s}{c}P - p$ ſoit moindre que $\frac{1}{5}\pi$, ou bien que p ſoit plus grand que $\frac{s}{c}P$

$-\frac{1}{5}\pi$. Ainsi dans l'exemple que nous venons d'alléguer, il faut mettre $\frac{s}{c}=\frac{1}{2}$, $P=125$ & $\pi=500$; d'où il suit, selon la regle, que p doit être plus grand que $62\frac{1}{2}-100$; par conséquent la valeur de p est en ce cas toûjours assés grande, puisque $62\frac{1}{2}-100$ est un nombre négatif. Mais si la force P devenoit plus grande, ou si le *cable* faisoit un plus grand angle avec la surface de la Mer, il pourroit arriver que sans le poids du *cable*, l'*arganeau* ne manquât pas d'être élevé, & l'Ancre d'être renversée sur sa *croisée*: car si, par exemple, le *cable* coupoit la surface de la Mer sous un angle de 45 degrés, la force P demeurant la même, on trouveroit $\frac{s}{c}P-\frac{1}{5}\pi=25$; d'où nous pouvons conclurre que l'Ancre se renversera sûrement en ce cas, à moins que le poids du *cable* submergé ne soit plus grand que de 25 livres.

Puisque donc le poids du *cable* sous l'eau est une chose si utile, & quelquefois si nécessaire au *mouillage*, on tâchera de rendre les *cables* d'une pesanteur spécifique plus grande qu'ils ne sont ordinairement, sans pourtant augmenter leur poids absolu. Je m'imagine que cela est facile à faire, & sans déroger à leurs autres qualités. On pourroit aussi charger le *cable* d'un poids de quelques quintaux, plus ou moins, suivant la grandeur de l'Ancre, à la distance de quelques brasses depuis l'*arganeau*. Il naîtra de ceci, outre les avantages déja expliqués, un autre, dont je n'ai pas encore fait mention, qui est que le *cable* s'écartera par-là davantage de la ligne droite, ce que je présume pouvoir être d'une très-grande utilité contre les coups de Mer, lesquels, par une action trop précipitée, font quelquefois *déraper* l'Ancre, & quelquefois rompre le *cable*, comme j'ai dit à la fin du XIV.me article: car le *cable* pouvant ainsi prêter en longueur, amortira peu à peu, par un méchanisme fort simple, l'effet de ces coups de Mer. Il me semble d'avoir lû quelque part une invention de M. Perrault fondée sur un pareil principe, mais beaucoup plus embarrassée, & je n'ai pas entendu qu'on ait mis en execution ses conseils.

On

On me dira peut-être que lorſque la Mer n'eſt pas bien profonde dans une rade, le *cable* ne ſçauroit s'écarter beaucoup de la ligne droite ; mais auſſi alors les lames ne ſont pas à craindre, n'étant pas fort hautes.

XXII.

Voilà mes réfléxions ſur la meilleure conſtruction des Ancres ; je n'ai pas oublié en les faiſant, combien il eſt facile de changer en pis dans des choſes qu'un long examen & une infinité d'expériences ont produites ; c'eſt pourquoi je n'ai rien voulu changer dans la ſtructure ordinaire des Ancres, qui ne fût fondé ſur des principes ſûrs, tirés de la Méchanique & de la Navigation : j'eſpere qu'on trouvera ces principes bien établis, & qu'ils ſerviront aux gens de Mer, intelligents en ces matiéres, à ſuppléer ce qui pourroit manquer dans cette diſſertation, & à donner la derniére perfection aux Ancres.

S'il y avoit quelque choſe qui pût me faire pancher pour une nouvelle ſorte d'Ancre, ou pour plus de corrections à faire aux Ancres, ce ſeroit le défaut de ſûreté dans le ſuccès du *jas*, deſtiné à dreſſer la *croiſée*, & l'inaction de celle des *branches* qui regarde en haut. Il eſt facile d'inventer des Ancres qui n'ayent qu'une ſeule ſituation naturelle, & pour peu qu'on y veuille penſer, on s'en imaginera pluſieurs ſortes plus ou moins compoſées : j'en propoſerai une pour exemple dans l'article ſuivant.

XXIII.

On pourroit faire la *vergue AC (Fig. 4.)* avec ſon *arganeau L*, comme dans les Ancres ordinaires, mais au lieu des deux branches qui compoſent la *croiſée*, il ſuffira ici d'en faire une repréſentée par *AE*, & en place du *jas*, on pourroit mettre une ſphere *FBHG*, dont la partie ſupérieure *BFG* ſoit de bois, & l'inférieure *BHG* de fer. Il eſt clair qu'on peut donner une telle proportion à ces parties, que *AE* ſe mette toûjours dans un plan vertical, & préſente ſa pointe au fond, de quelque maniére que cette eſpece d'Ancre ſoit d'abord ſituée, & elle prendra ladite ſituation, qui ſeule lui Fig. 4.

eſt naturelle, d'autant plus facilement que l'action du *cable* la remuë continuellement, & que le fond de la Mer eſt, ſuivant les obſervations de M. Marſigli, aſſés dur pour ne pas permettre à la ſphere de s'y embourber par ſon propre poids, lequel enfoncement pourroit peut-être empêcher ou retarder l'Ancre de ſe mettre dans ſon état d'équilibre.

Il y auroit beaucoup à dire ſur la nature d'une telle Ancre, & ſur les proportions qu'il faudroit donner à ſes parties: mais comme les choſes trop nouvelles, ſont rarement écoutées pour l'exécution, à laquelle les Sçavants ont la moindre part, ce ſeroit un commentaire perdu. Je finirai donc ici mon diſcours, après avoir dit encore quelques mots ſur la meilleure maniére d'eſſayer les Ancres.

XXIV.

J'entends par la *maniére d'eſſayer les Ancres*, celle de ſçavoir tout ce qui leur arrive pendant le *mouillage*, depuis le moment qu'elles ont été jettées dans la Mer juſqu'après le *deſancrage*. L'eau & la profondeur de la Mer empêchant de voir ce qui ſe paſſe au fond, même dans les rades les moins profondes, je crois que le meilleur expédient ſeroit de faire l'eſſai des Ancres ſur terre, & d'imiter parfaitement toutes les circonſtances qui ont du rapport à l'ancrage: il me ſemble, après l'examen que nous avons fait du méchaniſme des Ancres, que l'exécution de cette idée ne ſeroit pas tout-à-fait impoſſible, & je ſuis confirmé dans ce ſentiment par les expériences que j'ai faites, quoique groſſiérement, & que j'ai citées dans le XII.me article: voici ce qu'il faudroit obſerver en ſuivant ce deſſein.

On choiſira un terrein propre pour cet effet, ſçavoir horiſontal, dont la conſiſtance ſoit d'un ſable durci & conglutiné, ayant la ſurface un peu raboteuſe: En un mot, on tâchera d'imiter le fond de la Mer, tel qu'il eſt ordinairement dans les lieux propres au *mouillage*, le mieux qu'il eſt poſſible, en ſuppléant par l'Art ce qui manquera à cet égard au terrein qu'on aura choiſi.

On examinera à part la peſanteur ſpécifique du *jas ;* pour

moi je crois qu'elle est à peu-près égale à celle de l'eau : on apprendra par-là combien le *jas* est soûtenu par l'eau de la Mer, & on appliquera au milieu du *jas*, en faisant l'essai des Ancres, une force verticale qui tire le *jas* en haut, & qui soit égale à $\frac{7}{8}$ parties de la force avec laquelle le *jas* est soûtenu par l'eau de la Mer ; j'en rabats une huitiéme, à cause que le reste de l'Ancre qui est de fer, perd pareillement une huitiéme de son poids par sa submersion. On pourroit d'une maniére plus simple alleger le *jas*, & rendre par-là son effet pareil à celui qu'il a au fond de la Mer, en tirant l'Ancre sous un plus grand angle qu'elle ne l'est ordinairement au fond de la Mer, ce qui feroit presque le même effet. Ces précautions seroient superfluës pour les Ancres qui auroient le *jas* de fer, mais elles sont très-essentielles pour les *jas* de bois : on n'a qu'à confronter ensemble le VII.me & le IX.me article pour s'en convaincre, sans parler du reste.

On fera d'abord coucher l'Ancre sur sa *croisée*, & on la tirera ensuite par le moyen d'un cabestan planté à une certaine distance, & sur quelque hauteur. On verra qu'étant tirée avec une certaine vîtesse, elle se dressera d'elle-même, & on examinera avec quelle vîtesse elle doit être ensuite traînée pour la faire mordre plus vîtement dans le sable. On fera l'angle que la direction du *cable* forme avec le fond près l'*arganeau*, depuis 0 jusqu'à 20 ou 25 degrés, & on remarquera que plus cet angle est petit, plus la *patte* s'enfoncera vîtement. On examinera quelle force il faudra d'abord appliquer, & comment ces forces doivent ensuite être variées pour avancer la manœuvre ; mais il suffira de l'augmenter jusqu'à ce que la force immédiate qui tire horisontalement l'Ancre soit égale à son poids : car une Ancre qui est assés enfoncée pour pouvoir résister à une force directe égale à son poids, peut être regardée comme tenant assés ferme au fond, puisqu'elle est capable de retenir un Vaisseau contre un courant de 6 pieds par seconde, comme nous avons vû au XVI.me article. On remarquera en même temps, par

quels degrés les vîtesses de l'Ancre diminuëront après qu'elle a commencé à mordre dans le fond, & qu'elle est tirée avec une vîtesse uniforme.

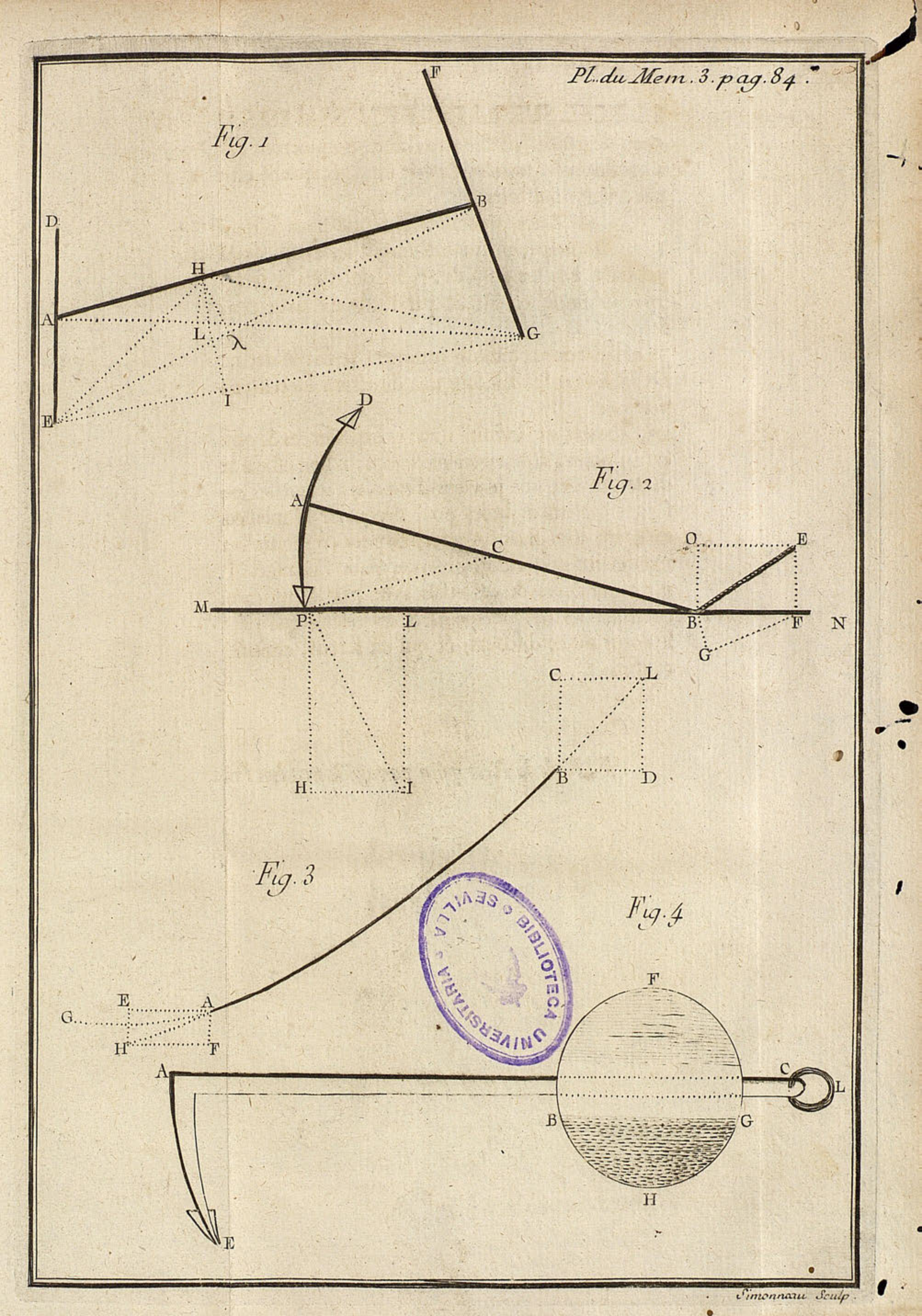
Quand l'Ancre tiendra assés ferme pour soûtenir la force tantôt nommée, on pourra imiter les coups de Mer, dont j'ai traité à la fin du XIVme article. Cela se fera, en tirant le *cable* brusquement & par intervalle avec beaucoup de force.

Enfin pour connoître comment se fait le desancrage, on n'a qu'à tirer le *cable* sous une direction successivement plus verticale.

J'obmets une infinité d'autres expériences & observations qu'on pourra faire en même temps, si l'on essaye les Ancres de la maniére que je viens d'exposer, lesquelles expériences seront également utiles pour découvrir la meilleure figure qu'il faut donner aux Ancres, & pour connoître la meilleure manœuvre qu'on doit observer pour l'ancrage. Pour faire ces expériences & ces essais avec plus d'utilité, on pourra consulter les raisonnements & les calculs que j'ai faits dans le corps de ce discours, & qui en seront, comme j'espere, confirmés.

FIN de la Piéce qui a partagé le troisiéme Prix.




Fig. 1
F
B
D
H
A
L
λ
G
I
E
Fig. 2
D
A
C
O
E
M
P
L
B
F
N
G
C
L
H
I
B
D
Fig. 3
E
A
G
H
F
Fig. 4
F
A
C
L
B
G
H
E
Simonneau Sculp.

DISSERTATIONS LATINES SUR LES ANCRES,

QUI RE'PONDENT *AUX TROIS QUESTIONS* *Proposées à ce sujet par l'Académie Royale des Sciences.*

Piéces qui ont partagé le troisiéme des Prix de l'année 1737.

Par M. le Marquis POLENI.

MONITUM.

IN Dissertationes non inserendum, quod solùm præstantissimis sapientissimisque Judicibus exhibeo, ut iisdem meam sententiam aperiam. Aliam itaque Dissertationem misi pro Programmate pertinente ad annum 1735, distinctam versu hoc:

Hîc teneat nostras anchora jacta rates.

Ovidius.

quæ istic signata fuit N.° 3. Sed nunc partes ejus nonnullas mutavi, plures adjeci: itaque vellem illius nullam haberi rationem, sed harum, quas nunc mitto, Dissertationum distinctarum versibus hisce:

Hîc teneat nostras anchora FIRMA rates.
Hîc teneat nostras anchora DUCTA rates.
Hîc teneat nostras anchora CERTA rates.

Præterea Dissertatio quidem una tota pertinet ad Anchorarum Figuram: at in alterius Dissertationis, de artificio præstantiore anchoras ad ustrinam fabrefaciendi, *secunda Sectione, alia quædam (re ita exigente) ad anchorarum Figuram pertinentia proposita sunt. Nihil autem per me impedit, quin ex Dissertatione illa prima, & Sectione hac una computetur Dissertatio; si ita revera faciundum esse videretur Judicibus sapientissimis, quorum arbitrio lucubrationes meas subjectas prorsus esse prudens lubensque intelligo.*

DE PRÆSTABILIORI FIGURA QUA ANCHORÆ FORMARI QUEANT, DISSERTATIO.

Hîc teneat noſtras Anchora FIRMA rates.

INITIO Opuſculi hujus licet mihi præfari, planè credere me ad doctrinam Rei Navalis perficiendam nihil aptius excogitari potuiſſe, quàm ut ejus ſtudioſi irent ordine per partes ſingulas, unde tota conſtat Nautica eadem Res. Quemadmodum enim (utor exemplo pervulgato, ſed quod facit magnopere ad propoſitum illuſtrandum) perfecta efficiuntur horologia, cum rotularum, tympanorum, cæterarumque machinularum ſingula genera fabricantur artifices ſinguli, omnem induſtriam in ſuo quique genere ponentes; ita dixerimus, Nauticam doctrinam tum denique abſolutam numeris omnibus fore, cum ſigillatim formata & perpolita membra ad unum veluti componendum corpus erunt comparata. Atque hæc quidem cogitatio & cura digniſſima fuit ſolertiâ ſapientiâque Illuſtris Academiæ Regiæ Scientiarum; quæ non per ſe modo ſcientias vitæ humanæ cumprimis utiles auget, perficitque; verum etiam aliis tum optimam ſuppeditat rationem, quâ illæ exornentur; tum ad hoc idem honeſtiſſima

addit incitamenta. Si qua autem ſunt nautica inſtrumenta quorum accurata poſtuletur conſideratio, hæc certè Anchoræ ſunt, ex quibus navium eſt tuta atque firma ſtatio tranquillo mari; & ſubſidium maximum inter ſævientes tempeſtates ac procellas. Periclitari igitur juvat, ſi fortè poſſim operâ meâ qualicumque conferre quidpiam in utilitatem communem: utcumque enim caſura ſit res, præclarum haud dubiè fuerit, pro parte virili elaborare in eo, quod valde commodum publicè eſt, & vel ex auctoritate unâ proponentium ſapientum virorum eximium habet momentum.

Diſſertationem autem hanc dividam in partes omninò quatuor: ac primùm experientiâ comite, rationeque duce evincam, bicipitem anchorarum figuram eximiam eſſe: agam poſtea de anchorarum figurâ relatâ ad earumdem pondera atque ad partium earumdem proportionem: tum, expenſis anchorarum partibus aliis, principis partis, hoc eſt, brachii earumdem figuram determinabo: & demum exponam, quo additamento figuram anchoræ juvari, & ut rem totam perfici poſſe, exiſtimem. Ante omnia verò, perſpicuitatis majoris gratiâ, Definitiones nonnullas præponam.

Definitiones.

I.

Anchora (*Ancre.*) eſt inſtrumentum ferreum *ABCD* (*Fig. 1.*) quo, partim propter pondus, partim propter acumina ſua fixa in aliquo fundo, ſiſtuntur naves & retinentur. Anchoræ autem plures ſunt partes: & primum.

II.

Virga Anchoræ (*la Verge*) eſt ferrum *Pe*, in minoribus anchoris (exceptâ ſuperiore parte) teres; at in majoribus terminatum faciebus quatuor, fermè planis. Cum virgâ autem (quæ ceu anchoræ princeps pars reputari debet) anchoræ partes reliquæ conjunguntur.

III.

Si per centra baſis & ſummitatis virgæ intelligatur ducta recta linea *eP* (quemadmodum in cylindro à centro circuli

baſis

basis ad centrum circuli summitatis ducitur axis) linea hæc appelletur Virgæ Axis.

IV.

Caput autem Virgæ (*Bout de la Verge de l'Ancre*) est superior Virgæ extremitas *Pu*, paulò latior ad latera *aX, EF*, referens figuram parallelepipedi ex basi rectangulâ. Huic capiti committitur Axis ligneus, de quo infrà.

V.

Ansulæ Capitis Virgæ (*Tenons de l'Ancre*) sunt duæ exiguæ veluti prominentiæ; altera *nm*, altera in opposita facie respondens ipsi *nm*; quæ arctè comprehenduntur intra internas partes axis lignei (de quo infrà) impediuntque, ne idem axis secundùm virgæ longitudinem ascendere aut descendere queat.

VI.

Anchorale (*le Cable*) est funis, cui anchora alligatur.

VII.

Foramen Anchoræ (*Trou de l'Ancre*) est (*Fig. 1.*) *g* in virgæ capite excipiens annulum.

VIII.

Annulus Anchoræ (*l'Arganeau, ou Organeau*) est annulus *EA*, ex ferro crasso formatus, transiens per Anchoræ foramen *g*. Huic annulo anchorale religatur. Obtegitur autem annulus funiculis circumligatis, ut in annulo *LM* (*Fig. 2.*) ne anchorale annulo religatum, usu assiduo tractioneque teratur, atque consumatur.

IX.

Brachium Anchoræ (*Bras*) est ramus veluti quidam ferreus *CB*, vel *CD* consertus & ferruminatus cum virgæ infimâ parte *eC*.

X.

Pars *eC*, quâ cum Brachiis virga cohæret, dicatur Anchoræ Nodus.

XI.

Pedes Anchoræ (*les Pattes*) sunt crassæ ferreæ laminæ *BIK*, & *DGH* triangularis formæ, cum brachiorum extremitatibus solidissimè conjunctæ & ferruminatæ; aptæ ut mucronibus

ſuis in fundo maris figantur, eumque mordeant: atque ita in fundo fixæ *anchoræ* hærentes *ſidere* ab Antiquis dicebantur.

XII.

Brachiorum extremitates *B* & *D* Mucrones Brachiorum appellentur.

XIII.

Si concipiatur planum aliquod tranſire per virgæ axem *e P* ac per mucrones *B* & *D*, id planum nuncupabitur Anchoræ Planum.

XIV.

Sectio plani anchoræ & ſuperficiei internæ brachii *De* ſit linea *DSse*: hæc nimirum ea erit, ſecundùm cujus ductum formata eſſe anchoræ brachia *CD* & *CB*, intelligetur. Linea autem hæc dicetur Linea Brachii.

SCHOLIUM.

Quoniam anchoræ brachium, dum anchora trahitur, vim tantùm efficit parte ſuâ internâ *e D*, nullam autem vim exercet externâ parte *Gq*; idcirco ſatis erit figuræ partis internæ illius, ſive lineæ brachii, rationem habere.

XV.

Si ex mucrone *D* ducatur recta *DR* perpendicularis ad virgæ axem *eP*: linea *DR* dicetur Sagitta Brachii, & linea *eR* nuncupabitur Brachii Sagitta Verſa.

XVI.

Aures Anchoræ *(les Oreilles)* dicuntur pedum anguli *I, K*, & *G, H*.

XVII.

Dentes Anchoræ dicebantur ab Antiquis Anchoræ Brachia; ſive hæc pedibus munita eſſent, ſive non: unde illud, *dente tenaci Anchora fundabat naves*: cum enim dicitur anchora dente fundare navem, idem eſt ac ſi diceretur navem anchorâ retineri.

XVIII.

Recurva Anchoræ pars *(la Croſſe)* eſt pars *BCD* ex brachio utroque conſtans; quæ pars cum virgæ extremitate compoſita, crucis figuram veluti quandam refert.

XIX.

Axis ligneus Anchoræ (*Essieu, ou Jouet de l'Ancre*) componitur ex duobus crassis asseribus ligneis, quorum alter est (*Fig. 3.*) *ABEF*; in quo notare oportet crenam *CD*, quæ capiti *AF* (*Fig. 1.*) virgæ secundùm longitudinem pro dimidiâ parte quadrare perfectè debet. In eosdem præterea inseruntur capitis virgæ Ansulæ illæ duæ, quarum una est *n m*. Duo hi asseres virgæ caput crenis suis comprehendentes ita, ut plano per virgam & mucrones pedum anchoræ ducto perpendiculares existant, clavis compacti, arctèque inter se connexi, ligneum anchoræ Axem (*Fig. 2.*) *GHIK* formant. Hoc ligneo Axe fit; ut, uno anchoræ pede directo sursum, pes alter tendens deorsum fundo infigatur.

XX.

Anchora magna (*Maîtresse Ancre*) ea in qualibet nave dicitur, quæ cæteras navis ejusdem anchoras pondere ac magnitudine superat; adhibeturque dumtaxat, ut periculum aliquod evitetur. Ab Antiquis Sacra Anchora appellabatur.

XXI.

Anchora secunda, quæ aliquanto minor est sacrâ anchorâ, inservit navi in statione retinendæ.

XXII.

Anchora tertia (*Ancre d'Affourche*) magnitudinis minoris quàm secunda, postquam alia jacta fuit, ita jacitur; ut si prior sit ad dexteram, hæc ad sinistram sit; atque ut utriusque anchoralia, ubi navem intrant, angulum forment.

XXIII.

Anchora quarta, sive lutuosa (*Ancre de Toue, ou Boueuse*) prioribus minor, in aliquâ à navi distantiâ jacitur; & anchoralis extremitate alterâ ad annulum anchoræ religatâ, alterâ ad ergatam, refertur, ut hujus versatione navis trahatur versus eam partem, quâ Anchorâ tenetur.

XXIV.

Funis index (*Lorin*) is est cujus extremum unum alligatur anchoræ brachiis (aliquando annulo) extremum verò alterum tenetur suberis frusto aut levi alio innatante corpore; ut, si

anchorale ab anchorâ disjungatur, innatantis illius signi indicio anchora possit reperiri.

SCHOLIUM.

Qui attributi sunt quatuor illis generibus anchorarum usus etsi plerumque ejusmodi sint; aliquando tamen (pro re natâ) fit, ut ad eos usus aliud pro alio anchorarum genus adhibeatur.

SECTIO PRIMA.

De variis Anchorarum, præsertim veterum, figuris disseritur: concluditurque, ratione & experientiâ ostendi, Bicipites Anchoras cæteris figurâ præstare.

§. I.

De anchorarum inventione prima, & de usus earumdem antiquitate.

NON ut Auctorum Veterum loca congererem; sed ut quidpiam pertinens ad judicium ferendum de Anchoris, quibus nunc utimur, hæc subjeci. Antiquissimi inter profanos Auctores, Homeri Poemata qui de Græco in Latinum verterunt, anchoræ verbum pluries adhibuere: ita legimus (utar versione adhibitâ ab Josua Barnes) [a] *Anchorasque ejecerunt;* &, [b] *In alto verò in anchoris stabiliamus;* &, [c] *Neque anchoras ejicere;* &, [d] *Extra vero anchoras jecerunt.* Græcum autem verbum, ab Homero ad *anchoram* indicandam usurpatum, est εὐνάς, quod propriè *cubile* significaret: & translatè *anchora* dicta fuit *cubile*, quoniam instrumentum est, quo requiescit navis: utcumque verò de ea voce sit, certum est, antiquissimis illis temporibus instrumenta aliqua, quæ jacerentur ad naves stabiliendas, fuisse in usu.

De primo tamen ejusmodi instrumentorum, sive anchorarum, Inventore non liquet, ut [e] Jo. Schefferus, & nonnulli alii animadvertere. [f] Plinius Tyrrhenis inventionem tribuit,

[a] *Ilias* A. *v.* 436.
[b] *Ilias* Ξ. *v.* 77.
[c] *Odyss.* I. *v.* 137.
[d] *Odyss.* O. *v.* 497.
[e] De Militia Navali. *Lib.* 2. *cap.* 5. *p.* 147.
[f] *Lib.* 7. *cap.* 56. *non cap. ult. ut Schefferus habet.*

si veteribus editionibus stemus, legimus enim; [a] *Rostra addidit Pisæus: Tyrrheni anchoram: Eupalamus eamdem bidentem: Anacharsis harpagonas: & manus Pericles.* Sed, Harduinum si sequamur, inventionem Eupalamo adtributam dicemus, cum ille, [b] *Locum vitiosa interpunctione laborantem* se sanavisse, scribat, modo hoc: [c] *Rostra addidit Pisæus Tyrrhenus: anchoram Eupalamus: eamdem bidentem Anacharsis: harpagonas & manus Pericles.* Huic autem interpunctioni facile adsentior; Harpagonas enim & manus unius generis instrumenta esse, mihi persuadetur, præsertim à Curtio. [d] *Ferreæ* (hic scribit) *quoque manus (harpagonas vocant) quas operibus hostium injicerent.* Ita conciliatur Plinii narratio cum [e] Strabonis narratione, qui Ephorum scripsisse narrat, *Anacharsidis* (ut Xylander vertit) *esse inventa fomites, ancipitem anchoram, ac rotam figuli.*

[a] Aldina edit. Tom. I. p. 171.

[b] Plinii Paris. Editio anni 1723. Tom. I. p. 432.

[c] In citato tomo p. 418.

[d] Lib. 4. c. 9.

[e] Lib. 7. Edit. anni 1707. p. 464.

At Midæ inventionem anchoræ tribuisse Pausanias videtur; cujus locus (ex Amasæi interpretatione) est hic: [f] *Eam urbem* (Ancyram) *Midas Gordii filius condiderat: & ad meam sanè usque ætatem permansit anchora ab eo inventa, in Jovis æde.* Nolo quærere num verbum illud *ἀνεῦρεν* à Pausania adhibitum, quod redditur *adinvenit,* ambiguum sit: tamque significet novum rei modum excogitare, quàm aliquid, puta absconditum, reperire. Non tamen præteribo; ita anchorarum inventionem ad fabulosa tempora referri, cum à Mida Bacchus hospitio susceptus perhibeatur.

[f] In Atticis; sive Lib. 1. c. 4.

Itaque haud mirum, si Auctores dissenserint in re nimiæ antiquitatis tenebris involutâ. Ac ipse quidem inter varios Auctores dissensus certum est vetustatis inventionis indicium. Concludemus igitur, usum anchorarum (fortasse ipsi Navigationi coævum) certè esse longè antiquissimum.

§. II.

De Veterum Anchorarum materiâ.

Nonnulli credidere, ex eo Homeri versu, qui ita vertitur ..... [g] *funemque solverunt à pertuso lapide,* demonstrari posse

[g] Odyss. N. v. 77.

perantiquum anchorarum lapidearum usum. At versu illo res significatur longè diversa: quandoquidem lapides pertusi in portubus *pro palis sive annulis ferreis fuere:* quemadmodum doctè animadvertit [a] Berkelius, qui Hesychii ad citatum Homeri locum verba (rem totam conficientia) adjicit in Latinum conversa: *consueverunt in portubus perforare lapides, ut iisdem nautæ retinacula adjungant.*

Sed anchoras lapideas à Veteribus fuisse adhibitas, ex Apollonii Rhodii Argonauticis certè discimus. Ab eo enim (de Græco in Latinum Hoelzlino vertente) hæc sunt:

[b] *Hic etiam minusculum lapidem, qui pro anchora fuerat,*
Extractum de consilio Typhi exposuerunt ad fontem,
Ad fontem Artacium, aliumque legerunt, qui justioris esset Momenti.

Et ex Stephani Byzantini opere *de Urbibus* inscripto, ad vocem *Ancyron* (ex laudati Berkelii interpretatione) habemus hæc: *Ancyron, Urbs Ægypti, cujus meminit Alexander Rerum Ægyptiacarum lib. XIII. Ita autem vocata est, quia ibi ex adjacente lapidicina, anchoras lapideas, quibus utebantur, scindebant.* Ex Arriani autem Periplo Ponti Euxini (ut fert Stuckii interpretatio) habentur hæc: [c] *Anchora quoque navis Argûs ibidem* (verba fiunt de Urbe Phasi) *ostenditur, quæ cum sit ferrea non mihi visa est antiqua; licet magnitudine pariter atque forma nonnihil ab anchoris nostrorum temporum differat, tamen videtur esse recentior. Ac ulterius cujusdam lapideæ anchoræ fragmenta pervetusta ibidem visuntur, quæ quidem verisimilius est antiquissimæ illius anchoræ argonauticæ reliquias esse.* Et ex [d] Athenæo (non [e] *in nave Philopatoris,* ut tradidit Schefferus, sed in descriptione ejus navis Hieronis, quam Archimedes in mare pertraxit) discimus; *quatuor navem* Hieronis *anchoras habuisse ligneas, ferreas octo.*

Addere autem hîc possem, ligneis anchoris inditum adnexumque fuisse plumbum, aut quodpiam metallum aliud: possem, ex peregrinantium relationibus ostendere, nonnullos etiamnum populos anchoris marmoreis uti: narrare possem,

[a] *In Annotationibus ad Stephanum Byzantinum Editionis ejusdem Steph. anno 1694. pag. 24.*

[b] *Lib. 1. ỳ. 955.*

[c] *Arriani Ars Tactica, &c. Ed. an. 1683. pag. 120.*

[d] *Deipnosoph. Lib. 5. c. 11. Ed. an. 1657. p. 208.*

[e] *Lib. cit. p. 148.*

ab aliquibus corbes ſaxis oneratas, ſaccos arenâ repletos, aliaque hujuſmodi gravia pro anchoris ſive adhibita, ſive adhibenda proponi. Sed non vacat perſequi hæc; quæ aut meliorum artium defectui, aut alicui profectò neceſſitati tribuenda eſſe videntur. Satis erit commonſtraviſſe, temporibus quidem vetuſtiſſimis in uſu extitiſſe lapideas anchoras: vetuſtis tamen etiam temporibus (ut vel ex uno Athenæo, & ex nummis mox proferendis liquere ſanè poteſt) illarum loco, ferreas anchoras à cultioribus populis ſubſtitutas, adhibitaſque fuiſſe.

§. III.

De ferrearum veterum Anchorarum, quæ uno tantùm dente erant inſtructæ, figurâ.

CUm Plinius anchorarum inventionem tribuat Eupalamo, deinde verò, eas bidentes redditas fuiſſe ab Anacharſi, narret, credibile fit, primas illas Eupalami, uno tantùm dente fuiſſe inſtructas; atque conjicere etiam licet, eas ferro unco ſimiles extitiſſe. Ad genus autem Anchorarum præditarum unico dente referendæ videntur illæ, de quibus ſcripſit [a] Pierius Valerianus: nimirùm ait ille, Anchoras quaſdam fuiſſe *dentibus in acutum recto ductu mucronatis:* tum vero addit idem Pierius; *quam* formam *(Fig. 11.) in nummo veteri apud eruditiſſimum virum Romulum Amaſæum vidimus.* Similiſque figuræ imagines me quoque vidiſſe memini; & conjicere licet earumdem partem *ABC,* multo formatam metallo, prægravem (hoc eſt *pondus anchoræ*) fuiſſe.

[a] *Hieroglyphica. Lib.* 45. *Ed. an.* 1626. *p.* 483.

Addam autem, ceu parergon, poſtremis etiam hiſce temporibus fabrefactas fuiſſe aliquas uno dente anchoras: teſtemque adhibebo [b] Nicolaum Witſen, cujus verba in Latinum converſa hæc ſunt: *Verum quidem eſt fieri etiam anchoras uno tantùm dente inſtructas, bidentibus leviores, tranquillo tempore adhibendas; ſed de hiſce, quæ parvi facio, plura non addam.* Hactenus ille. Ego verò de hujuſmodi anchoris mentionem injeci, quoniam juvat figuras noſcere etiam minùs utiles;

[b] *Aeloude en Hedendaegſche Scheeps-Bouw, &c. p.* 117.

ut, plenâ veluti comparatione inſtitutâ, figura inde melior tutiùs inveniatur.

§. IV.

De ferrearum veterum Bidentium Anchorarum figurâ.

SEleuci I. Nicatoris, cujus in Syria Regni Epocha ad annum 312. ante ſalutem reparatam refertur, nummos duos *(Fig. 4. & 5.)* [a] Spanhemius dedit: itemque tertium *(Fig. 6.)* Antiochi I. Soteris, Seleuci I. filii, qui poſt mortem patris regnare cœpit an. ante Chr. 282: quartum item ac quintum *(Fig. 7. & 8.)* Demetrii II. cognomento Nicatoris, in Syriæ Regnum aſſumti an. ante Chr. 146. At nummum ſextum *(Fig. 10.)* [b] Schefferus ſuppeditavit: idemque anchoræ figuram, ex marmore antiquo depromtam *(Fig. 13.)* cui ſimilem exhibuit [c] Nicolaus Witſen, deſcriptam ex albo marmore, in quo eam ſculptam Romæ viderat (ut ſcribit) ſubterraneo in loco. Et ex [d] Henrico Noriſio ſeptimi *(Fig. 12.)* qui Hadriani eſt, nummi exemplum deſumſi.

His tutò addi potuiſſent figuræ depromtæ ex [e] Harduini Nummis Antiquis, ex [f] Theſauro Brandemburgico, ex Muſæo Parmenſi, ex Theſauro Morelliano, &c. Havercampii, in Liviâ Familiâ. Plures etiam alias afferre potuiſſem: at (ne commemorem, non omnibus eâdem ratione eſſe fidendum) ſatis quidem allatæ ſunt inſtituto noſtro. Non tamen ignoro, numiſmatis ac marmoribus, quantùmvis antiquis, nonnihil interdum ineſſe, quod artificum aut inſcitiæ, aut *fingendi libidini potius* (ut Car. Stephanus aiebat) *quàm veritati reſpondeat:* vitiis itidem ſæpè non carent iis, qui vel delineando, vel incidendo in æs, illorum exempla edunt: nihilo tamen minùs non dubito quin plurimùm luminis, atque bonæ frugis, ex figuris illis poſſit haberi.

Primùm autem animadvertemus, unâ Figurarum earumdem contemplatione apparere perſpicuè, ab ſingulis imaginibus illis anchoras repræſentari, non marmoreas, quæ figuris illis præditæ, figurâ illâ minimè utiles eſſe potuiſſent; ſed metallicas,

[a] De Præſtantia & Uſu Numiſmatum. *Æd. an. 1706. pag. 405. & 406.*

[b] De Militia Navali Veterum. *p. 149.*

[c] *Aeloude en Hedendaegſche Scheeps-Bouw. &c. p. 41.*

[d] De Epochis Syromacedonum. *p. 465.*

[e] *Sec. Editio. p. 17. & 85.*

[f] *Pag. 342.*

metallicas, nimirùm ferreas, neque enim ex alio metallo flatæ anchoræ à Veteribus commemorantur.

Virgas anchorarum plerasque teretes fuisse ex figuris itidem ipsis conjicere possumus. Observabimus tamen *(Fig. 5.)* virgæ, prope brachia, nodum veluti quemdam: & *(Fig. 8.)* in medio virgæ annulare foramen; ast, de eo nummo, in quo foramen illud cernitur, Spanhemius scribit: [a] *accedit Demetrii II. seu Nicatoris adductus in Historia Regum Syriæ, cum anchora itidem in aversa ejus parte, nummus*; in [b] *Historia* tamen *Regum Syriæ* edita ab Joan. Foy-Vaillant *(vide Figuram 9)* foramen illud non apparet, sed nodus potius, vel globus *(B)* eâ figurâ referri videtur: De illâ autem virgæ parte mihi propterea non reticendum putavi, quod illius sive foraminis, sive nodi, usus fortasse aliquis esse potuerit. Demum addam, videri, virgam postremæ Figuræ *(Fig. 13.)* planis faciebus fuisse formatam.

[a] *Loco citato.*

[b] Seleucidarum Imperium, sive Historia, *&c.* *Ed. an. 1682, pag. 271.*

Foramina autem (aut annulos) in quæ inducerentur anchoralia ut alligarentur, ad virgarum capita videre est: si excipias Figuras 5 & 6, in quibus desunt, vel operariorum, qui imagines formaverunt, incuriâ, vel fortasse quod in nonnullarum anchorarum usu anchoralia ligneis earumdem axibus religarentur.

Brachiis autem binis anchoræ illæ omnes instructæ sunt (sunt nimirùm bidentes). In aliis autem singula brachia habent singula flexus puncta, & quodammodo figuram æmulantur arcuum, quibus emittuntur sagittæ: in aliis *(præsertim Fig. 7. & 10.)* unicâ præditæ sunt curvaturâ, non secus ac hisce temporibus fieri consuevit. In imaginibus tamen illis curvaturæ cernuntur paulò majores, quàm nunc fiant: sed putandum non est, eas curvaturas ab imaginum earumdem artificibus fuisse ad unguem (ut aiunt) effictas.

Pedes anchorarum valde similes iis, qui nunc in usu sunt, aliquibus anchoris olim additos fuisse, pro certo habeo. Idque jam supra nominatus [c] Pierius Valerianus eleganter expresserat ita: *animadvertendum est, anchoram, quæ in nummo Titi habetur, extrema dentium in vomeris speciem dilatare, cujusmodi*

[c] *Loco citato.*

Figuram Aldus noster imitatus est in omnibus quos impressit Libris; in horum autem frontibus (jam ante ducentos & triginta circiter annos formatæ) imagines anchorarum, pedibus bellè instructarum, cernuntur. Ita etiam observari queunt in aliquibus ex iis *(Fig. 7. & 10.)* quos attuli, nummis. In nonnullis etiam aliis anchoras pedibus ornatas me vidisse memini : cujusmodi est (causâ exempli) Gordiani nummus, quem ex [a] Farnesiano Musæo protulit Paulus Pedrusius.

Axibus item ligneis armatas fuisse multas antiquas anchoras, planè existimo : quamvis [b] Joan. Schefferus videatur de illis dubitasse : cum ita scribat : *Observa* anchoras, *nullis in transversum lignis, sicut hodie consuevit, vulgo apud Veteres inveniri instructas, sive pictorum incuriâ, seu, quod magis credo, quoniam in usu non fuerunt :* quatuor tamen deinde recenset nummos, *in quibus quid iis* (lignis in transversum) *simile apparere affirmat.* Quibus nummis quatuor alii addi queunt *(Fig. 6. 7. 8. 12.)* à nobis exhibiti; unde facile species illæ, minimè obscuræ, ligneorum (nisi quis malet eas partes ferreas credere) axium haud leve argumentum ipsâ multitudine efficiant. Sed in duobus *(Fig. 4. & 5.)* Seleuci I. nummis axium, qui lignei reputandi sint, imagines perspicuè magis apparent; ex quibus sanè dubitationes tolli quodammodo posse videantur.

[a] *I Cesari in argento. Tomo quarto, Tavola VI. Fig. 11.*

[b] *Loco cit.*

Ad anchoræ partis recurvæ medium *(Fig. 13.)* apparet foramen *A*, sive annulus quidam; & ei fermè similia foramina etiam in duorum *(Fig. 6. & 12.)* nummorum anchoris conspiciuntur. Eis, credibile est, indita fuisse extrema vel funium indicum (si illis temporibus adhibebantur) vel fortiorum funium ad anchoras vellendas, tollendasque.

Itaque ferrearum anchorarum veterum (vel ante nostram Æram vulgarem utiliter adhibitarum) figuras respiciendo ; eas virgis, foraminibus aut annulis, brachiis, pedibus & axibus ligneis præditas, satis similes fuisse iis, quæ nunc sunt in usu, concludemus.

§. V.

De figurâ Anchorarum ornatarum dentibus tribus.

ANchoræ (ut ita dicam) tridentis exemplum habetur *in effigie longæ navis Venetæ* (cujus proram cum Anchora in Figura 14 videre eſt) *picta in Concilio Florentino, Romæ edito à D. Juſtiniani, pag. 382;* ut Jo. Harduinus refert, qui ad ſuas in [a] Plinium annotationnes figuram ipſam adjecit. Illud tamen in hujuſcemodi Anchoris incommodum maximè foret, quod cum duo dentes (ut quidem contingeret ſæpiſſimè) fundum morderent, uterque eſſet admodum obliquus; & polleret vi minore, quàm ſi unus dens ad perpendiculum in fundum immergeretur.

[a] *Tom. I. p. 413. Sec. Edit.*

At ſi tridentium Anchorarum uſus eſſet inducendus, facilè proponerem videri mihi, ad addendum bidentibus anchoris brachium unum poſſe cogitationem converti: eâ tamen ratione; ut, ſi linea conſueta brachiorum eſſet (*Fig. 15.*) *ZeB*, duorum brachiorum lineæ *De*, *Ge*, cum *Ze*, ſingulæ comprehenderent angulum graduum 15; quare totus angulus *DeG* graduum 30 eſſet: & duo anguli *DeB*, *GeB*, gradus 165 ſinguli æquarent. Ita pedes anchoræ ſubjectum fundum mordere faciliùs inciperent: immerſa (ut ſæpe contingeret) duo brachia *DC*, *GS*, fortiùs reſiſterent: immerſum brachium *BC* validiùs teneret ob preſſionem duplicati ponderis brachiorum *DC*, *GS*: difficiliùs duo hæc brachia ingrederentur ſaxei fundi maris foraminula & cavernulas, à quibus avelli non poſſunt brachia ſemel immerſa.

Contra tamen, ſi alterutrum ex brachiis *DC*, *GS*, impedimentum offenderet; inde fieret, ut neque conjugatum alterum ſatis immergeretur: ſi pes *B* fortiùs mordere inciperet; inde rotatio brachiorum *DC*, *GS*, eſſet difficilior. Sed hæc indicaviſſe ſufficiet.

§. VI.

De Anchoris quadruplice dente instructis.

QUemadmodum diximus de anchoris, quæ ornatæ sunt dentibus tribus, ita quoque de iis, quæ dentibus quatuor sunt præditæ, dicendum est: nempe duorum dentium immersionem sine insigni eorumdem obliquitate obtineri non posse. Si enim fingamus duo plana transire per hujusmodi Anchorarum virgæ axem, perque earumdem pedes, plana hæc se ad angulos rectos secabunt: quamobrem lineis *(Fig. 16.)* *AB, AC,* rectum angulum comprehendentibus positio duorum dentium, sive brachiorum, potest repræsentari: atque adeò, si linea *BC* sit fundo parallela, mensura immersionis erit perpendicularis *AD,* non longitudo brachii *AB,* aut *AC.* Ex hujusce autem lineæ, brevioris quidem brachiis, consideratione, vis minor brachiorum eorumdem cognosci facilè potest.

Itaque, etsi earumdem Anchorarum usus aliquis sit triremibus stabiliendis, plura tamen de iisdem non addemus; præsertim verò quia præcipuæ illarum proprietates (si superius indicata animadvertantur diligenter) cognosci poterunt vel ex iis, quæ de bidentibus anchoris dicere instituimus.

Hoc unum addemus, posse quatuor brachia componi bina & bina non secùs ac duo *(Fig. 15.)* illa *eD, eG,* de quibus in superiore Articulo dictum est. Ut si, quemadmodum duo brachia constituta sunt circa lineam *eZ*, eâdem prorsus ratione duo alia circa lineam *eB* constituerentur, quæ comprehenderent angulum æqualem angulo *DeG,* ut in articulo superiore explicavimus. Hujusmodi Anchora ad genus Bicipitum quodammodo posset revocari. Omnibus tamen omnino incommodis non careret. Sed hæc in præsentiâ fusiùs persequi non vacat.

§. VII.

Ratione & experientiâ ostendi videtur, Bicipites Anchoras cæteris figurâ præstare.

NEmini dubium crediderim, eò præstantiores anchoras reputandas, quò solidiùs eædem cum fundo, in quem jactæ sunt, cohæreant.

Cohæsio autem oritur vel ex solâ gravitate & asperitate unius corporis alteri superimpositi (unde etiam fiunt attritus aut frictiones) & talis habenda esset cohæsio, si corpus aliquod, aquâ gravius, super saxeum fundum maris jactum, & alligatum anchorali, detinendæ navi destinaretur; vel oritur cohæsio ex immersione & implicatione partium corporis unius in cavitates corporis alterius, unde fiat ut alterum hoc corpus motui illius resistat, atque adeò illud, ita impeditum, cum hoc cohæreat: & talis cohæsio nascetur cum ad naves retinendas figetur corpus aliquod penetrans maris fundum, qui ejus motui obsistet. Porrò & per se, & dilucidè apparet, secundam hanc cohæsionis speciem tum potentiorem, tum Anchoris magis propriam esse: quemadmodum vel ipsa natura docuisse videtur inditâ cancris sagacitate; qui, cum tempestates desæviunt, ut à fluctuum impetu se tueantur, pedes in subjectum fundum maris immergunt, corporisque gravitate infixis pedibus incumbentes, uncinatis unguibus se se stabiliunt.

Igitur Anchoræ præditæ sint oportet eâ figurâ, quâ fiat, ut valenter penetrent maris fundum, atque ut ipsius fundi resistentiam maximam ferre debeant. Ad penetrandum autem nil melius acuto dente, & ad resistentiam fundi offendendam nil melius plano Anchorarum pede excogitari posse videtur. Hinc fit, ut unam aut alteram novam figuram, menti meæ obversantem, exponere prætermittam; non enim uni novitati, sed præstantiori utilitati est velificandum.

Nunc autem numerum dentium aptiorem definire oportet. Sed jam vidimus, Anchoras vel uno, vel tribus, vel quatuor

dentibus instructas, iis incommodis esse obnoxias, quibus bidentes Anchoræ minimè sunt. Plures verò, quàm quatuor, dentes si esse deberent (quæsivi enim quid contingeret, si quinque vel sex dentibus Anchora ornaretur) nova incommoda tum in fabricatione tum in usu offenderentur. Bidentes ergo Anchoræ præstabunt.

Ac quidem si rerum antiquarum scrutationem persequemur, perspicuè quidem videbimus, in navium antennis, in malis, in velis, in remorum seu desuetudine, seu varia dispositione, in gubernaculis, atque in nonnullis etiam aliis navium instrumentis, pro varietate temporum, ita varias inductas fuisse mutationes ; ut illiusmodi instrumenta nunc formam habeant ab antiquis illis longè diversam, neque nunc simili veteris illius ratione tractentur : sed tamen (quod diligenti animadversione dignum oppido est) in anchorarum figuris usibusque, ejusmodi variationes haudquaquam observabimus.

Quamobrem bicipites anchoræ illæ antiquis inventæ temporibus, diuturnâque experientiâ probatæ, facile nobis ostendunt quænam sit ea anchorarum figura, quæ diligenter si perficiatur, possit præstantissima Anchorarum figura reputari.

Antequam tamen figuræ illius perfectionem persequor, juvabit nonnulla præmittere, fini nostro conducentia, ex quibus sequens Sectio componetur.



SECTIO SECUNDA.

Explicatur quæ ad figuræ anchorarum perfectionem constituenda sunt de regulis ponderum earumdem, de naturâ resistentiæ fundi maris, & de vi quâ naves retinentur, nec non de anchoræ partium proportione.

§. I.

Pro Figurâ & magnitudinibus Anchorarum exponuntur placita quædam de ponderum earumdem ratione, usui futura.

SI paulò diligentiùs animadvertatur quid Anchoræ præstare debeant, statim profectò, multam gravitatis vim eisdem, ut figantur, ut fundo adhærescant (quamvis inde paulò difficiliùs tractentur) perutilem esse, comperietur. Itaque nunc in antecessum ponam, ceu rationi omnino consentaneum, in anchorarum majoris momenti determinandis ponderibus, regulas, quibus augeantur pondera sequendas esse potiùs, quàm eas, quibus imminuerentur.

De ponderibus autem ipsis antequàm dico, animadvertere præstat, ab Auctoribus, qui Anchorarum pondera exhibitis librarum numeris definiunt, quantitatem tamen ponderis convenientis uni libræ ab iisdem adhibitæ, minimè fieri notam. Ego verò è re meâ esse existimo admonere, libras in supputationibus meis indicatas ejusmodi esse, ut parallelepipedum ex duro ferro, æquale cubicis pollicibus (Pedem Regium Parisiensem adhibeo) centum & sexdecim, libras quadraginta duas ac tres uncias pependerit.

Sed accedam ad rem ipsam. [a] Nicolaus Witsen ad rationem ponderum anchorarum definiendam primùm constituit, inveniendum esse numerum pollicum crassitiei virgæ anchoræ prope crucem: duplum autem numeri hujusce auctum unitate

[a] In Libro aliàs citato. p. 171.

(at infra libras 1000 auctum binario) exhibere numerum pedum, qui longitudini virgæ sint tribuendi: tum verò productum ex eodem numero pollicum crassitiei & ex numero 3 ductum in 100 dare numerum librarum ponderis, quod anchoræ illi conveniet. Utitur exemplo anchoræ, cujus crassities sit pollicum 6, hujus numeri duplum est 12, additâ unitate prodit 13, pro virgæ longitudine: crassitiei eumdem numerum 6 ducit in numerum 3, procreatoque 18, hujus singulis unitatibus libras 100 ponderis assignat: itaque invenit libras 1800 pondo esse oportere anchoram, cujus virgæ longitudo pedum 13. Deinde infra quingentarum librarum pondus, sumit triplum numeri pollicum crassitiei ad definiendum numerum pedum longitudinis virgæ; & cuilibet unitati, contentæ numero pedum virgæ dimidiæ, attribuit centum itidem libras: adhibetque exemplum anchoræ, cujus crassities pollicum $2\frac{1}{2}$, virgæ longitudo pedum $7\frac{1}{2}$: quare hujus dimidia pars dat pedes $3\frac{3}{4}$; quorum cuilibet tribuendo libras 100, invenit librarum 375 gravitatem anchoræ, cujus virgæ longitudo pedum $7\frac{1}{2}$. Præcepta hæc etiam [a] alibi indicata inveni.

[a] Art de bâtir les Vaisseaux. *Tom. I. Par. I. pag. 45.*

Post hæc subjecit Tabellam A, cui hunc præfixit titulum: *Brevis descriptio longitudinis, crassitiei, & ponderis Anchorarum.* [b] Tum ait, navi longæ pedes centum convenire posse anchoram, quæ pondo sit librarum mille; subditque Tabellam B, ita inscriptam: *De longitudine, crassitie & pondere Anchorarum*, ut sequitur.

[b] *Witsen, pag. 118.*

Quamvis autem suorum præceptorum nullam auctor afferat caussam, & duæ illæ Tabellæ (typographicis etiam erroribus alicubi vitiatæ) neque satis inter se, neque satis cum traditis præceptis consentientes videantur; attamen propter peritiam & doctrinam Auctoris ejusdem, ac propter summam exemplarium Libri illius raritatem, hæc prætermittenda non putavi: præsertim cum rebus hisce lumen aliquod afferre queant.

A

A

Longitudo.	Craſſities.	Pondus.
Pedes.	*Digiti.*	*Libræ.*
5	$1\frac{1}{4}$	100
6	2	200
7	$2\frac{1}{4}$	300
8	$2\frac{1}{2}$	400
9	$2\frac{3}{4}$	500
$9\frac{3}{4}$	3	600
10	$3\frac{1}{8}$	700
$10\frac{1}{4}$	$3\frac{1}{4}$	800
$10\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	900
$10\frac{3}{4}$	$3\frac{3}{4}$	1000
11	4	1100
$11\frac{1}{4}$	$4\frac{1}{4}$	1200
$11\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	1300
$11\frac{3}{4}$	$4\frac{3}{4}$	1400
12	5	1500
$12\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$	1600
$12\frac{3}{4}$	$5\frac{3}{4}$	1700
13	6	1800
$13\frac{1}{4}$	$6\frac{1}{2}$	1900
$13\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{3}$	2000

B

Pondus.	Longitudo.	Craſſities Anchoralis *(nimirum circumferentia)*.	Craſſities circini *(ut puto ad crucem)* Anchoræ.
Libræ.	*Pedes.*	*Digiti.*	*Digiti.*
100	$5\frac{1}{2}$	7	$1\frac{3}{4}$
200	6	$7\frac{1}{2}$	2
300	$6\frac{1}{2}$	8	$2\frac{1}{4}$
400	7	$8\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$
500	$7\frac{1}{2}$	9	$2\frac{3}{4}$
600	8	10	3
700	$8\frac{1}{2}$	11	$3\frac{1}{4}$
800	9	12	$3\frac{1}{2}$
900	$9\frac{1}{2}$	13	$3\frac{3}{4}$
1000	10	14	4
1100	$10\frac{1}{2}$	15	$4\frac{1}{2}$
1200	11	$15\frac{3}{4}$	$4\frac{3}{4}$
1300	$11\frac{1}{4}$	$16\frac{1}{2}$	5
1400	$11\frac{1}{2}$	17	$5\frac{1}{4}$
1500	$11\frac{3}{4}$	$17\frac{1}{4}$	$5\frac{1}{2}$
1600	12	$17\frac{3}{4}$	$5\frac{3}{4}$
1700	$12\frac{3}{4}$	18	$5\frac{3}{4}$
1800	13	$18\frac{1}{2}$	6
1900	$13\frac{1}{4}$	19	$6\frac{1}{2}$
2000	$13\frac{1}{2}$	20	$6\frac{1}{3}$

Aliam, quam duo eruditi Auctores ex Scriptoris Belgæ opere deſumſerunt [a] Tabellam C, huc quoque ex eorumdem [b] Libris transferre non inutile duxi: cujus Tabellæ numerorum compoſitio quamvis explicata non ſit; inventu tamen facillima eſt. Perſpicuum enim ſit, eâ in Tabellâ, ex cujuſcumque latitudinis navis duabus partibus quintis effici anchorarum longitudines; hiſce autem adhibitis tamquam radicibus, cubos formari exhibentes anchorarum pondera.

[a] *Vide Tabellam* C *ad pagin. ſequent.*

[b] Dictionnaire de Marine. *p. 29.* L'Art de bâtir les Vaiſſeaux. *Tom. I. Par. II. pag. 20.*

C

Latitudo Navis.	Longitudo Anchoræ.	Pondus Anchoræ.	Anchoralium circumferentiæ.	Anchoralium pondera.	Latitudo Navis.	Longitudo Anchoræ.	Pondus Anchoræ.	Anchoralium circumferentiæ.	Anchoralium pondera.
Pedes.	*Pedes.*	*Libræ.*	*Pollices.*	*Libræ.*	*Pedes.*	*Pedes.*	*Libræ.*	*Pollices.*	*Libræ.*
8	$3\frac{1}{5}$	33	4	308	27	$10\frac{4}{5}$	1259		
9	$3\frac{3}{5}$	47			28	$11\frac{1}{5}$	1405	14	3808
10	4	64	5	484	29	$11\frac{3}{5}$	1562		
11	$4\frac{2}{5}$	84			30	12	1728	15	4372
12	$4\frac{4}{5}$	110	6	696	31	$12\frac{2}{5}$	1906		
13	$5\frac{1}{5}$	140			32	$12\frac{4}{5}$	2097	16	4976
14	$5\frac{3}{5}$	175	7	952	33	$13\frac{1}{5}$	2300		
15	6	216			34	$13\frac{3}{5}$	2515	17	5616
16	$6\frac{2}{5}$	262	8	1244	35	14	2742		
17	$6\frac{4}{5}$	314			36	$14\frac{2}{5}$	2986	18	6296
18	$7\frac{1}{5}$	373	9	1572	37	$14\frac{4}{5}$	3242		
19	$7\frac{3}{5}$	439			38	$15\frac{1}{5}$	3512	19	7016
20	8	512	10	1940	39	$15\frac{3}{5}$	3796		
21	$8\frac{2}{5}$	592			40	16	4096	20	7772
22	$8\frac{4}{5}$	681	11	2392	41	$16\frac{2}{5}$	4426		
23	$9\frac{1}{5}$	778			42	$16\frac{4}{5}$	4742	21	8576
24	$9\frac{3}{5}$	884	12	2796	43	$17\frac{1}{5}$	5088		
25	10	1000			44	$17\frac{3}{5}$	5451	22	9408
26	$10\frac{2}{5}$	1124	13	3284	45	18	5832		

Si navis latitudo dicatur n, erit huic reſpondens anchoræ longitudo $\frac{2n}{5}$, & numerus librarum ponderis anchoræ erit $\overline{\frac{2n}{5}}\big|^{3}$. Itaque anchorarum pondera erunt in triplicata longitudinum earumdem ratione: &, cum etiam ſimiles ſolidæ figuræ in triplicatâ laterum homologorum ratione ſint, proclive eſt intelligere; eâ Tabellæ regulâ adhibitâ, anchoras tamquam ſimiles figuras poſſe conſiderari. Hinc verò num præſtans enaſcatur anchorarum conſtitutio, proximè ſequente articulo expendemus.

§. II.

Quid desideretur in Regulâ enascente ex superioris Articuli (I.) Tabellâ C, pro Anchoris figurâ similibus, magnitudine inæqualibus, explicatur.

SInt duæ, ex congeneri ferro fabrefactæ Anchoræ (*Fig. 17.*) *NBCD* major, & *nbcd* minor, figurâ similes; quamobrem etiam fiet, ut earumdem pondera sint in triplicatâ ratione laterum (puta *EN, en*) homologorum, hoc est, in eâdem illâ ratione, quæ in ipsâ Tabellâ C constituitur: quamobrem anchorarum *NBCD, nbcd* erunt proportiones secundùm Tabellæ præcepta; atque poterunt, ut ad eamdem spectantes, considerari. Anchorarum autem earumdem brachiorum partes *ZSD, zsd* prorsus similes, ita sint foraminibus, aut cavernulis saxei fundi maris infixæ atque inhærentes, ut è loco diverti non possint.

Nunc quærere oportet anchorarum illarum resistentias in similibus partibus; puta in basibus *IET*, & *iet*; quibus in partibus virgæ anchorarum ex suis crucibus prodeunt. Cum autem nuperis temporibus in *Resistentiarum Solidorum* doctrinâ, magnâ cum laude, versati sint [a] Mariotus, [b] Varignonius, [c] Musschenbroekius, profecto juvabit, jam recepta de Solidorum Resistentiâ adhibere Theoremata. Præterea verò nonnullis utar hypothesibus, sive postulatis, quæ subjeci.

I. Varii esse possunt anguli *ENV, enu* directionum virium: exempli gratiâ, vires *V* & *u* ita applicatæ esse possent, ut sursum traherent; quare fieret, ut virgarum pondera opponerentur viribus illis. Præstat tamen observare, à nobis expendendas tantùm esse eas virium trahentium positiones, quibus vires trahentes conspirant cum ponderum viribus: si enim anchorarum resistentias æstimare debemus, quid contingat cum adversùs ipsas agunt vires utræque est quærendum.

II. Quamvis autem parallelepipeda *EN, en* horizontalia non sint, neque vires *V* & *u* ad perpendiculum applicatæ;

[a] Traité du Mouvement des Eaux. *V. Partie. II. Discours.*

[b] *Memoires de l'Acad. des Sc. an. 1702, pag. 66.*

[c] Dissertationes Physicæ Experimentales. *pag. 552. §. Valet hæc, &c. p. 528.*

quoniam tamen anguli *NEH*, *neh* inclinationum axium parallelepipedorum ad planum horizontale *Hh*, & anguli *ENV*, *enu* applicationum virium, ponuntur æquales; idcirco etiam pono, easdem resistentiæ solidorum regulas posse adhiberi, quæ adhiberentur, si horizontalia parallelepipeda essent, viresque trahentes ad perpendiculum applicatæ. Quod facile posset quoque demonstrari.

III. Tum vero, ut liceat considerare solidum *NIET*, vel *niet*, tamquam basis quadratæ parallelepipedum, postulo: hujusmodi enim figuræ proprietates collatæ cum proprietatibus figuræ virgæ anchoræ, in re propositâ perfacile quidem reddunt ipsum postulatum.

IV. Peto etiam, ut concedatur, vires *V* & *u*, quibus cum naves agitantur, trahuntur virgarum extremitates *N* & *n*, posse reputari esse inter se ut quadrata axium *EN*, *en*: sive ut quadrata latitudinum navium (quandoquidem, ut in propositâ Tabellâ videre est, Longitudines anchorarum constituuntur Latitudinibus navium proportionales.) Porro, si navium motarum vires, seu quæ ex hisce sæpè proficiscuntur propositæ trahentes vires, reputentur esse proportionales ponderibus, quæ ferre queunt naves ipsæ, perspicuè inde ratio propositarum virium agentium comperietur non solùm æquare, sed etiam excedere rationem quadratorum axium anchorarum. Causâ exempli; navis cujus carinæ longitudo pedum 110, latitudo pedum 40, æstimatur ferre dolia 1100; navis, cujus carinæ longitudo pedum 120, latitudo pedum 44, æstimatur ferre dolia 1400 (navium ipsarum pondera latis ponderibus proportionalia ferè sunt) latitudinum illarum quadrata exhibentur numeris 1600 & 1936; horum autem numerorum ratio est minor ratione inter numeros 1100, & 1400 intercedente: atque hoc idem plurimis aliis exemplis posset ostendi. Tutò igitur, dum propositæ Tabellæ constitutionem expendimus, liceat ponere, rationem virium trahentium extremitates virgarum *EN*, *en*, eamdem esse, ac est ratio quadratorum axium ipsarum *EN*, *en*; sive ratio quadratorum linearum *IT*, *it* axibus ipsis proportio-

nalium; ſive ratio baſium virgarum earumdem. Propter hæc itaque jam licet ponere rationem virium *V*, *u* trahentium extremitates *EN*, *en*, eamdem eſſe, ac eſt ratio baſium virgarum; & licet etiam pro viribus illis baſes ipſas in conſtantem quantitatem aliquam ductas aſſumere.

Ponendo hæc, ponendo inæqualium Anchorarum partes ſimiles inter ſe eſſe, & prætermittendo gravitatis conſiderationem; erunt, causâ exempli, baſium *IET*, *iet* reſiſtentiæ in eadem ratione, in quâ ipſæ baſes: ſed in eâdem ratione poſuimus potentias *V* & *u* applicatas ad *N* & *n*: igitur reſiſtentiæ in eâdem ac trahentes potentiæ ratione erunt; & quod conſequetur baſis *IET* reſiſtet modo eodem ac baſis *iet*. Quamobrem anchorarum ſimilium proportio (quæ proportio in Tabellâ C ſervatur) ubi gravitas non conſideretur, rectè erit inſtituta: quandoquidem unius ejuſdemque reſiſtentiæ anchoras nobis ſuppeditabit.

At gravitatis conſideratio cum prætermitti non poſſit, facilè ſequitur, ut, gravitatis conſideratione non prætermiſſâ, proportio illa haud rectè inſtituta comperiatur. Porro ſi ponamus, virgæ *EN* pondus eſſe *P*, & ex ejus virgæ gravitatis centro *X* pendere; virgæ autem *en* pondus eſſe *p* itidem pendens ex ejus gravitatis centro *x*; erit momentum gravitatis trahentis virgam *EN* ad momentum gravitatis trahentis virgam *en*, ut factum ab *EX* in *P*, ad factum ab *ex* in *p*: ſed factum illud multo majus eſt hoc (nam & *EX* major quàm *ex*; & *P* major quam *p*) igitur ab vi gravitatis virga *EN* majoris anchoræ trahetur multo magis, quàm anchoræ minoris virga *en*. Quapropter, gravitatis habitâ ratione, reſiſtentia illius minor reſiſtentiâ hujus planè debet reputari. Ergo, ſi anchoræ, magnitudine diverſæ figurâ ſimiles eſſent; hoc eſt, anchorarum tum pondera, tum cubi longitudinum virgarum, obtinerent rationem eamdem (quemadmodum Tabellæ C numeri ferunt) anchoræ majores præditæ eſſent reſiſtentiâ infirmiore, quàm anchoræ minores: quod minimè probandum eſſe videtur.

§. III.

Figuræ anchorarum, & vis gravitatis, habitâ ratione, constituuntur regulæ ponderum Anchorarum.

HAud levis momenti est ad utilem anchorarum constitutionem, rationis ponderum earumdem investigatio. Hypotheses autem sive postulata I, II, III, IV, quæ superiore in articulo regessi, hoc quoque in articulo usui esse intelligantur. Præterea verò animadvertere præstabit, ex postremâ Articuli ejusdem parte duo liquere satis posse; quorum primum est, in ponderibus anchorarum determinandis, id sedulò esse curandum, ut anchoras magnitudinis cujuscumque præditas resistentiis iisdem, aut saltem non admodum diversis, habere possimus: alterum verò est, habendam esse rationem non modò virium applicatarum, sed etiam virium gravitatis in resistentiis iisdem æstimandis.

Ut rem clariùs explicemus, fingamus ex virgæ *(Fig. 17.)* $ietn$ centro gravitatis x pendere pondus P æquale gravitati virgæ ipsius, quod pondus poni poterit $= \overline{it}^2 \times en$, eritque gravitatis momentum $= \overline{it}^2 \times en \times \frac{1}{2} en$; itidemque ex centro gravitatis X pendere pondus P æquans gravitatem virgæ $IETN$, & id pondus poterit constitui $= \overline{IT}^2 \times EN$, ac erit gravitatis momentum $= \overline{IT}^2 \times EN \times \frac{1}{2} EN$. Oporteat autem ex datis longitudinibus en, EN, & basis diametro it invenire majoris basis diametrum IT. Sint $en = c$, $EN = b$, $it = e$, $IT = y$. Erit ergo virgæ $ietn$ gravitatis habentis momentum $= \frac{1}{2} ccee$. Et (ut fert postulatum IV superioris Articuli) positâ z pro constanti quantitate bases multiplicante, erit potentiæ u momentum $= czee$: ac virgæ $IETN$ momentum trahentis gravitatis $= \frac{1}{2} bbyy$, & vis V momentum $= bzyy$. Quoniam vero parallelepipedorum quadratæ basis sunt cohærentiæ proportionales cubis diametrorum basium; erit virgæ minoris cohærentia e^3, virgæ majoris erit y^3. Sed ut resistentiæ virgæ utriusque reputari possint

æquales, necesse est cohærentiam basis minoris ad vires eam trahentes habere rationem eamdem ac cohærentia basis majoris ad vires hanc trahentes: igitur hujusmodi constituenda est analogia: $e^3 : y^3 :: \frac{1}{2}ccee + czee : \frac{1}{2}bbyy + bzyy$: unde prodit æquatio $\frac{1}{2}ccy + czy = \frac{1}{2}bbe + bez$; & $\frac{\frac{1}{2}bbe + bez}{\frac{1}{2}cc + cz} = y$.

Ad hæc addam poni à me, rationem ponderis virgæ *NIET* ad pondus reliquæ anchoræ partis *BCDTIB* eamdem esse oportere, quæ inter 11 & 9 intercedit (posito integræ anchoræ pondere $= 20$) hanc enim rationem aptè membrorum illorum figuræ atque soliditati respondere inveni.

Nunc transeo ad usum inventæ illius æquationis. Pro primâ autem minore anchorâ in supputationibus constanter adhibendâ, illam assumam, cujus virgæ longitudo pedum 5, hoc est pollicum 60 (longitudines enim numeris pollicum designo) diameter basis virgæ pollicum 2, itaque erit $e = 2$, $c = 60$, $\frac{1}{2}cc = 1800$. Ut verò numerum quantitati z convenientem reperirem; ante omnia id animadverti, quod rectè sapienterque docuit olim Galileus; nimirùm neque artem, neque naturam ipsam, ad vastitatem immensam machinas suas adducere posse; remque illustravit, & quodammodo ante oculos posuit, exhibitâ imagine humani ossis, cujus tripla longitudo enormem (secundùm resistentiæ solidorum theoremata) crassitiem requireret. Similisque profectò enormitas crassitiei (secundùm illa eadem theoremata) in anchoris enasceretur, si longitudines virgarum ad magnitudinem ingentem essent adducendæ. Iccirco tanquam minimam proposui mihi longitudinem virgæ pedum quinque, & tamquam maximam longitudinem pedum viginti: quamvis hæc nimia facilè esset, si ad usum respiceretur, nam incommoda nimis foret huic rectè conveniens moles.

Ad regulam tamen constituendam, spectavi longitudinem hanc (præstabat enim eas adhibere mensuras, quibus positis, pondera Anchorarum magis crescerent quàm longitudinum virgarum cubi). Sed spectavi etiam figuras atque longitudines

nonnullarum anchorarum, quas commendaverat usus; præterea verò eas quoque attendi rationes, quas pro melioribus anchorarum proportionibus mihi ante oculos constitueram. Itaque diametrum basis virgæ, pedum viginti longitudinem habentis, constitui pollicum novem: quamobrem in æquatione $\frac{\frac{1}{2}bbe + bez}{\frac{1}{2}cc + cz} = y$, posito $y = 9$ inveni circiter $700 = z$.

Igitur, assumtis, pro constantibus, numeris $2 = e$, $60 = c$, $700 = z$, proposita æquatio transmutatur in hanc $\frac{bb + 14006}{43800} = y$. Porro, si quantitatis $\frac{bb + 14006}{43800}$ quadratum fiat, hoc exhibet virgæ basim; ex hac vero ductâ in b habetur virgæ soliditas numero cubicorum pollicum designata; hac ductâ in numerum 21, & divisâ per 58 (ob jam dicta in Art. 6, de librarum, quibus utimur, ratione ad cubicos ferreos pollices) iterumque ductâ in numerum 20, ac divisâ per 11 (ut fert quod paulò supra animadvertimus de anchoræ partium ratione) habetur $\frac{b^5 + 2800b^4 + 1960000b^3}{2914201714}$ pro formulâ, quâ anchorarum pondera, non tamen ultra virgæ longitudinem pedum viginti, inveniatur; substituto, loco b, numero pollicum longitudinis virgæ anchoræ quæsitæ.

Adhibitæ autem regulæ, quibus augetur anchorarum pondus, atque resistentia, ita rationi consentaneæ esse videntur, ut etiam numeri propositâ formulâ inventi, utiliores esse posse videantur. Ex iis verò concinnatam Tabellam D adjeci.

D

Virgæ Longitudo.	Virgæ Longitudo.	Anchoræ Pondus.
Pedes.	*Pollices.*	*Libræ.*
5	60	158
6	72	278
7	84	447
8	96	679
9	108	983
10	120	1370
11	132	1852
12	144	2442
13	156	3123
14	168	4000
15	180	4995
16	192	6156
17	204	7598
18	216	9030
19	228	10780
20	240	12758

§. IV.

§. IV.

De fundo Maris, ejusque resistentiâ figuris pedum Anchorarum haud dissimilibus.

PRætermissis stratorum fundi maris dispositionibus variis, prætermissis plantis, prætermissis metallicis rebus, atque similibus aliis, quæ in fundo maris visuntur (cæteroquin sanè miris, neque carentibus analogiâ aliquâ cum rebus in terræ visceribus superficieque procreatis) sufficiet instituto nostro materiam, quæ in variis fundi Maris partibus esse cognoscitur, ad genera quinque revocare. Primum genus arena est: multis enim in locis fundi maris sunt arenæ, nimirùm immensæ quædam veluti planities, aut aggestiones, tenuis illius notissimi pulveris. Secundum genus est sabulum : cum fundum alibi ex sabulo formetur, cujus particulæ particulis arenæ sunt crassiores. Genus tertium est limus : terra autem in cœnum ab aquis conversa, commixtæque tenues materiæ aliæ, quæ non desunt in mari, fundum limosum efficiunt. Quartum genus creta est seu argilla : cum fundus aliquis ex terra tenaciore, quæ ab aquæ superincumbentis humiditate in lutum non vertitur, constat. Demum genus quintum lapis est : variis enim in locis lapidea montium dorsa, dum producta magis magisque declivia & humilia fiunt, marinas subeunt aquas formantque maris fundum. Sed tamen etiam longè à littoribus loca saxea reperiuntur ; hujusmodi autem *fundi alicubi rupibus asperi, alibi in præcipitia declives* sunt ; necnon alibi cavitatibus & cavernulis quodammodo pertusi.

Quod attinet ad postremum hoc genus ; manifestum est in saxa anchorarum brachia penetrare non posse ; possunt tamen à saxorum asperitatibus detineri, possunt in saxorum cavitates & cavernulas inseri ; id autem ubi contingit, periculum est, ut inde anchoræ avelli & tolli nequeant, vel ut diffringantur, aut torqueantur & depraventur. Arena vero & sabulum majoris alicubi, alicubi minoris sunt resistentiæ, prout magis minusve compulsa & densata fluctibus fuerint ;

ita etiam, pro variâ limi & cretæ naturâ, limosa & cretacea loca sunt variè tenacia. Nos resistentiæ fundi maris æstimandæ rationem aliquam quæsituri, neque tenuiorem arenam, neque duriorem cretam respicientes; sed mediam veluti quamdam limi tenacitatem considerabimus.

Itaque fingamus in fundo maris ductam (*Fig. 18.*) rectam lineam *TF*, & per hanc ductum ad perpendiculum planum aliquod: huic autem plano perpendicularia esse duo similia plana triangularia *HGC*, *hgc*, intra limum fundi maris immersa, habentiaque cum eodem illo plano sectiones communes *IG*, *ig*, quibus ipsa plana *HGC*, *hgc*, bifariam dividantur. Hæ sectiones productæ attingant *TF* in *N* & *n*; & ex centris *R*, *r*, gravitatis triangulorum agantur rectæ *RV*, *ru*, perpendiculares ad *TF*. Nos in perquisitione hâc censebimus, plana *HGC*, *hgc*, esse similiter inclinata. Quod si dissimiles forent inclinationes, ratio habenda esset sinuum angulorum *RNV*, *rnu*.

Nunc quando concipiamus plana illa *HGC*, *hgc*, (velocitatibus æqualibus) ita moveri, ut utriusque centrum gravitatis describat rectam lineam parallelam lineæ *TF*; facilè etiam concipiemus, futurum ut huic eorumdem planorum motui resistat limus; cujus partes neque retrocedent, neque elabentur, nisi ipsarum cohæsio vincatur. Quoniam verò cohærentes separandæ partes, numero proportionales erunt planis agentibus; idcirco ponemus resistentiam inde ortam in ratione eâdem esse, in quâ plana ipsa. At partes eædem locum cessuræ, cum moveri debeant, & ad immota spatia pertransire, resistent suâ inertiæ vi, neque movebuntur nisi tantum receperint motum, quantum sufficiat ad vincendam vim pressionis, quam immotorum spatiorum partes patientur ab altitudine superincumbentis limi: igitur resistentia hinc orta ponetur in eâdem ratione esse, in quâ limi altitudines erunt.

Si sint, planum $HGC = P$, planum $hgc = p$, altitudo $RV = A$, altitudo $ru = a$, erit limosi fundi maris adversùs planum *HGC* resistentia ad resistentiam fundi ejusdem adversùs planum *hgc*, ut AP ad ap.

Quamvis cohæsionis, mobilitatis, aliarumque proprietatum particularum marini limi, eæ notiones accuratæ nequeant haberi, quibus esset opus, ut res ratione geometricâ omninò perficeretur: quæ tamen diximus, ut propositam analogiam constitueremus, & illa ipsa analogia sufficiunt, ut hîc concludatur; haud levem esse resistentiam, quam in fundo maris offendunt anchorarum pedes. Quod si limi partes, ob anteriores alias satis cohærentes, difficiliùs retrocedant, limus magis magisque densabitur, atque resistet. Sed post hæc, resistentiæ hujusce mensuram veluti quamdam, ab experientiâ derivatam, sequenti in Articulo (datâ occasione) exponemus.

§. V.

De vi, quâ Anchora navim retinet.

P. Georgius Fournier, qui de Re Nauticâ pereruditè scripsit, animadvertit, illud esse profectò mirandum, quod parva anchora onustam navim possit retinere ac stabilire. Ut verò quàm mirabile id sit commonstret, rem illustrat exemplo navis, cui nomen Coronæ erat. Narrat ejus magnam anchoram, unà cum ligneo axe, pondo fuisse librarum 6355, anchoralia librarum 14300; tum ita concludit; *cum anchoræ & anchoralia conjunctim non excedant pondus librarum 20655, attamen retinent quadragies centena millia librarum ponderis, quod fert navis illa, & pondus ipsius navis, quod pariter æquat quadragies centena millia librarum.* Pariterque Nicolaus Witsen, summopere ait mirandos esse anchoræ effectus; *cum anchora conjunctim cum suo anchorali retinere possit navim, à cujus pondere tercenties vel quatercenties, & amplius superatur pondus anchoræ & anchoralis.* Verùm, ut liberè dicam, quamvis probem quæ Fournier doctè animadvertit de maris aquâ sustinente navis pondus; planè tamen existimo, haudquaquam apposité instituti comparationem illam inter pondus anchoræ conjunctæ suo anchorali, & navis pondus, ad ferendum judicium de vi, quâ navis retinetur & fundatur.

Vel enim tracta anchora in fundum immersa non erit; &

tunc aut totum ejus pondus, aut magnam partem ſuſtinebit ſubjectus maris fundus: ratioque habenda erit frictionum, ut aiunt, quarum vis, adhibitis eximiis theorematis Guilielmi Amontons, vi partis tertiæ ponderis ipſius anchoræ poterit æqualis reputari.

Vel ponetur, immerſam anchoram obſequi anchoralis motui, atque fundi vincere reſiſtentiam; &, ſecundùm hypotheſim hanc, ſupputatione reſiſtentiæ fundi, & alicujus comparationis uſu, æſtimatio vis anchoræ erit inſtituenda. Ut modum, quo ego uterer, clariùs explicem, exemplum afferam; hoc autem innitetur obſervationibus iis quæ ſequuntur.

Ad effodiendum limum, mediâ veluti quâdam tenacitate præditum, ex fundo ſtagni cum mari communicantis, obſervavi, utiliter adhiberi magna quædam, ut appellant, cochlearia, quorum figuram (*Fig. 19.*) adpoſui. Eorum oris ambitus ex ferreâ laminâ formatur, cujus acies eſt *CED*; ejus longitudo *SE* eſt pollicum $12\frac{1}{2}$: area intermedia, ſive oris capacitas, pollicum quadratorum 78: hujus laminæ interiori parti (ut ad *tH*) congruit, & adnectitur orificium ſacculi *LGH*. Figitur autem cochleare ad perpendiculum unius hominis operâ in ſtagni fundum uſque ad manubrii *KM* partem infimam *KL*; deinde, manibus in *B* applicatis, retrorsùs trahitur manubrium ipſum; quod dum fit, convertitur manubrium circa fulcrum *A*, & cochleare avellit limum eumdemque egerit. Prout verò ſtagni aqua magis minuſve alta eſt, manubrium ad fulcrum, & manus ad manubrium, altiùs humiliùſque applicantur. Itaque ſumtis mediis quibuſdam diſtantiis *LA*, *AB*; & ratione habitâ motus neceſſarii ad ſacculum implendum, & neceſſariæ vis ad ſacculi onuſti pondus elevandum; nec non adhibitâ doctrinâ illâ, quâ Philippus de la Hire peritè eleganterque conſtituit, hominis (propoſito eo modo) trahentis vim ceu librarum 160 eſſe æſtimandam; inveni, reſiſtentiam quam vincit cochleare illud, librarum circiter 100 poſſe reputari.

Obſervavi præterea, eſſe pollicum quadratorum 484

aream pedis anchoræ cujuſdam, cujus pondus librarum circiter 6000 (parùm differens à pondere anchoræ de quâ Fournier verba fecit) & perpendicularis, à centro gravitatis pedis ejuſdem ad virgam ductæ, eſſe longitudinem pollicum 34.

Nunc autem concipiamus, planum *hgc* (*Fig. 18.*) eſſe aream cochlearis illius, ejuſque motum eum eſſe, quem in Articulo ſuperiore conſtituimus; eritque, ob cochlearis poſitionem, *ru* pollicum circiter quatuor. Concipiamus planum *HGC* eſſe planum pedis anchoræ (de quâ paulò antè diximus) cujus brachium totum immerſum ſit. Hiſce ita ſe habentibus in propoſitâ (ſuperiore Articulo) ratione, erit $P=484$, $A=34$, $p=78$, $a=4$, & ipſa ratio P ad p tranſmutabitur in numericam hanc 312 ad 16456: quamobrem erit ut 312 ad 16356, ita fundi maris reſiſtentia adversùs planum *hcg*, quæ in ſuperiore articulo inventa fuit librarum 100, ad ejuſdem fundi adversùs planum *HGC* (ſive anchoræ pedem) reſiſtentiam quæ ex analogiâ hac prodibit librarum 5274. Erit autem paulò etiam major habenda, propterea quod motus cochlearis reapſe fiat rotatione manubrii ejus circa punctum fixum; in ſupputatione verò hac eum motum ceu horizonti parallelum reputaverimus; cum tamen ille motus minorem, quàm hîc, reſiſtentiam patiatur. Itaque invento hoc modo, vel ſimili, non autem ex pondere æſtimandam eſſe opinor reſiſtentiam anchoræ intra limum immerſæ, & obſequentis motui anchoralis.

Demùm, ſi ponatur fundi reſiſtentiam ab immersâ anchorâ vinci non poſſe, atque ideò anchoram firmam hærere; effectus hic orietur à fundi reſiſtentiâ majore, quàm ſit vis conatus anchoræ ad motum: & quamvis major anchoræ gravitas vi trahenti magis opponatur; effectus tamen ille ex ſolo anchoræ pondere minimè debet æſtimari.

Quod verò attinet ad anchoralium pondera; expertus ſum fruſti anchoralis, cujus circumferentia pollicum undecim, longitudo pollicum vigintiquatuor, gravitatem abſolutam in aëre fuiſſe librarum octo & unciarum ſex; ejuſdem autem in aquam immerſi gravitatem reſpectivam dumtaxat libras

duas & uncias quatuor æquavisse. Porrò cùm anchoralia in aquam immersa pro maximâ parte sint quando adhibentur; planè existimo non absolutam, sed respectivam eorum gravitatem esse spectandam: itaque, ratione experimenti modò indicati adhibitâ, pondus illius anchoralis (de quo suprà dictum est) inservientis anchoræ navis Coronæ, non fuisset reputandum librarum 14300, sed multo quidem minus.

Hìc, quando de anchoralibus mentio incidit, indicabo, in Tabellis *B* & *C* (*Art.* 6.) extare numeros spectantes ad crassities anchoralium, & in Tabella *C* numeros etiam ad anchoralium pondera pertinentes, quos constituere Nicolaus Witsen & Auctor ille Belga. Sed mihi constat pluribus ab experimentis, duos funiculos (idem intelligendum de anchoralibus cùm hæc ex funiculis compingantur) duos, inquam, funiculos cannabinos, crassitie, longitudine, atque pondere æquales, alterum ex cannabe unius regionis, alterum ex cannabe diversæ regionis formatum (pro terræ cœlique regionum illarum diversitate) aliquando haud æquè fortes esse, sed alterum appenso majore pondere, alterum minore rumpi: nota præterea sunt quæ de ratione inter vires alicujus funis, & summam virium funiculorum componentium funem ipsum ingeniosè invenit Reaumurius, auxit solerter Petrus Musschembroek: ea porrò, & variæ cannabium vires, in definiendis rationibus inter anchorarum & anchoralium pondera, essent attendenda; sed hæc indicavisse sufficiet.

§. VI.

De Anchoræ partium, figuram integram componentium, proportione.

PRima Anchoræ pars virga est, de quâ jam haud pauca verba fecimus; præter hanc verò quatuor aliæ sunt partes, de quibus agere oportet; axis ligneus, pedes anchoræ, brachii sagitta, atque brachii sagitta versa; quarum tamen primæ duæ expeditu sunt faciliores.

Axis lignei constructio in ipsa ejus definitione (*art.* 1.)

ſatis fuit explicata. Quoniam rotari hic debet, ut alibi exponemus, puto ejus longitudinem longitudine anchoræ paulò majorem eſſe oportere, ut faciliùs rotatio illa perficiatur; vellemque ejus longitudinem, anchoræ longitudini, unâ circiter decimâ parte auctæ, reſpondere. Levior autem erit anchoræ brachiis, quæ intereſt celeriùs deſcendere: gravitate tamen ſuâ (quamvis gravitas reſpectiva debeat attendi, & ligneus ſit) juvat capitis anchoræ depreſſionem. Ejus extremitates ſint quadratæ figuræ; & horum quadratorum latera ſint circiter pars decima octava longitudinis virgæ; pro minoribus tamen anchoris aliquantillo majora. Propè anchoræ caput Axis craſſior eſſe debet. Idem autem Axis dum horizontalis eſt trahiturque; congerit ante ſe arenam, ſabulum, limum, augetque reſiſtentiam; quamobrem vellem ſuperiorem ejus faciem inferiore paulò latiorem.

Pedes anchoræ, dum anchora ipſa figitur, cuneorum actionem imitari certum eſt; itaque cuneis ſimiles ſint oportet; &, quod conſequitur, ejus plana triangularis (aut à triangulari parùm abludentis) figuræ: ac, ut hujuſce cunei ſpeciei vis major ſit, latus *(Fig. 1.) GH* fiat parte octava brevior perpendiculari ab angulo *D* ad latus idem *GH* ductâ; hæc autem perpendicularis æqualis fiet dimidiæ brachii longitudini: cum enim quò majores & depreſſiores pedes ſunt, eò majorem vim habeant; ſervatâ menſurâ illâ, & ſatis magni pedes erunt, & latior pars *GH* haud parùm immergetur.

Poſt hæc, magnitudinem ſagittæ brachii definituri, ante omnia methodum exponemus Bartholomæi Creſcentii, qui partium anchoræ proportionem conſtituturus (nullâ tamen variarum magnitudinum anchorarum ratione habitâ) ſcribit hæc: *linea* (Fig. 20.) DF *ejus longitudinis, quæ fabricandæ anchoræ virgæ conveniat, dividatur in partes duas cum dimidiâ, una ſit ab* A *ad* D, *altera ab* A *ad* E, *dimidia ab* E *ad* F. *Circini igitur apice uno in* A *poſito, intervallo* AD, *deſcribatur circulus* BDCE, *& eâdem circini diductione ſervatâ, tranſlato apice uno in* D, *altero in circumferentiâ circuli poſito, notentur puncta* B *&* C, *quorum utrumque ſextam circuli partem dabit;*

& ad ea puncta pertingent brachiorum anchoræ extremitates? hæc ille, illius autem divisionem etiam plures alii sequuntur. Quâ positâ (cum perpendicularis, à puncto B ad radium AD ducta, radium ipsum bifariam dividat) erit brachii sagitta $BR = \sqrt{\frac{3}{25}}$; circiter $= \frac{173}{500} = \frac{1}{3} + \frac{19}{1500}$. Et positâ crucis, sive nodi crassitie $eD = \frac{1}{20}$, erit brachii sagitta versa $eR = \frac{3}{20} = \frac{1}{6} - \frac{1}{60}$. Ast de adhibitâ ab aliis methodo hæc, quæ pluris fieri consueverunt, exposuisse satis est.

Verùm, ut res diligentiùs accuratiùsque tractari queant, concipiamus (*Fig. 21.*) CD esse anchoræ brachium, ejus pedem HGD, virgam PC positione horizontalem; tùm etiam concipiamus, super eodem horizontali plano circa extremum C, tanquam circa centrum, eamdem virgam PC torqueri, & suâ extremitate P describere arcum PN, à quo subtendetur angulus PCN: inde fiet, ut (ob partium anchoræ rigiditatem) etiam pedis punctum G arcum alium describat. At, si virga brevior sit, puta QC (atque erit etiam GQ minor quàm GP) & extremitas Q describat arcum QK æqualem arcui PN, erit angulus QCK major angulo PCN; atque ita etiam punctum G describet arcum majorem eo, quem ante descripserat, magisque movebitur: & quod de uno pedis puncto dictum est, de omnibus est planè intelligendum. Quamobrem fit manifestum, motibus æqualibus extremi P virgæ majoris, & extremi Q virgæ minoris, plùs tamen moveri anchoræ pedem cùm minor virga est, quàm cùm major est. Quò autem magis movetur pes, eò minùs anchora hæret: igitur, ut meliùs hærere anchora possit, præstat, longitudinem sagittæ brachii non majorem esse parte tertiâ longitudinis anchoræ. Itaque constantem rationem hanc 1 ad 3 inter sagittam & longitudinem anchoræ constituam. Quâ tamen de re etiam paulò infrà dicetur.

Transeo ad brachii sagittam versam, ad quam probè determinandam, attendendum profectò est, ut sagittæ utriusque ea sit proportio, quâ temperationi vis gravitatis, & vis tractoriæ in anchoram agentium, modo aliquo, respondeatur. Quoniam verò in Anchoris minoribus vis gravitatis minor est,

eſt, quàm in majoribus, atque adeò in hiſce plus valet vis perpendicularis; idcirco etiam minor in hiſce ſit oportet brachiorum curvatura, ut illa vis cum trahente vi utiliùs attemperetur: quod quidem conſideratio naturæ curvarum, ex motu duplici orientium, facilè poſſet illuſtrare. Cum autem poſuerimus, brachii ſagittam cum virgæ longitudine in ratione conſtanti; imminuendo in anchoris majoribus ſagittam verſam brachiorum; id, quod propoſuimus, obtinebimus. Quapropter poſui, anchoræ, cujus longitudo pedum quinque, brachii ſagittam verſam eſſe longitudinis illius partem quintam; & anchoræ, cujus longitudo pedum 20, brachii ſagittam verſam ſeptimæ longitudinis hujuſce parti eſſe æqualem. Differentiam verò inter $\frac{1}{5}$ & $\frac{1}{7}$ diviſi æquis portionibus inter ſagittas verſas anchorarum intermediarum; quemadmodum ex Tabella E colligi poteſt. Uſus autem ſum arithmeticâ proportione, effugiendo tamen minutias ſubtiliores (quas etiam in Tabella neglexi) nam commoditati artificum, ad quorum opera hi numeri deferuntur, proſpiciendum eſt. Præterea verò ex hiſce iiſdem modò traditis apparere facilè poteſt, contractâ ſagittâ verſâ, diſtantias *(Fig. 20.)* inter puncta *G* & *P* majores reddi, majoremque fieri (quamvis brachii ſagitta conſtans ſit) virgæ anchoræ utilitatem.

E

Virgæ Longitudo.	Virgæ Longitudo.	Brachii Sagittæ verſæ Longitudo.	
Pedes.	*Pollices.*	*Poll.*	*Lin.*
5	60	12	0
6	72	14	2
7	84	16	2
8	96	18	1
9	108	20	0
10	120	21	9
11	132	23	5
12	144	24	12
13	156	26	5
14	168	27	10
15	180	29	2
16	192	30	4
17	204	31	6
18	216	32	6
19	228	33	5
20	240	34	4

Modò viſis quæ pertinent ad anchoræ virgam, ligneum axem, pedes, brachii ſagittam, atque brachii ſagittam verſam, ad rem magni momenti, nimirùm ad brachii ipſius figuram conſiderandam pergamus.

SECTIO TERTIA.

De inveniendâ curvâ lineâ Brachii, quæ Brachii ipsius figuram reddat utiliorem.

§. I.

Verum Anchoræ motum, qui ferè semper contingit dùm Anchora ipsa immergitur, describere.

ARticulus hic lemma quoddam veluti est, futurum basi & fundamento dicendis in Sectione hac. Porrò, ut rei imago clarior fiat, in Figurâ sit planum fundi maris (*Fig.* 22.) *abhm*, anchora sit *ABCD*, ejus axis ligneus *EN*. Dùm anchora pervenit ad fundum, ferè semper brachia *BCD* super fundum decumbunt; axis autem *EN*, qui brachiis contrariam positionem habet, perpendicularis fit ad fundum ipsum. Dùm verò anchora trahitur, pedesque tantillùm mordent subjectum fundum, cùm alter altero fortiùs incipit mordere, super illum etiam elevari virga incipit; perseveranteque tractione, axis ligneus circa inferius extremum suum *N* rotatur: atque ita fit ut anchoræ brachia ad fundum perpendicularia evadant, ipsumque penetrent; atque ut axis ligneus super ipsum fundum decumbat. Id autem ratione constat & experientiâ. Ratione, namque anchoræ brachia axe graviora, citiùs illo attingere fundum, seque ei (nisi trahantur) debent accommodare: experientiâ, neminem enim expertum inveni, qui id se observasse negaret.

Dùm motio illa brachiorum peragitur, anchoræ mucro *B* (brachiis rotantibus circa mobile punctum) tribus motibus, nempe rotationis, tractionis, & descensûs obsequitur; unde ab eo puncto *B* curvam generari duplicis (sive etiam triplicis) curvaturæ, constitui posset. Possem autem de ejusmodi curvis plura afferre, quibus via jam ante strata fuit ab eximio Juvene, qui suprà ætatem doctus, in curvarum curvaturæ

duplicis contemplatione magnâ cum laude versatus est. Sed ea peculiarem efflagitarent dissertationem.

§. II.

Anchoræ positum, qui cæteris meliùs conducat investigationi naturæ lineæ propositæ Brachii, determinare.

IN prolato de figurâ brachii anchoræ problemate, illud insolens profectò esse videtur, quod una determinanda linea est, infinities autem infinitus linearum numerus quæri posset. Cum enim infinities variari queant positiones anchorarum conantium brachiis suis penetrare fundum maris, & modis infinitis variari itidem ratio inter vim gravitatis & trahentem vim; mirum quot, pro variantibus hisce principiis, curvæ possent considerari. At dumtaxat unam constituere debemus. Igitur respicientes ad naturam mutationum positionis anchoræ, & ad positiones ipsas; inter hasce eam seligamus oportet, quæ sæpissimè anchoris ipsis conveniat, & quæ figendis iisdem, atque immobilibus detinendis majus habeat momentum.

Hanc autem eam esse reor, quâ anchoræ planum perpendiculare fit ad planum fundi maris. Quamvis enim dum jacitur anchora, brachia decumbant, ut superiore in Articulo ostendimus, eadem tamen rotantur; ac, ligneo axe decumbente, constituuntur lineis suis in perpendiculari plano (quemadmodum citato in Articulo est demonstratum): eo autem in plano ubi existunt, maximam vim ad fundum penetrandum possunt obtinere; maximamque fundi resistentiam offendere queunt anchorarum pedes. Itaque deinceps, ad investigandam lineæ brachii naturam, anchoræ positu, quo anchoræ planum, ad planum fundi maris fit perpendiculare, utendum esse planè existimo; eodemque utar.

§. III.

Quando Anchoræ planum perpendiculare est ad fundum maris (horizonti parallelum, ut concipimus) & virgæ caput radit fundum ipsum; tunc vis, quâ caput anchoræ ab anchorali trahitur, seu vis tractoria, tamquam horizontalis potest considerari.

Sit sectionis fundi maris (*Fig. 23.*) linea *TF*, anchoræ *gBeD* virgæ axis sit *eg*, anchoræ caput *g*, brachii linea *eSD*. Ponatur angulum *egT* factum ab virgæ axe *eg* cum horizontali *TF* in fundo maris, prout figitur brachium *eSD*, ita fieri minorem; ponaturque, virgæ caput *g* semper radere fundum *TF*. Hisce positis, considerari poterit tractio, quæ agit in virgæ, hoc est anchoræ caput *g*, tamquam una vis, eademque directa secundùm *TF*.

Nimirùm existimo, in hujusmodi virgæ constitutione motum receptum ab ipsâ virgâ non esse resolvendum in duos, sed totum ceu horizontalem esse reputandum. Namque si lamina (*Fig. 24.*) *ABg* perpendicularis ad horizontem trahatur ab aliquâ vi *V* ita, ut ejus extremitas *g* semper sit in horizontali lineâ *TF*, motus impressus ipsi laminæ considerabitur tamquam horizontalis, neque in duos perpendicularem & horizontalem resolvendus, ut ut directio trahentis funis *gV* sit obliqua. At, si lamina *abg* intelligatur perforata, ut ipsius pars *gbes* anchoræ virgam, pars verò *bane* anchoræ brachium referat; neque tamen motus ipsius natura mutabitur, neque in duos indicatos motus erit instituenda divisio. Vis igitur tractoria, quâ (*Fig. 23.*) trahitur anchora *gBeD*, anchoræ capite *g* jugiter radente lineam *TF*, tamquam una vis eademque directa secundùm *TF*, haberi poterit. Neque minor factus angulus *egT* quicquam officiet propositæ demonstrationi.

§. IV.

Iisdem, quæ in Articulo superiore, positis; ostenditur fieri non posse, ut dùm anchoræ brachium figitur, brachii partes omnes eodem modo ab agentibus viribus impressionem recipiant.

QUod de lineâ brachii dicemus, ad brachium etiam ipsum pertinere satis est manifestum. Hîc autem de propositâ brachii lineâ (*eâdem Fig. 23.*) eSD agentes intelligemus, omnes applicatas gs, gS, progredi ab extremo capitis puncto g; & Abscissarum lineam esse brachii sagittam RD.

Applicatæ autem gs (quæ concipiatur congruere cum lineâ TF) infinitè proxima sit gS; & ex puncto S ducta sit lineola SP perpendicularis ad sg: itaque vis gravitatis urgebit secundùm PS perpendicularem ad finitorem, & vis tractoria (quæ horizontalis definita fuit superiore in Articulo) aget secundùm ipsam sP. Quamobrem, vis gravitatis & vis tractoria determinato aliquo modo agent in lineolas PS, sP; & lineolæ brachii particula sS juxtà modum eumdem à duabus illis viribus recipiet impressionem.

Sed quando angulus, comprehensus à virgæ axe eg cum TF, minor redditur, tunc non eodem illo modo particula sS alio translata, impressionem suscipere potis est. Fingamus enim axem ge circa punctum g esse conversum, ut ipsius positio sit gE, positio verò brachii eD sit EO, & positio applicatæ gs sit gu: huic autem infinitè proxima ducta sit gV ita, ut $uV = sS$; & ex puncto V ducta sit Vn perpendicularis ad gu. Jam neque hæc Vn erit perpendicularis ad finitorem, neque un horisontalis: atque ideò eædem illæ vires, gravitatis una perpendicularis ad horizontem, altera tractoria horisontalis, quæ dirigebantur secundùm lineolas PS & sP, harum nV, un (ut aiunt) respectu directiones differentes habebunt; neque particula uV impressionem recipere poterit modo eodem, ac recipiebat, cùm obtineret positionem sS. Constat id itaque, quod propositum erat.

§. V.

Pro determinatione figuræ lineæ brachii anchoræ proponitur principium, quod cæteris conducibilius visum est.

QUando fieri nequit, ut curvæ (*eadem Fig. 23.*) *eSD* particula quælibet eodem modo ab agentibus viribus integram impressionem semper recipiat; danda opera est, ut, quemadmodum potior selecta fuit anchoræ positio, ita etiam una aliqua ratio (pro principio curvæ inventioni inserviente) perceptionis virium gravitativæ & tractoriæ seligatur, quæ utilior cæteris reputetur.

Variis autem rationibus positionibusque consideratis, quas infinitè parvæ *sP, PS, sS,* variis in curvis possunt obtinere; visa tandem est præstare cæteris ea ratio, ex quâ curvæ particularum omnium *sS* constans enasceretur ad suas ordinatas positio: ita enim percommodè fieret, ut curvæ illius omnes particulæ fundum *TF* attingentes, ferentesque extantis anchoræ partis pressionem, agerent modo constanti; idque cuicumque particulæ singillatim contingeret; quin etiam altera alteram modo eodem urgeret; atque omninò regularis esset earumdem directio. Quas equidem ob proprietates futuras in illiusmodi curvâ, eam præstantem futuram opinor; hoc est, eam, quæ brachiis anchoræ maximè possit convenire.

§. VI.

Posito principio, quod superiore in Articulo est constitutum, brachii anchoræ lineam (quam præstantiorem adhibendamque esse putamus) determinare.

SIt, ut ante, sectionis fundi maris (*Fig. 25.*) linea *TF*, virgæ axis sit linea *eg*, quæ etiam sit radius circuli *eGn*, cujus centrum sit Curvæ centrum *g*. Sit *DR* Brachii Sagitta, & *eR* Brachii Sagitta versa. Sit brachii curva linea *eSD*, hancque Spiralem Logarithmicam esse ponamus.

Notum jam est, Curvam hanc eâ præditam esse proprietate,

ut cùm omnibus lineis ab centro *g* ductis angulos inter se æquales comprehendat. Præterea verò, si assumantur ejusdem Curvæ particulæ quæcumque infinitè parvæ *et*, *sS*, ad quas ductæ sint ab centro *g* lineæ *ge*, *gs*, &c., eodem centro *g*, intervallis *gS*, *gt*, descripti sint arcus infinitè parvi *SP*, *to*, erunt differentialia triangula *SsP*, *teo*, similia.

Quando igitur linea brachii anchoræ erit Logarithmica Spiralis, illud sequetur facilè, ut cuicumque ordinatæ *gs*, congruenti cum linea *TF* horizontali fundi maris, semper respondeat brachii particula, quæ constanti angulo fundum maris urgeat. Itaque etiam fiet, ut pressiones superextantium anchoræ partium constanti quâdam ratione agant in partes subjectas, regulari dispositione inter se aptas ac convenientes, faciliùsque in maris fundum penetraturas.

Eadem verò particularum curvæ ad radios inclinatio magis faciet, ut idoneæ illæ sint ad motum ex horizontali & perpendiculari compositum persequendum: itaque meliore modo particulæ illæ ad utramque vim, tum tractionis, tum gravitatis referentur.

Non me fugit, circulum quoque eâ proprietate esse ornatum, ut radii omnes cum circumferentiæ respondentibus particulis æquales angulos comprehendant; immò logarithmicam hanc, si anguli *get*, *gsS*, recti evadant, in circulum transmutari. Sed partes circumferentiæ circuli, ubi ad horizontalem lineam pervenirent, rectosque angulos cum eâdem efficerent, positionem haberent aptam quidem ad recipiendas vis perpendicularis impressiones, non autem ad recipiendas illas à vi tractoria promanantes: quamobrem multò aptiores esse queunt positiones partium logarithmicæ spiralis, quarum anguli cùm sint acuti, id præstant, ut effectus vis utriusque conspirare faciliùs utiliùsque possint.

§. VII.

De facillimâ constructione jam propositæ Curvæ, ex quâ figura Brachii Anchoræ dependet, & de ejus Tangentis constitutione.

Cum superiùs innuerim, commoditati etiam artificum in rebus hisce prospicere omninò oportere; hîc animadvertam propositæ Curvæ (quamvis Transcendentis, ut appellant) descriptionem facillimam nostro in casu esse posse. Gaudet enim Curva hæc (præter jam indicatas) eâ proprietate, ut, si circuli (*eadem Fig. 25.*) *eGN* quilibet arcus *eL* bisecetur in *G*, & ad puncta *e*, *G*, *L* ducantur radii *ge*, *gG*, *gL*, atque in iisdem sumantur *ge*, *gs*, *gD* pertingentes ad logarithmicam spiralem *esD*, tres illæ *ge*, *gs*, *gD* in geometricâ existent proportione.

Quamobrem cùm in nostro casu datæ semper sint *ge*, & *gD*, si angulus *egD* dividatur bifariam lineâ *gG*, & ex hâc abscindatur *gs* media proportionalis inter *ge*, & *gD*, punctum *s* ad logarithmicam spiralem erit. Ita quoque, dividendo angulum *egG* bifariam, & angulum *GgL*, duo alia Curvæ puncta invenientur: & sic porrò tot alia, quot libuerit.

Prætermitti autem minimè debet, ejusdem Curvæ proprietas alia, quæ talis est. Si ex quolibet puncto *s* ducta sit tangens *sC*, & ad hanc ab centro *g* perpendicularis *gC*; ratio inter *sC*, & *gC* ubique constans erit: quod facilè ex triangulorum *sSP*, *sCg* similitudine colligi potest. Rei verò nostræ illud interest, ut datis *ge* & *gD* (&, quod consequitur, quacumque *gs*, & ei respondente arcu *eG*) ratio illa constans inter *sC* & *gC*, sive inter *sP*, & *PS*, possit inveniri. Invenietur autem hac, quam subjeci, methodo.

Linea *ge*, sive radius, dicatur *r*; radii *gG* complementum *Gs*, *y*; arcus *eG*, *x*. Tùm radio *gG* agatur alius radius infinitè proximus *gK* secans Curvam in *S*; eritque *GK*, *dx*. Ac, ubi centro *g*, intervallo *gS*, descriptus sit infinitè parvus arcus

arcus SP erit sP, dy; & erit $gK(r) : gs(r-y) :: GK(dx) : SP\left(\frac{rdx-ydx}{r}\right)$. Nunc verò conſtans ratio SP ad sP ponatur eadem eſſe, ac r ad n: itaque habebitur, $\frac{rdx-ydx}{r} : dy :: r : n$; & $ndx = \frac{rrdy}{r-y}$. Et ſi, $\frac{rrdy}{r-y}$ convertatur in ſeriem, ſeries erit hæc: $rdy + ydy + \frac{y^2dy}{r} + \frac{y^3dy}{rr} + \frac{y^4dy}{r^3}$, &c. ac, propoſitam integrando æquationem, erit $nx = ry + \frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3r} + \frac{y^4}{4rr} + \frac{y^5}{5r^3}$, &c.

In noſtro autem caſu, aſſumptâ (ceu cognitâ) quâcumque y, cum ei reſpondens arcus (per jam tritam rectificationem arcuum circularium) haberi queat, facilè inveniri inde poterit etiam n, atque adeo conſtans illa ratio inter SP & sP, ſive inter gC & sC.

Quamobrem ſi ge ſit pollicum 60, eR pollicum 12, RD pollicum 20 (ut fertur à menſuris lineæ primæ in Tabellâ E) ratio illa inter gC & sC invenietur, rotundis (ut aiunt) in numeris, ea eſſe, quæ inter 100 & 36, ſive inter 25 & 9, intercedit. Et conſtans angulus gsC, à quâcumque rectâ gs cum ſuâ ad s tangente sC comprehenſus, erit 70° 12′. At ſi ge conſtet pollicibus 240, eR pollicibus 34 lin. 4, RD pollicibus 80 (ſecundùm menſuras in Tabellæ E poſtremâ lineâ indicatas) ratio inter gC & sC, numeris rotundis expreſſa, erit eadem, ac 1000 ad 224, ſive 125 ad 28. Et conſtans angulus gsC erit 76° 17′. Liquet igitur ut, pro diverſis anchorarum magnitudinibus, ſimiles proportiones aliæ, alii anguli, poſſint facilè reperiri: atque ut pars hæc ad Brachii figuræ utilitatem pertinens abſolvi queat.

Quæ cùm ita ſint, ratione habitâ eorum, quæ in multiplici ſubtilique inveſtigatione lineæ Brachii anchoræ & nimia & implexa ſeſe offerunt, planè exiſtimo, ad aſſequendam utiliorem figuram, anchoræ brachia ad logarithmicæ ſpiralis

ductum esse accommodanda. At figura totius anchoræ ut prorsùs juvetur, quidpiam aliud, quod conducit, sequenti in Sectione exponetur.

SECTIO QUARTA.

Modus traditur, quo juvari queat proposita Anchoræ figura, ut Anchora ipsa hæreat meliùs. Tùm recolliguntur utilia ad præstabiliorem Anchoræ figuram perficiendam.

§. I.

Tangentium curvæ, cujus figuram inducunt tùm anchoralis funis, tùm ferrea catena, proprietates, & inde enascentes tractionum directiones, pro re nostrâ, exhibentur.

PRINCIPIO hîc illud scire licet, quod, etsi anchoralium fibræ neque perfectè flexiles sint, neque distensionis incapaces; etsi anchoralia non pendeant liberè; nihilo tamen minus anchoralia, dùm trahuntur speciem formant funiculariæ curvæ. Hinc autem sequitur, ut anchoralium longiorum usus (ubi fieri possit) præstantior sit. Nam ab tangentibus, ductis ab extremis funiculariæ illius curvæ punctis, directiones tractionum determinantur; & quò longiora anchoralia sunt (paribus cæteris) eò etiam tangens infimi extremi anchoralis magis ad horizontem (quando tractio exercetur) accedit : hujusmodi verò tractio utilior est, ut anchoræ figantur & hæreant. Quod mox dicenda sanè confirmabunt.

Ad tangentes igitur illas quod attinet : sit (*Fig. 26.*) funis *ACB* (quæ autem de fune, eadem de catenâ erunt infra jugiter intelligenda) qui sustineatur à duabus potentiis *A* & *B*. Certum quidem est, pondus funis illius agere contra eas potentias modo eodem, ac si pondus *P* æquale ponderi

funis, sustineretur à duobus filis *AI* & *BI*, gravitatis expertibus, quæ curvam *ACB* formatam à fune tangerent in punctis *A* & *C*. Unde colligendum est, directionem tractionis contra *A* futuram esse secundùm lineam *AI*. Atque, ut consequitur, quæ propria erunt lineæ *AI*, eadem reputanda etiam erunt propria directionis ejus vis, quâ gravitas curvæ *ACB* aget contra punctum *A*.

Ulteriùs verò concipiamus (*Fig.* 27.) lineam *TF* esse horizontalem, & ab eâ lineâ nunquam exire centrum nodi *C* trium funium *AC, BC, IC*; fingamusque pondus aliquod *P* sustineri ope funium *AC* & *BC* (gravitatis expertium, quorum ille infra horizontem, hic supra sit) à duabus potentiis ad illorum extremitates *A* & *B* applicatis; & æquilibrium fieri inter pondus potentiasque. Hæc autem ubi ita esse conceperimus, facilè etiam intelligemus ex iis, quæ jam olim demonstravit vir summus Petrus Varignonius, futurum ut pondus *P* sit ad potentiam in *B* applicatam ut sinus anguli *ACB* ad sinum anguli *ACI*.

Quamobrem manifestum est fieri oportere, ut, si crescat pondus *P*, crescat etiam sinus anguli *ACB*; qui ponitur obtusus, atque adeò minor fieri debet ut sinus ipsius augeatur. Dum vero angulus ille minor fiet, minor etiam fiet angulus *TCA* factus à fune *AC* cum horizontali *TC*. Manentibus igitur iisdem potentiis, quò majus erit pondus *P*, eò minor erit funis *AC* infra horizontalem *TC* inclinatio ad eamdem *TC*, atque illa ad hujus positum magis accedet.

Nunc autem primùm ponamus (*Fig.* 26.) *ACB* esse cannabinum funem, deinde fingamus esse pergravem ferream catenam. Primo in casu pondus funis, sive pondus *P*, multò minus erit, quàm secundo in casu. Ergo hoc in secundo casu (*Fig.* 27.) *AC*, quæ pro catenæ tangente haberi potest, multò magis accedet ad horizontalem: &, quod consequitur, in casu hoc tractionis directio erit secundùm lineam, quæ multò magis ad positum horizontalem accedat.

§. II.

Quid addendum anchoræ ſit, ut perfectiùs juvetur ejus figura ad penetrandum hærendumque, proponitur.

Ne fallerer, dum cogitarem de anchorarum uſu perficiendo, viſum mihi eſt, ante oculos ponenda eſſe hujuſmodi principia: nimirùm, fundum maris alibi mollem eſſe, alibi durum: ad ſtabiliendas naves alia inſtrumenta ubi fundus mollis eſt futura magis utilia, alia verò ubi fundus durus eſt: uno tamen inſtrumentorum genere pro utroque genere fundi eſſe utendum: hoc autem genus inſtructum eſſe oportere brachiis acuminatis, quippe quæ durum fundum penetrare queant: igitur nonniſi anchoras eſſe adhibendas, de quibus dictum eſt (mutationes haud utilem uſum ſecuturum, planè reor) & extrinſecùs quærendos novos alios modos reddendi illas utiliores.

Et, quando figura melior quidem reddi, non autem mutari, debet, præſtabit ut ad uſum quàm aptiſſimè accommodetur. Id verò conſequi nos poſſe exiſtimo cogendo caput anchoræ & ligneum axem, ut, quàm maximè fieri poſſit, fundo hæreant. Quod ſubodorari videntur naucleri periti, qui aliquando connexis duorum anchoralium extremitatibus longius efficiunt anchorale: at hoc neque magnum, neque ſine aliquo periculo, ſubſidium eſt.

Ego itaque vellem ut unicuique anchoræ adderetur ferrea catena, quæ pro rei uſu perfectè eſſet fabrefacta: quæ unco cochleâ munito, vel alio aliquo facili modo poſſet tùm conjungi cum anchoræ annulo, tùm ab eodem ſeparari, ut, quando non eſſet jacienda, anchora tractaretur expeditiùs. Vellem ut catenæ longitudo dupla eſſet longitudinis axis virgæ, atque ut catenæ pondus tertiam partem ponderis anchoræ integræ exæquaret.

Ita profectò anchoralis tractio, dum ad ſublevandam catenam impendetur, aliquam ſui (ut ita dicam) impetûs

partem amittet: &, quod ad rem magnopere facit, tractio, quam catena exercebit, multo magis (ut superiore in articulo est demonstratum) horizontalem positionem retinebit. Quod sanè non enasci non poterit: cum, habitâ ratione non modo eorum, quæ de gravitate cannabini anchoralis intra aquam *(Sect. II. §. 5.)* dicta sunt, verùm etiam gravitatis ferri specificæ, inveniatur ratio gravitatis ferri intra aquam immersi ad gravitatem funis cannabini (molis æqualis) esse eadem ac 24 ad 1, & etiam major.

Quamobrem ita fiet, ut anchoræ & difficiliùs (quemadmodum aiunt) arent, ac ut difficiliùs dimoveantur; quæ duo ad unum maximè requisita, enascentur ab meliore anchoræ figurâ auctâ etiam hoc catenæ adjumento.

Post hæc autem non addam, futurum ut catenæ non lædantur ab saxosis fundis maris asperis salebrosisque, quibus anchoralia (quamvis notæ cautiones adhibeantur) vehementer atteruntur.

§. III.

Res utiles ad anchoræ figuram præstabiliorem reddendam unâ recensentur.

Ex iis itaque omnibus hactenus expositis, modò colligam, anchorarum bicipitem figuram, ratione & antiquissimi usûs certâ probatam experientiâ, à nobis habendam esse cæteris præstantiorem: figuras anchorarum ad earumdem pondera accommodari oportere iis, quas tradidi, regulis tutioribus, ut anchoræ ipsæ solidiores fiant: attendendam esse vim exercitam ab anchoris naves retinentibus, quam examinavi diligenter, ut verum atque frequentiorem anchorarum motum (enascentem dum anchoræ immerguntur) explicarem, eo enim explicato, quæ figuris anchorarum necessaria sunt ac utiliora, & quæ ad usum sunt, cognosci possunt maniſestiùs: anchoræ brachii (hoc est principis anchoræ partis) figuram esse determinandam ope novi usûs lineæ, quam

exposui, & quam perutilem ab naturâ propositæ rei, atque ab geometriâ ipsâ declarari, ostendi: demum catenæ adjunctione juvandas esse, tùm eam gravitatis vim, tùm eam directionem tractionis, quibus anchoræ ad penetrandum & ad hærendum fiant valentiores, atque inde etiam anchoræ figura ipsa quodammodo perficiatur. Itaque his contineri arbitror modum præstabilioris figuræ, quâ Anchoræ formari queant.

FINIS.

DE ARTIFICIO PRÆSTANTIORE ANCHORAS AD USTRINAM FABREFACIENDI, *DISSERTATIO.*

Hîc teneat noſtras Anchora DUCTA rates.

NOn deerit fortaſſe quiſpiam, qui propoſitam quæſtionem inſpiciens, primâ (ut aiunt) fronte, putet, de artificio anchoras fabrefaciendi, neque valdè nova, neque valdè utilia ſuggerenda ſupereſſe: cùm modus ferri tractandi ducendique igne malleoque ab longâ notus ſit experientiâ; neque, præter modum illum, novus alius modus inveniri poſſe videatur. At is erraret vehementer, perinde quaſi rerum perfectio non magis, quàm novitas nos debeat excitare. Illa profectò, non minus quàm hæc attendenda eſt. Et (quemadmodum vir ſummus, eloquens, & phyſicis rebus optimo in lumine conſtituendis natus, nos docuit) quamvis eæ, quæ ultimæ abſolutiones perfectioneſque rebus accedunt ad admirationem hominum animos plerumque minus trahunt, quàm primæ rerum inventiones, quibus novitas plurimum pretii ſolet comparare; illæ tamen idcirco non minus utiles ac fructuoſæ, quàm hæ, ſunt habendæ, & aliquando etiam perfectiones illæ ſunt difficiliores, quippe quæ minus conſpicuæ ſuâpte naturâ. Atque utinam, ingenio & induſtriâ,

problemati ſatisfacere ita poſſem, ut ejus pretium utilitatemque planè cognoſco. Experiar tamen.

SECTIO PRIMA.

De iis, quæ, ad perfectionem conſueti fabricandarum Anchorarum modi, requiruntur.

§. I.

De primis modis ferri formandi, & exinde de iis quæ ad propoſitam rem faciunt.

UT rem ab primis artificiis, quæ adhibentur in ferro præparando exordiamur, ſciendum principio eſt, venam ferri crudam, quæ ex pluribus partibus conſtat, terreis aliis, aliis ſulphureis, aliis ſalinis, ferreis aliis, aduri ante omnia, atque ita ad liquatorium (quemadmodum appellant) ignem præparari. Deinde eadem vena fluida redditur in fornace funditurque; ac metallicæ partes, vi præſertim gravitatis, ſeparatæ, & in grandes formas inductæ, earumdem formarum figuram refrigeratæ adipiſcuntur. At hujuſmodi ferrum malleo duci non poſſet. Iterum igitur liquatur, & recoquitur, ſtatim verò poſt recoctionem moles illa magna candenſque graviſſimo malleo (qui movetur ope rotæ ab aquâ circumactæ) pertunditur, tum ſub ipſo malleo diſſecatur in quinque aut ſex fruſta, aut in plura, quæ iterum ignita ſingillatim malleis tunduntur extendenturque in baculos, in contos, in laminas, atque hoc modo ferrum, ignis & percuſſionum vi, ductile redditur, ac (ut nonnulli vocitant) malleabile.

Ex his verò facilè apparet, figuram ferro tribui duplici modo poſſe, fuſione nimirùm, & malleo. Unde etiam fit, ut nonnulla ferrea inſtrumenta, cujuſmodi ſunt tormenta bellica, ferro in fornace fuſo conficiantur; alia verò ad uſtrinam

ustrinam elaborentur. Sed prima illiusmodi instrumenta durissima sunt, & quæ rumpi quidem possint, tractari autem malleo, & duci non possint.

Quod igitur ad rem nostram attinet, haud quidem, modo illo primo fusionis, anchorarum aut virgæ, aut brachia formanda sunt. Altero igitur modo, nimirum opere ad ustrinam, utendum est.

Non me latet, tertium dari genus quoddam artis ad perficienda ex ferro fuso, sive conflato, opera æque perfecta, ac fiunt ex ferro elaborato ope mallei, limæ, veterumque artificiorum. Debemus hercle eximium hoc inventum celeberrimo de Reaumur, viro de scientiis & pulchrioribus artibus optimè merito; qui novam hanc artem in excellenti suo Libro de Ferro in Chalybem convertendo descripsit. At ars illas ad res tenues elegantesque refertur, non ad prægrandia solidissima opera, cujusmodi sunt nobis propositæ res.

Porrò si quæ superiùs dicta sunt, considerentur, simul etiam intelligetur quid, pro institutâ re, conari debeat industria nostra: nempe ut optimæ notæ metallum adhibeatur; ut minore difficultate tractetur; ut sine ullis vitiis anchoræ perficiantur. Sed jam ad primum, hoc est, ad metalli adhibendi considerationem progrediamur.

§. II.

De variâ ferri naturâ probè noscendâ.

FErrum, in variis ferrariis fodinis generatum, varium est; varium etiam provenit ex variis (in diversis regionibus) modis adurendi, liquandi, coquendique venam ferri; unde alibi ferrum durius habetur, alibi minus durum (molle dicitur) alibi etiam intermediæ veluti naturæ. Ferrum durum molli gravius est: durum, si vis nimia eidem fiat, rumpitur; molle tenacius est, ac inflectitur: durum sæpè momento frangitur; molle autem curvatur paulatim: durum faciliùs & citiùs quàm molle, candescit & ignitum fit. Et ex his de ferro intermediæ naturæ judicium institui potest. Si ferrum impurum

ſit, eò pejus erit, quò plus heterogenei metalli habebit: propter hæc, natura fodinæ illius, ex quâ adhibendum ferrum eſt, nota eſſe debet.

Examinari autem probarique ferri indoles modis pluribus poteſt; de quibus nuper plura ſcripſit Cl. Emanuel Swedenborgius. Examinatur enim attentâ inſpectione ſuperficiei ferri ipſius, nam levigatior ſuperficies indicium eſt melius ſuperficie ſcabrâ, aut fiſſuris & rimis confertâ. Probatur ferreum bacillum ſi immittatur in foramen reſiſtentis corporis alicujus (puta ſilicei muri) & leviter inflectatur incurveturque, deinde ad rectam lineam reducatur; tum magis minuſque inflectatur iterum, ut deſideratæ tenacitatis indicia explorentur. Probatur ferrum percuſſionibus, ac pro eâ ratione, quâ vel diſſilit, vel reſiſtit, de ejus fragilitate, aut tenacitate judicium fertur. Diſruptione etiam ferri in fruſta uti poſſumus, ut fracturarum ſuperficies examinentur, atque diligenter obſerventur in eiſdem apparentium particularum figuræ, craſſities, diſpoſitioneſque. Quarum obſervationum perfectam ſeriem, egregiè explicatam, ſchematis etiam illuſtravit Cel. de Reaumur laudato in Opere. Præterea verò ſunt etiam qui experimenta ſumant ferrum candefacientes, ac obſervantes ut malleo reſiſtat, quales ſcintillas aut ramenta emittat, qualia & quo modo minuta opera ex eo poſſint duci. Neque tamen prætermittere hîc licet, virgas dari aliquas ferreas, in quarum fracturis omnes ferri varietates appareant.

Hæc autem omnia (quaſi in anteceſſum) rectè is calleat oportet, qui ad noſcendum præſtantius artificium anchoras fabrefaciendi velit accedere.

§. III.

De Ferruminatione.

FErruminationis nomine intelligo fabrorum operationem illam, quâ duo candefacta ferramenta, vi percuſſionis malleorum conjunguntur, & conſolidantur, ut ferrum unicum formetur. Et, quamvis operatio hæc aliquod ferruminis genus

ſæpè requirat; dum tamen mallei percuſſioniſque actione fiat, ferruminatio videtur eſſe appellanda. Hoc modo *Ferruminare*, gallicè *Souder*, facilè diceretur.

Studioſè verò, accuratè atque diligenter operari oportet in ferris ferruminandis magnæ molis, ut in propoſitâ anchorarum noſtrâ re. Si durum ferrum cum molli ſit ferruminandum, durum minus debet fieri ignitum, quàm molle; quod ſi magnâ cum curâ non obſervetur, ferruminandæ partes haud validè coaleſcent. Neque eſt obliviſcendum, fieri, ut, dum malleo elaboratur maſſa ex ferro duro & molli formata, molle ferrum extendatur magis, quàm durum.

Partes duæ ferruminandæ ad cuneorum figuram (aut ad parum diſſimilem eorum) formantur; utraque tamen ſimul (hoc eſt altera alteri ſuperimpoſita) maſſam efficere debet craſſiorem eâ, quæ requiritur; ut deinde maſſa illa ad requiſitam craſſitiem, vi percuſſionum malleorum, ac ſolidatione, adducatur. Eos autem cuneos alii vellent longiores, alii breviores; at ratio ſuadet conglutinationem (ut ita dicam) partis utriuſque robuſtiorem futuram, ſi majus ſit ſpatium conglutinatum; rationique vim addunt benè multa experimenta. Si artifices alii contradicant, credendum erit, eos brevioribus cuneis uti conſueviſſe; eoſque in eâ eſſe ſententiâ (in quâ plurimi artifices ſunt) ut putent; non id, quod ab aliis melius proponitur, eſſe faciendum; ſed id, quod facere ipſi conſueverint.

Cavendum autem diligenter eſt, ne nimium aut parum ignis in uſtrinâ adhibeatur, ſed danda eſt opera ut imprimatur ferro is caloris gradus, quem illius natura & experientia requirit. Cavendum itidem eſt, ne, dum ferri pars aliqua in uſtrinâ igneſcit, partes huic proximæ (quod aliquando contingit) ab igne lædantur, reddanturque infirmiores. Cavendum à ſcabie quâdam, quam aliquando emittit ferrum dum caleſit, & quæ conſolidationi aptæ eſt impedimento; quamobrem detergenda illa eſt, ut purum ferrum ignitum puro ferro ignito ſuperimponatur. Cavendum, ne ſabulum illud foſſile, quod in ferruminationibus adhibetur, ſit deterioris

qualitatis, ſed optimum eſt ſeligendum: & didici ab artifice peritiſſimo, ei haud raro perutile fuiſſe, cum eodem ſabulo cortices ovorum in pulverem redactos, & marinum ſal commiſcere.

Hæc verò omnia, quæ de ferruminatione dicta ſunt, ſi curentur diligentiſſimè, haud parum juvabunt, ut ad ſolidiorem fabricandarum anchorarum modum perveniatur.

§. IV.

De firmis ac validis Anchoræ partibus formandis.

QUoniam anchorarum virgæ & brachia, ſi flari nequeunt (ut ſuperiore in Articulo eſt demonſtratum) non ex unâ ferri maſſâ educi poſſunt; idcirco ex pluribus baculis (ut appellant) & laminis ferreis, aptè conſolidatis, debent coaleſcere. Baculi plerumque adhibentur parallelepipedæ figuræ *(Fig. 1. A)* eorumque baſis quadratæ latus pollicem unum cum dimidio, aut pollices duos circiter, æquat. Parallelepipedæ item figuræ *(Fig. 1. B)* ſunt laminæ baſim habentes rectangulam; cujus baſis latus unum plerumque pollicis unius partibus tribus æquale eſt, alterum verò nullâ certâ definiri menſurâ poteſt: aliæ enim laminæ ſemipedem latæ ſunt, aliæ minus, latiores aliæ.

Baculi ſeliguntur (pro anchoræ magnitudine plures paucioreſve) alii ex duro puriore ferro, totidemque alii ex ferro molli; & ferruminatione illi hiſce mixtim copulantur, ut, in unum faſciculum compoſiti, transformentur in unam eamdemque maſſam, longam duabus tertiis partibus futuræ virgæ; ſed eâ in extremitate, cui ſunt brachia conjungenda, craſſiorem, quàm in alterâ. Craſſities autem eâ ratione poſſunt determinari, ut (circiter) quemadmodum 4 ad 5, ita proveniat diameter capitis virgæ ad diametrum ejuſdem paulò ſupra conjunctionem cum brachiis ipſis: ubi enim virga iis committitur etiam craſſior ſit oportet.

Cùm autem, ſi anchoræ parvæ non ſint, maſſa illa, ſecundùm longitudinem, quatuor terminetur faciebus, ferè

planis: duæ ex hiſce, nimirum quæ parallelæ ſunt plano per brachia ducto, conteguntur ferreis laminis (unaquæque laminâ unâ) quæ ex ferro non quidem molli, ſed minus duro ſint. Dum maſſa hæc laminis contecta uſtrinæ igni admovetur, curare oportet, ut ejus latera laminis vacua, igni vehementiori, hoc eſt inferiori, adponantur, ut fortiùs vis ignis penetret; &, ſi qua heterogenea corpuſcula fuerint ipſâ in maſſâ, faciliùs deinde, cum laminæ cuduntur, extrudi queant. Modo eodem reliqua virgæ pars fabrefit; tum pars utraque conjungitur & ferruminatur, integra ita habetur virga.

Præſtaret tamen, totam ſimul virgam formari, idque fieri vellem, ne ea duabus ex partibus coaleſceret. Video quidem, majores ferri maſſas difficiliùs tractari poſſe, ut elaborentur; ſed de hac re in ſequenti articulo dicam: ſepoſitâ autem difficultate hac, ſolidior certè erit, ſine junctione illâ, virga fabrefacta. Vellem præterea, ut ſi baculi, aut laminæ, longitudinis neceſſariæ non eſſent; illorum, aut harum junctiones ferruminarentur ita, ut ad varias virgæ partes referrentur.

Brachia verò perficiuntur artificio propè eodem; ipſorumque extremis partibus ferruminantur pedes, quibus validiùs firmandis, utile erit, eos, quaſi dente, à brachiis retineri; ut in Figurâ videre eſt *(Fig. 2.)* in quâ *aenc* pars brachii eſt, *ab* eſt pars pedis, *ncb* dens pedem retinens. Itaque horum, quæ hactenus de anchoræ partibus tradita fuere, nihil prætermittendum opinor; ut propiùs ad perfectionem ipſæ partes accedant.

§. V.

De anchoræ partibus inter ſe componendis, ac firmè ſolidandis, ut integra anchora perfectè formetur.

TRes ſunt conſolidandæ partes, duo brachia, & virga: hoc maximi momenti & difficillimum opus eſt. Quod ut tutiùs perfici poſſet; mihi quidem placeret, extremitatem *(Fig. 3.) SPR* virgæ *EP* extendi veluti in alas *a, z,* jungendas

brachiorum principiis : placeret itidem, brachii *(Fig. 4.)* *XZ* extremitatem diduci in alas duas *e*, *u*, quarum *e* cum opposito brachii principio firmè consolidaretur ; *u* verò cum virga ipsa conjungeretur modo eodem : placeret jungendas partes non malleo tantùm, sed etiam limâ elaboratas esse, ut perfectiùs congruere possent.

Ratione autem suadetur, confirmaturque experientiâ constanti, ferreas duas massas candentes, ferruminandas, eò meliùs conjungi & consolidari, quò gravioribus illæ malleis cuduntur. Malleus verò qui ab uno homine tractari potest, ut gravissimus sit, libras tamen quadraginta non excedet. Porro esset providendum, ut prægrandi malleo partes solidandæ ferirentur, atque ut super incude sine difficultate moveri partes ipsæ, & pro lubitu illi malleo subjici, possent.

Itaque vellem, malleum, qui saltem esset trecentarum librarum pondo, ad extremum trabeculæ longæ pedes circiter octo adaptari ; & hanc circa medium instrui duobus cardinibus aptâ machinâ sustentatis, circum quos moveri liberrimè posset ; & ab ejusdem trabeculæ extremo ejus altero (nisi alicujus aquæ cursu motus machinæ commodè inderetur) funes pendere, ut horum tractione elevaretur malleus, qui candens percuteret ferrum positum super incudem. At sub malleo eodem partes solidandas, aptè appositèque, ut melior operis requireret conformatio, accommodare oporteret.

Ad id obtinendum, vellem adhiberi machinam illam, quæ ad pondera tollenda inventa est (Grus à nonnullis dicitur : *le Gruau)* in loco, benè, & commodè positam ; vellem funis ejus extremitatem instructam esse grandi unco ferreo, in quem induceretur anchoræ virga propè eam partem, propè quam esset gravitatis centrum movendæ ferreæ massæ. Vellem etiam, extremitati virgæ *(Fig. 3.)* *EP* conjungi tres ferreos baculos (peracto opere, abstrahendos, aut rescindendos) non admodùm crassos *BA*, *CD*, *EF*, longos tres vel quatuor pedes. Ita enim fieret, ut grue tantillùm moto, homines tres applicati ad extremitates *A*, *D*, *F*, quomodocumque opus esset, celerrimè partem solidandam super incude possent accommodare.

Illud autem diligentiſſimè curandum, ut plures ferreæ laminæ aptè ſuperponantur trium illarum partium extremitatibus jam ferruminatis, & cum iiſdem hæ quoque novæ laminæ ferruminentur aptè ſolidèque; ut tandem ab extremis partibus brachiorum, & virgæ, atque ab adjunctis hiſce laminis, formetur unum idemque ſolidiſſimum corpus. Nec verò probarem foramen ullum propè extremitatem *P* fieri. Quamvis enim per hoc trajectus religaretur funis index commodè quidem, & commodè tunc adhiberi poſſet funis idem cum majori anchoræ minor adjungeretur, ne illa (ut aiunt) araret; id tamen foramen minus placet, propterea quod exiſtimo, nihil quicquam eſſe tentandum, quod quovis modo eam poſſit partem debilitare. Et hæc omnia, ut reputo, conducent ad artificium fabricæ anchorarum perficiendum.

SECTIO SECUNDA.

Nova Anchoræ partium diviſio & compoſitio proponitur.

§. I.

Quid partium Anchorarum diviſio, ad faciliorem reddendam earumdem ſtructuram, præſtare poſſit.

CUM diviſionem partium propono, haudquaquam intelligo, ex unâ earum plures fieri; ut ex unâ duas quodammodo effici poſſe cenſebat vir doctiſſimus, idemque peritiſſimus artis machinarum, Claudius Perraultius, cui placuiſſet (quemadmodum in ejus Libro de Machinis videre eſt) anchoræ virgam *A B (Fig. 5.)* dividi in ramos duos *BP, BP,* ſuis annulis in *P, P,* inſtructos; quos per annulos trajectum anchorale dum traheret, ramis illis ſeſe flectentibus, & quaſi cedentibus, anchoralis tractionis violentia imminueretur.

Sed ego, partium diviſionem proponens, prorsùs intelligo,

divisim fabrefieri duas, vel tres, anchorarum partes, eo quidem modo, ut hæ possint sine ullâ ferruminatione deinde inter se aptari atque conjungi tam firmè quàm si, ferruminationis ope, essent integræ anchoræ juncturæ omnes consolidatæ. Porrò quod in grandibus anchoris formandis maximum incommodum creat, est difficultas machinæ figuræ illius, & tam immanis ponderis, tractandæ: ut, artificum grandes anchoras cudentium labores pluries observando, planè cognovi. Neque enim (dum virga cum brachiis est consolidanda) machina illa incudi aptari, neque malleis subjici ex omni parte potest; neque ipsis artificibus suppetit commoditas operandi æquabiliter partibus omnibus, ut vellent. Quamobrem operandi difficultatem sæpè vitia operis consequuntur.

Hanc itaque nimiam difficultatem tollere, idem fermè judico, ac suppeditare modum fabricæ anchorarum perficiendæ. Hanc verò difficultatem tolli posse reor, componendo anchoras ex duabus, vel tribus, partibus seorsim fabrefactis. Quapropter ad explicanda ea, quæ cogitavi de re hac, progrediar.

§. II.

Ut Anchoræ ex tribus seorsim fabricatis partibus componi queant, explicatur.

Virgæ, & brachiorum partibus iis, quæ ad formandum nodum, sive crucem, destinantur, illiusmodi figura tribui debet, quæ ad firmandam connexionem apprimè facere possit.

Figuram igitur, quam virgæ tribuendam reor expositurus, pono *(Fig. 6.)* *PC* esse virgam, cujus pars *sznc*, ad nodum, consuetæ crassitiei sit, quatuorque planis superficiebus terminetur, quarum *sh*, eidemque oppositam, nominabo facies virgæ; & *nch*, atque huic oppositam, dicam virgæ latera. Hac verò parte *sznc* sit crassior pars proximè superior *HsenK*, in quâ ad latera duæ crenæ *st*, *nr*, sint incisæ. Virgæ extremitas *mCx* ejusdem crassitiei sit cum superioris partis

partis extremitate *stern*, & figuræ habeat ejusmodi, ut cum eâdem illâ superiore extremitate efficiat crenam *szhi*, in quam inseri possit brachii ala, & crenam *ihcn*, in quam inseri possit extrema pars brachii ; totidemque alias crenas ad oppositas partes efficiat. *u* erit foramen, per quod trajici possit clavus haud crassus.

Quod verò ad brachia attinet, vellem, ut brachii pars (*Fig. 7.*) *nHD*, instructa pede suo *GD*, prædita esset eâ brachiorum aptiore figurâ, de quâ fusè aliàs à me dictum est : præter verò partem *ga*, quæ quadrare perfectè debet lateri virgæ, vellem brachium produci alâ veluti quâdam *nsEF*, partim faciei virgæ, partim alteri brachio aptandâ : quamobrem brachium propè *gn* crassius faciendum ; ut ala illa, toto tractu aptando virgæ, tam sit crassa, quàm in consuetâ formâ crassum brachium est : at reliqua ejusdem alæ pars, cum altero brachio connectenda, quasi ad cunei formam, extenuetur. Ad *n* & ad *s* vellem protuberare brachium & alam, ac duos quasi dentes *s*, *n*, efficere. *u* erit foramen æquale foraminis *u* virgæ.

Figura autem octava repræsentat jam descriptas partes aptatas inter se atque connexas : nimirum virgam *PC*, brachia alis instructa *BKIsn*, *DHGdb*, & hæc ut inserta esse debent alis suis in virgæ crenas. Apparent in eâdem Figurâ insertiones dentium *s*, *n*, in partem virgæ *ter*. Apparent duæ laminæ *Rb*, *qd*, quæ complectuntur alas, & quæ ex ferro ignefacto facilè circum alas easdem possunt circumplicari ; quemadmodum circum junctiones dentium anchorarum instructarum dentibus quatuor probè fieri observavi : *u* est clavus alas & virgam (majoris firmitatis comparandæ gratiâ) connectens : *mCx* est virgæ extremum claudens, atque (ut ita dicam) roborans integrum artificium.

Ratione itaque hactenùs descriptâ, faciliùs, ut puto, anchoræ construentur, quoniam vitabitur maximum illud incommodum crucis ferruminandæ : ac partes multò commodiùs (&, quod consequitur, perfectiùs) pro connexione elaboratæ, nodum efficere poterunt valentiorem, quàm si

ferruminatione data fuisset opera, ut coalescerent. Ubi vitietur aliqua pars, multò promptiùs redintegrari illa poterit, facili dissolutione, novâque compositione anchoræ totius. Nodus erit gravior, pressionemque anchoræ juvabit. Magisque partes resistent, quoniam impetus nodis vim faciens, imprimetur in plures partes, neque contra angulum, à virgâ & brachio comprehensum, ita aget; ut secundùm consuetam formam, agere solet.

§. III.

De Anchorarum ex duabus, separatim fabrefactis partibus, compositione.

QUæ superiore in articulo exposuimus, expeditiora quidem reddunt hæc, quæ sunt modo proponenda. Igitur, ut priùs, sit *(Fig. 9.)* PC virga; in quam, ubi nodus fieri deberet, insculptum sit grande foramen aL, os habens quadrilaterum, atque intùs planis superficiebus terminatum, ad quod adjacentes (ut ita dicam) parietes tz, es, crassissimi sint, ac æquivalentes consuetarum anchorarum crassitiei ad nodum. Desinat autem virga in duos mucrones Cm, Cx, longos quartâ unius futuri brachii parte, ac quales refert ipsa figura. Neque sanè difficile erit partes hasce fabrefacere; quandoquidem baculi illi & laminæ ex quibus componitur virga (ut aliàs est demonstratum) non conjunctæ ubi foramen, atque intortæ & circumactæ ad extremum, materiam suppeditare possunt huic operi solidè perficiundo. uu sunt duo foraminula, per quæ trajici duo clavi possunt.

Brachia sunt *(Fig. 10.)* $BRFqD$, quæ unicam solidamque anchoræ partem unâ efficiunt. uu sunt duæ crenæ ad excipienda clavorum dorsa, ut inferiùs dicetur.

Demùm undecima Figura refert partes illas arctè conjunctas. In virgæ PC foramen aL inducta sunt brachia $BRqD$, firmiter connexa cum virgâ ipsâ duobus clavis uu comprimentibus crenas paulò supra indicatas; atque ita etiam brachia eadem comprimuntur contra mucrones Cm, Cx.

Anchoræ verò, confectæ modo hoc, pedes facili artificio, vel etiam clavis, adjungentur.

Hæc autem si considerentur, simul (opinor) etiam intelligetur commoda illa ad calcem superioris articuli proposita, ad hunc quoque modum anchoræ fabrefaciendæ pertinere. At certè illa (haud leviter animadvertenda) major erit utilitas, quâ minuetur periculum (periculum sanè anchoris sæpè fatale) ne anchoræ brachia, ubi hæc connectuntur cum virgâ, frangantur. Quandoquidem, si ponamus brachii sD pedem fixum hærere, atque solidum illud virgæ & brachii aggregatum $PesD$ esse vectem facilè concipiemus, hujusce vectis esse quasi duo fulcra clavum e, & apicem x mucronis Cx; quamobrem vis ad P applicata minus quidem valebit ad disfringendum brachium in s ubi illud cum virgâ conjungitur. Itaque concludam videri mihi hisce artificiis & faciliorem & tutiorem propositam fabrefactionem anchoræ haberi posse.

FINIS.

DE MELIORE



DE MELIORE MODO EXPERIUNDI ANCHORARUM VIRES, SEU RESISTENTIAM, *DISSERTATIO.*

Hîc teneat noſtras Anchora CERTA rates.

UT nemo, qui ſapiat, inficias iverit, perutiles eſſe regulas benè proviſas & diligenter conſtitutas ad anchorarum figuras optimè præſcribendas, atque ad commonſtrandam fabricationem earumdem aptiorem : ita quoque fatebitur is, perutilia futura experimenta, quibus perſpiciatur num regulis illis reſpondeant fabrefactæ anchoræ, num debitâ præditæ ſint reſiſtentiâ. Uno verbo dicam; propoſiti problematis perfectio tam excellit, quàm præſtat, in periculo eſſe anchoram ſolam potiùs quàm ſimul cum anchorâ navim, naviganteſque. Id quidem unum qui cogitet, facilè (ni peſſimè fallor) cùm excellentem ſapientiam eorum, qui problema propoſuere, tùm problematis ejuſdem permagnum momentum, omnique curâ dignum, eſſe cognoſcet. Vel ego itaque lubens conabor, & diſſertatione hac in duas partes diviſâ, primùm quæ ſine machinis, deinde quæ machinarum ope, ſunt perficienda, exponam.

SECTIO PRIMA.

De iis, quæ ad propoſitum problema pertinent, nullius tamen machinæ explicationem requirunt.

§. I.

De violentis inflexionibus ac rupturis partium anchorarum.

CUR contorqueantur & frangantur anchoræ, duæ plerumque cauſæ ſunt, quæ conveniunt: interna (ut ita dicam) una, altera externa. Primùm agamus de primâ.

Conſtat experientiâ corpora firma ita ab naturâ eſſe conſtituta, ut eorumdem fibræ aliquando quidpiam habeant heterogenei, ut appellant, & inæqualibus viribus cohæreant. Hæc verò inæqualitas haud raro creſcit, ſi ars egerit in corporibus iiſdem. Quod ſi multæ fibrillæ ferri laxiores ſint, & extenſionis nimium capaces torquentur flectunturque, leviore momento anchoræ partes. At rumpuntur anchoræ, ubi ferrum impurum fuerit, ac extraneis corpuſculis nimis infectum, ubi inter ferreas laminas parteſque, ex quibus adferruminatis formata anchora fuit, cavernulæ aliquæ internæ remanſerint, ubi interior ferrugo ſoliditatem læſerit, vel ſimilia contigerint. Ac quidem partes quaſdam quaſi arenæ ſimiles, ſciſſuras, aliquando etiam cavitates, in variis, quas vidi, fractis anchorarum partibus, obſervavi. Hinc autem manifeſtum eſt, neque cohærentiam baſium illarum fuiſſe integram, neque fuiſſe fibrillas in eâ materiâ omnes ejuſmodi, ut fibrillæ ipſæ extendi & elongari æquabiliter poſſent antequam rumperentur: cum tamen baſium integrarum cohærentia & fibrillarum (ante rupturam) ad extenſionem æquabilis diſpoſitio, duo principia ſint momenti magni; ut quidem animadverterunt Mariotus, Varignonius, aliique, qui poſterioribus temporibus in doctrinâ reſiſtentiæ firmorum corporum explicandâ, magnâ cum laude ſunt verſati.



Sed jam pergentes ad caufas, quæ externè agunt, animadvertemus, tunc maximè fieri poffe, ut anchoræ lædantur cùm earumdem brachia foraminibus aut cavernulis faxei fundi funt infixa firmiter, neque loco cedere queunt modo ullo. Si enim navis à gravibus ventis vehementiùs agitetur, violentia tractionis anchoralis efficere poteft, ut anchoræ partes inflectantur, fi ex molli ferro fint; vel ut difrumpantur, fi fint ex ferro duriore. Quoniam vero in ejufmodi anchoræ conftitutione virga quafi vectis eft, brachiis vim faciens; ideo brachia læfionibus funt magis obnoxia, & quidem propè pedes, namque hi refiftunt; & prope angulos crucis, ubi primus virgæ conatus exercetur. Aliquando etiam læditur virga propè tertiam fui partem infra caput, plerumque ubi conjuncta fuere gemina virgæ frufta, quando virga formata fuit. Cæterum alibi etiam frangi anchoræ queunt, fi alibi infirmæ fint internæ earumdem partes, ob vitia illa, de quibus paulò fupra dictum eft.

§. II.

Attentis iis quæ fuperiore in Articulo dicta funt, explicatur, quid modus anchoras experiundi, fuâpte naturâ, referre debeat.

UT periculum fiat virium refiftentiæque anchorarum, violentia iifdem aliqua adhibenda eft fimilis ejus, quam ab externis jam enarratis caufis, ufu anchoræ ipfæ pati poffunt; ut ita dignofcatur, num anchoræ aliquo laborent ex vitiis iis, quæ ad caufas pravæ earumdem ftructuræ internas jam retulimus.

At diligenter animadvertere oportet, curandum profecto effe, ut anchorarum vitia, ubi iifdem infint, detegantur; verùm eodem tempore effe cavendum, ne violentiâ nimiâ etiam anchoræ illæ quæ vitiis carerent, difrumpantur. Porrò ea eft adhibenda ratio tentaminum, quibus anchoræ fuum quidem robur manifeftare poffint, lædi autem ex nimiâ violentiâ non poffint. Et in hac tentaminum cautione (ut opinor) propofitæ rei cardo eft.

§. III.

Primi quidam modi roboris anchorarum explorandi, indicantur.

SI malleo percuterentur variæ anchoræ partes, ex ſono aliquid fieri poſſet de ipſarum ſoliditate judicium. Item ex diligentiſſimâ partium menſurâ cum pondere comparatâ, de ferri anchoræ ejuſdem denſitate duci aliqua poſſet conjectura. Aliqua itidem ex attentâ inſpectione ſuperficierum ipſius anchoræ, num ferri ſuâpte naturâ capacis levigationis, an ſcabri ſigna apparerent. Limâ ferri durities tentari poſſet. Modis itaque hiſce, & ſimilibus roboris anchorarum indicia veluti quædam poſſent veſtigari.

At per ſe ſatis eſt manifeſtum, eas conjecturas ſeorſim factas aut ex ſono, aut ex menſurâ & pondere, aut ex ſuperficierum inſpectione, aut ex alio aliquo de hujuſcemodi tentaminibus, eſſe incertas conjecturas & ambiguas: ſi tamen ex hiſce plures unâ conſentirent præbentes ſingulæ eadem vel præſtabilia, vel prava indicia; non adeò incertum eſſet & ambiguum quod exinde fieret judicium.

§. IV.

Experimentum ſumendum de anchoris, percuſſione ex caſu oriundâ, profertur.

PErcuſſione (ut fieri apud Batavos conſuevit) reſiſtentiam anchoræ poſſumus experiri, curando ut anchora cadens ex edito loco impingatur in ſubjectam craſſiſſimam ferream virgam tranſversè poſitam, aut in craſſiſſimam ferream laminam. Ejus enim anchoræ ſtructuram vitiis carere, & ejus partes ſatis eſſe firmas, probabile fiet, ſi ex violentâ illâ colliſione nullum ceperit anchora detrimentum.

Itaque uſus percuſſionis (cujus vis limitari ac definiri ex notâ impetûs doctrinâ poteſt) inter utilia tentamina ponendus eſſe videtur. Si tamen conſiderentur diligenter poſitiones centrorum

centrorum gravitatis in brachiis anchorarum, atque animadvertatur, gravitatis vim quasi in centris iisdem constitutam reputari consuevisse; dissimulandum non erit, paulò minùs exploratam haberi anchorarum resistentiam quæ hujusmodi tentatur experimentis.

Quæ nihilominùs (ut certiora fierent) juvari possent, si anchoræ pedi utrique adjungeretur connecteretur que extraneum aliquod pondus æquans, puta decimam sextam ponderis totius anchoræ partem : nam gravitatis brachiorum centra, versùs eorumdem extremitates quodammodo retracta, agerent eo modo, quo considerato, ratione tutiori ferri judicium posset de anchorarum robore resistente viribus, eas flectere conantibus aut frangere.

Sed, antequam Sectionem hanc finio, addam, tentamen aliquando aliud institui ad experiundum, num anchoræ pes futurus sit aptus, ut se se convertat versùs fundum eumdemque mordeat. Super lævigata superficie anchora ita detinetur, ut unius ejus pedis extremitas, & axis lignei extremitas una superficiem eamdem contingant; tum verò anchoræ permittitur, ut moveatur : ac si anchora convertatur in orbem, ea conversio indicio est perfectionis figuræ ejusdem. Verè tamen ac liberè dicam : perfectio illa examine attento figuræ partium anchoræ datæ, atque consideratione diligenti proportionis earumdem, meliùs quidem quàm experimento, cognosci potest.



SECTIO SECUNDA.

Uſus quidem machinarum, in experimentis de Anchorarum vi & reſiſtentiâ inſtituendis, proponitur atque explicatur.

§. I.

De æſtimandâ & pro lubitu determinandâ quantitate primæ vis, quam machinæ datæ oporteat applicare.

EXPERIMENTA, quæ machinarum vi & violentiâ tentarentur, verebar olim, ne nimium aliquando valere poſſent: nempe dum contingeret, ut ea adhiberetur vis, cui facilè neque optimæ reſiſterent anchoræ. Atque hinc opinabar, dubiam ſemper futuram ac incertam determinationem quantitatis adhibendarum virium ad experimenta de anchoris, ope machinarum, inſtituenda.

At *diſcipulus eſt prioris poſterior dies*: mutavi deinde ſententiam eatenus, quatenus cogitavi de modo apto ad æſtimandas vires, quas homo aliquis impendere poſſet ad motum ope machinæ procreandum. Conſtitui enim, in experimentis (de quibus agendum eſt) primum principium motûs, hominis alicujus ad machinam applicatione, procurari oportere. Ad vim autem hominis illius æſtimandam, augendam, minuendamque facere poſſe credidi artificium hoc, quod proponam.

Sint duo fulcra *(Fig. 1.)* *ACD, BEG,* per quorum foramina *u* ac *t* liberè volvi queat teres paxillus *St;* cujus axis congruat cum axe cylindri *TZN.* Sit *ae* prima rota, quæ debeat adhiberi in machinâ idoneâ ad tentanda anchorarum experimenta. Sed (gratiâ facilioris comparationis cum cylindro *TZN*) fingamus eam rotam ad propoſitum paxillum eſſe aptatam, & hujus axem per ejuſdem centrum pertranſire.

Cylindro *TZN* intelligatur adnexus funis *gd,* de quo dependeat pondus *P.* Rotæ autem & cylindri diametri ſint

ejus magnitudinis; ut actiones dentium rotæ, & ponderis trahentis exerantur æquali intervallo ab axe paxilli, quasi vires essent applicatæ ad extremitates similium & æqualium radiorum alicujus axis in peritrochio.

Bacilli extremitas desinat in crassum parallelepipedum *qR*, in medio perforatum, ut in foramen immittatur manubrium *xFm*, recurvum in *F*, ad cujus extremitatem manus *V* hominis debet applicari. Demum, *n* est cochleola, quâ firmatur manubrium, ut ejus longitudo *nF* ea (pro lubitu) sit, quæ requiretur.

Id artificium ad rotam *ae* propositam refertur. Hujus autem vis proficiscitur ab vi applicatâ ad *V*. Et vis applicata ad *V* æstimatur ex pondere *P*.

Si constans esse debeat manubrii longitudo *nF*; augeatur vel imminuatur pondus *P* eò usque, dum inter ipsum & vim applicatam ad *V*, æquilibrium fiat: ita pondus *P* erit vis ejusdem *V* mensura.

Quando opus sit, ut rota *ae* ab hominis manu, hoc est, à vi applicatâ ad *V*, recipiat determinatam quandam vis quantitatem respondentem dato alicui ponderi *P*; tunc ope cochleolæ *n* firmetur manubrium ad eam longitudinem *nF*, quæ propria sit, ut vis applicata ad *V* æquivaleat vi ponderis *P*. Ita in nostro erit arbitrio, adhibitâ machinâ propositâ, æstimare vires ad *V* applicatas, & posse eam, quâ indigebimus, determinatam primæ vis quantitatem applicare.

§. II.

De machinâ, rotis compositâ, ad anchorarum robur pertentandum, aptâ.

VIm fieri anchoræ non posse, nisi firmiter consistant & anchora, & machina vim faciens, certum adeò esse opinor, ut minimè debeat demonstrari. Fingam itaque ad murum solidissimum aptatas esse machinam, anchoramque. Sed super solido etiam pavimento quæ propositurus sum (paucis mutatis) præstari facilè possent.

Sit itaque murus *(Fig. 2.) ABCD,* & ex eo promineant duo (vel plures) ferrei trunci *EF,* quorum, ut ita dicam, radices tam firmiter intra murum ſint conſolidatæ; ut ab machinæ violentiâ neque lædi, neque vinci ullo modo queat eorumdem reſiſtentia. Craſſus ferreus baculus, de quo experimentum ſit ſumendum, inſeratur inter eoſdem truncos *E* & *F,* alterâ ſui parte: parte verò alterâ comprehendatur ab unco ferreæ regulæ *IKML.* Quæ regula dentata ſit, moveaturque horizontaliter à dentibus tympani *nm.* Hujus tympani axis idem ſit ac rotæ *NP.* In ejuſdem autem rotæ *NP* ſuperiores dentes inſerantur dentes tympani *ec.* Quod tympanum in eodem axe eſt cum rotâ *Q R,* à cujus dentibus excipiuntur dentes tympani *gh.* At tympani hujuſce *gh* axis inſtructus eſſe intelligatur manubrio, cujus artificium idem ſit, ac artificium manubrii *(Fig. 1.) xRFm,* ſuperiore in articulo explicatum.

Poſt hæc animadvertere præſtat, tympanum *(Fig. 2.) gh,* quod in propoſitâ conſtructione ultimum eſt, poſſe conjungi cum axe alterius rotæ, & hanc moveri poſſe ab alio tympano quod ultimum ſit; atque eâdem prorsùs ratione datum eſſe augere numerum tympanorum rotarumque; &, quod conſequitur, augere (pro lubitu) machinæ vires.

Propoſita autem ferrea dentata regula, nec non rotæ, atque tympani, tantæ craſſitiei firmitatiſque eſſe debent, ut dum agit machina, partes illæ, neque curvari, neque deprimi, neque à locis ſuis dimoveri, neque lædi, neque frangi, violentâ machinæ actione queant. Idemque intelligendum cùm de partibus deſtinatis ad continendos rotarum, tympanorum, cylindrorumque axes, tùm de partibus reliquis, quibus machina tota (artificiis conſuetis) conligata erit, atque connexa. Uno verbo dicam: tam firma ac robuſta machina eſſe debet; ut ipſa quidem (ſi vis ad manubrium applicata potis ſit) ferrum *GH* curvare aut frangere poſſit, ipſa verò capere detrimentum non poſſit.

Et cùm jam ſuperiore in articulo artificium demonſtraverim conducens ad cognoſcendam quantitatem primæ vis,

quæ impenditur, dum effectus aliquis ope machinæ, compositæ rotis, progignitur; nunc velim, adhibitâ machinâ hac, varias determinari primas vires expressè necessarias ad ferreos baculos, varias crassities habentes, inflectendos, aut disfringendos. Velim (gratiâ exempli) dato ferreo baculo parallelepipedæ figuræ, cujus quadratæ basis latus esset pollicis unius, eodemque inter *F, E,* & *KI,* constituto, velim, inquam, determinari primam vim necessariam, ut id ferrum inflectatur, vel disfringatur: hanc autem vim primam pollicis unius appellabo.

Itaque, his positis, si datâ anchorâ aliquâ placeat experimentum sumere de uno ex ejusdem brachiis, inter *F, E,* & *KI,* constituto, cujus brachii minima crassities uni quadrato pollici respondeat; pro vi primâ adhibeatur vis paulò minor vi illâ primâ pollicis unius (de quâ modò dictum est). Et, si brachium resistat, jam experimento de firmâ illius partis anchoræ constitutione liquebit.

Porrò, quæcumque anchora detur, semper vis determinata, ope alicujus ex iis experimentis, quæ paulò supra sunt indicata, vel novi ope experimenti, modum suppeditabit tentandi & virgam & brachia ejusdem anchoræ datæ. Atque ita, si hæ partes solidè resistant, habebitur ipsius anchoræ firmitas experimento comprobata.

Neque plura addam: nota enim sunt quæ spectant ad propositæ machinæ partes. Sed quoniam earumdem usus, & virium æstimatio facilis est; idcircò à me planè habitæ sunt partes illæ ceu perutiles; ut, conjunctæ cum artificio à me tradito primæ vis æstimandæ, ad novum propositum hoc opus transducerentur.

§. III.

De simplicissimâ machinâ ad vires resistentiæ Anchorarum dignoscendas experimentis.

QUi minùs sapiunt mysteriis delectantur, hoc est implicatiora artificia pluris faciunt. At simplex machina, postremo

hoc loco, à me quidem proponitur lubenter, quoniam subjicitur judicio Sapientum, quibus res hujuscemodi ipsâ suâ simplicitate commendantur. Pars prima, à quâ ordiar, erit fulcrum (*Fig. 3.*) *ABCDEF*, cujus constructio potest pro lubitu, & pro re natâ, ac pro loci opportunitate variari (ut adhibendo grandes ferreos palos in imo crassissimi muri horizontaliter intrusos, vel in aliquod fundamentum infixos) dummodò tamen fulcrum ipsum sit solidissimum, præsertim ubi extant partes *EF*, in quas inseri debent cardines *ns*.

Extremitati trabeculæ *ab*, longæ saltem duodecim pedes, validissimè aptati esse debent cardines illi; ut trabecula eadem, ipsorum ope, liberrimè volvi queat : ita tamen ut, ejus axem ab uno eodemque plano verticali nunquam exeuntem, in eodem plano circulum quodammodo describere, concipi queat.

Malleus *eq*, haud absimilis iis, qui cursu aquæ moventur in ferrariis officinis ubi fodinæ sunt, prægrandis (puta qui pendeat quingentas pondo libras, aut ampliùs) sit infixus in trabeculam eamdem, sed tamen possit versùs utramque extremitatem *a*, vel *b*, pro lubitu duci (undè mutetur distantia *aR*) & hæc ubi sit determinata, ibi ille ferreo cuneo in *R* impendendo, satis arctè firmari queat.

Vellem constitui sub hoc singillatim varios bacillos, sive varia parallelepipeda ferrea, ut *HL* : & hæc imponi solidissimis fulcris *GI*, *MN*, ut nihil esset ad *P*, sub ferro *HL* ubi ictus ferro eidem est infigendus.

Tribus autem modis fiet ut major vel minor sit percussionis effectus : nimirùm auctâ vel imminutâ distantiâ *aR*; malleo ad majorem, vel minorem altitudinem elevato; ac demùm fulcris remotioribus, aut vicinioribus inter se. Quæ varietatum facilitas perutilis quidem esse debet perque commoda.

Notæ verò esse possunt & distantia *aR*, & distantia inter fulcra, & altitudo, ad quam elevandus sit malleus, ut primò (ita dicam) inflectatur vel disfringatur ferrum *HL* : igitur, si aliquantillo aut alterutra ex distantiis illis, aut altitudo illa

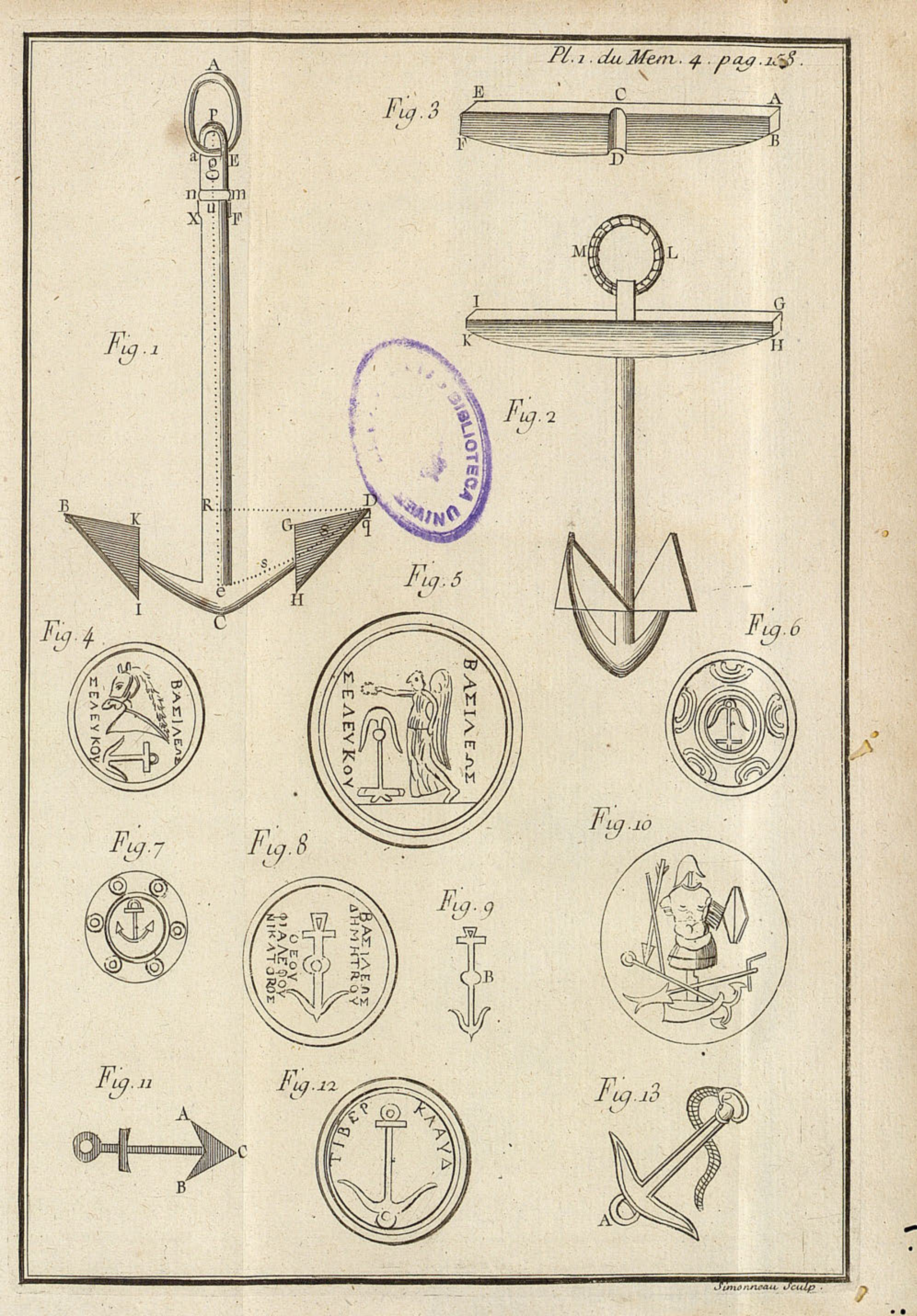
imminuatur, uſque dum non ampliùs inflectatur, aut non rumpatur ferrum idem : jam habebitur certa & explorata menſura ad tentandas eodem modo anchorarum partes ; & ad ferendum de partibus iiſdem judicium : atque id rationibus illis, quæ expoſitæ ſunt in ſuperiore ſecundo articulo, & quæ facilè ad hunc quoque referri queunt.

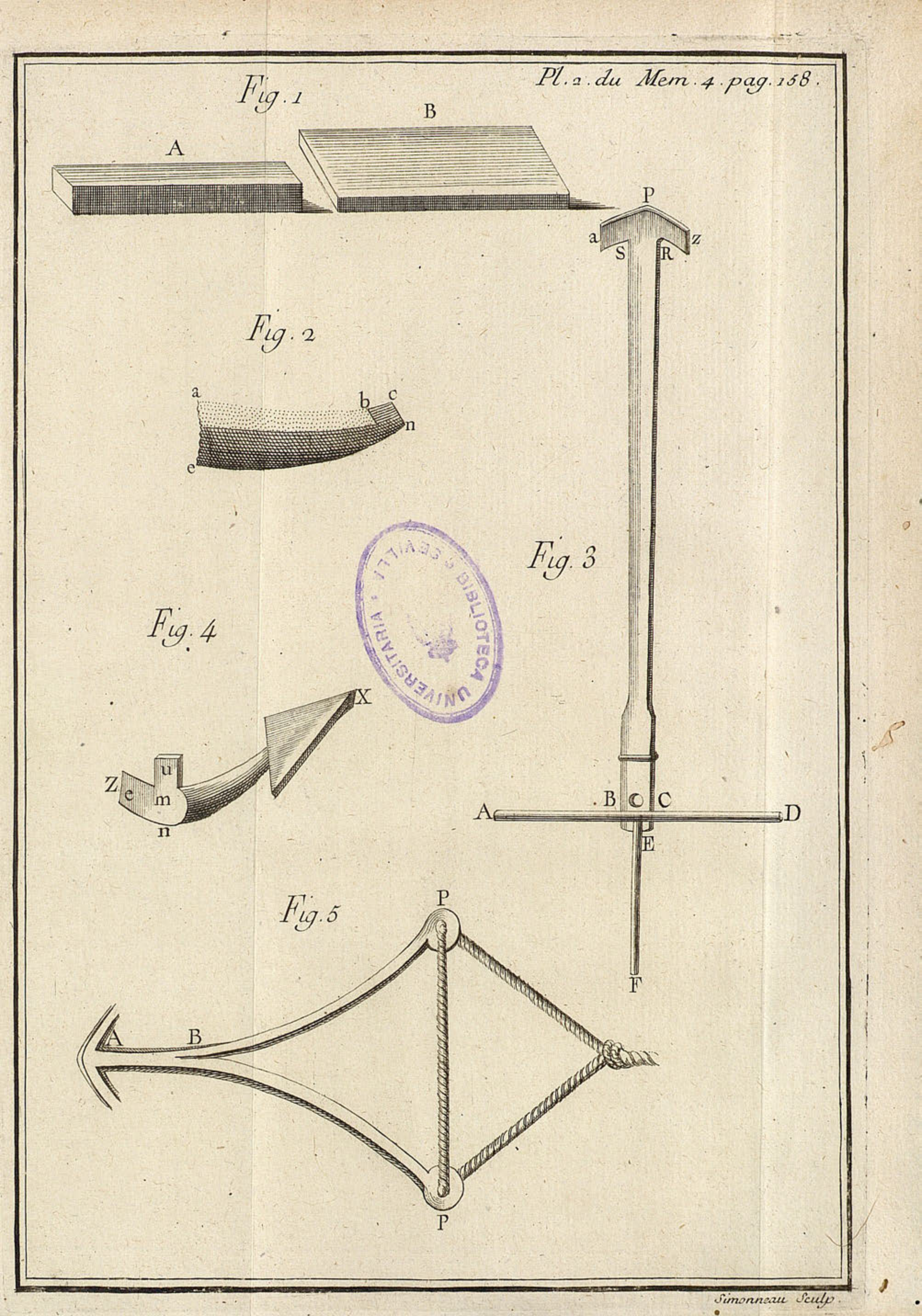
Ita machinâ ſimpliciſſimâ, & (nî peſſimè fallor) ſatis tutâ, datum erit experiri anchorarum vires ſeu reſiſtentiam : quod quidem reor ad perficiendam Diſſertationis hujuſce propoſitionem requiri.

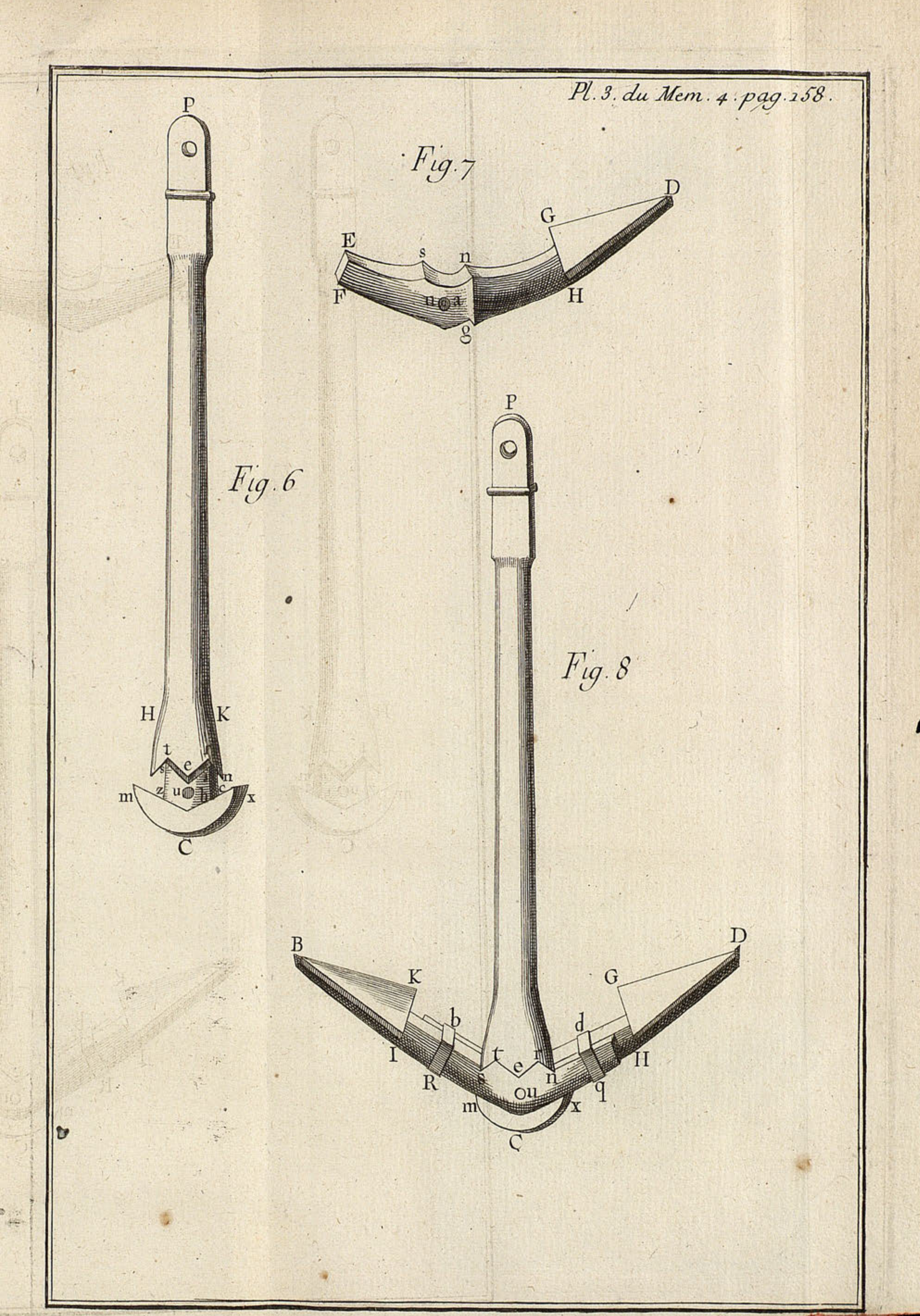
FINIS.

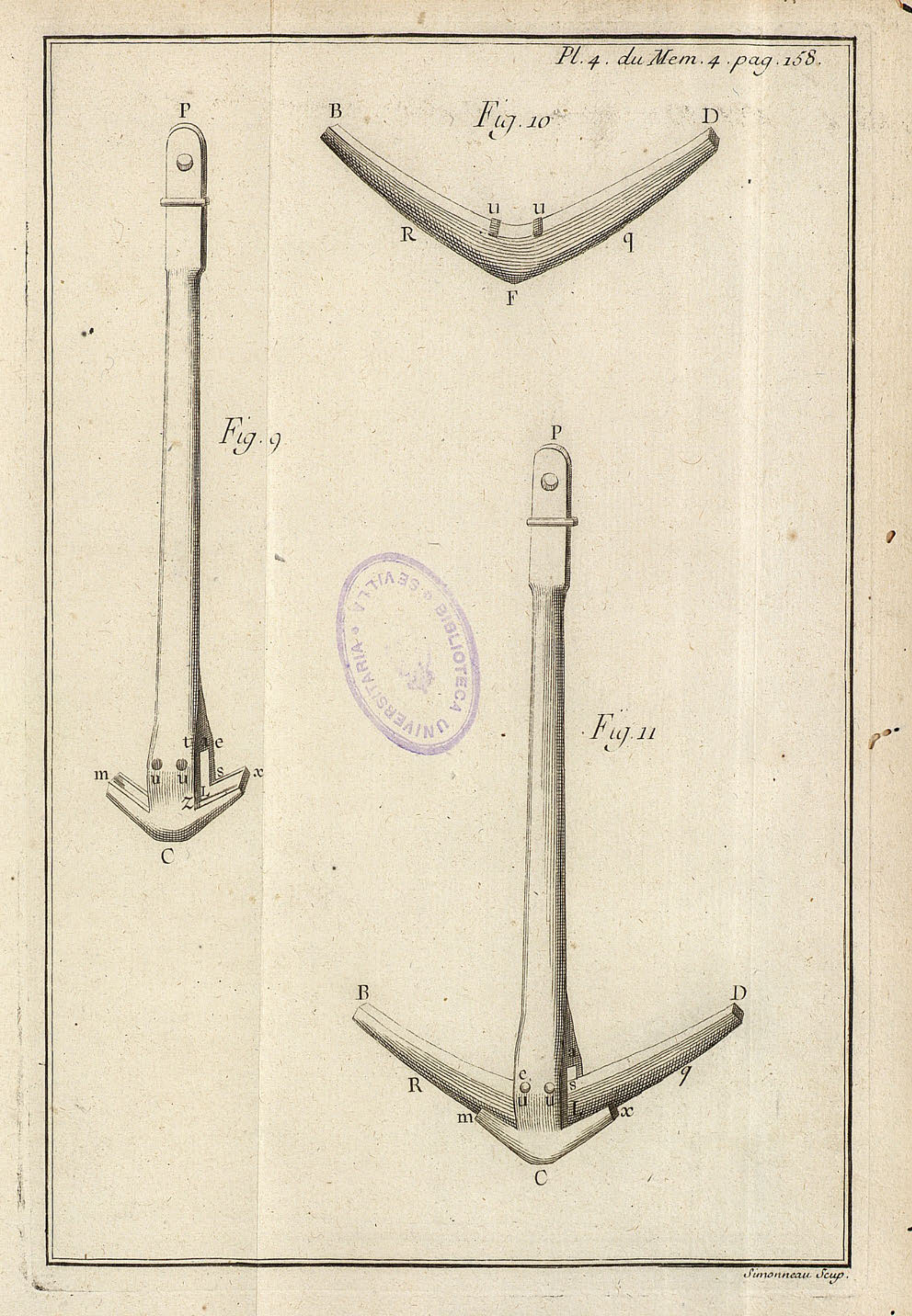
FIN de toutes les Pieces qui ont remporté les Prix de l'année 1737.

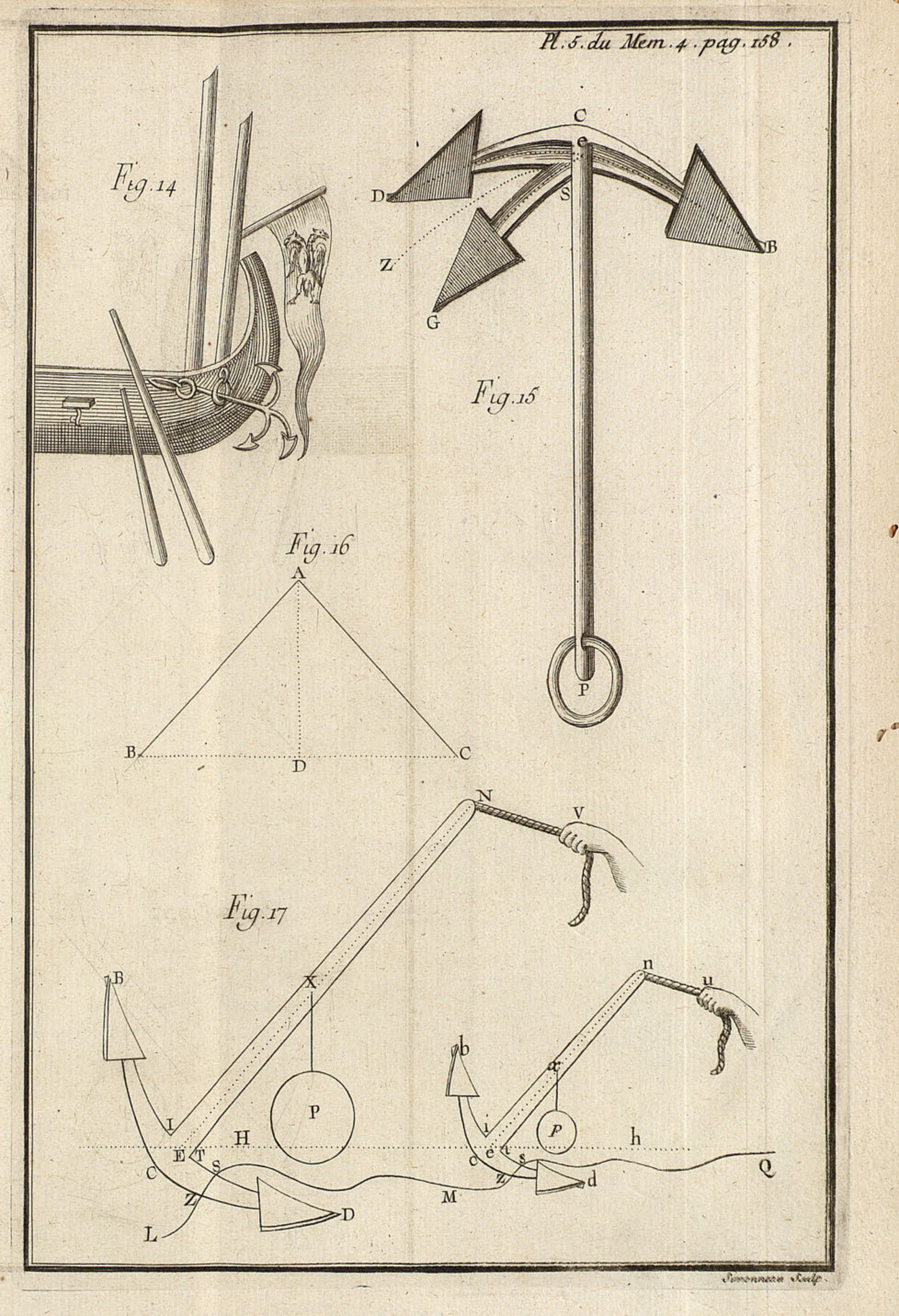


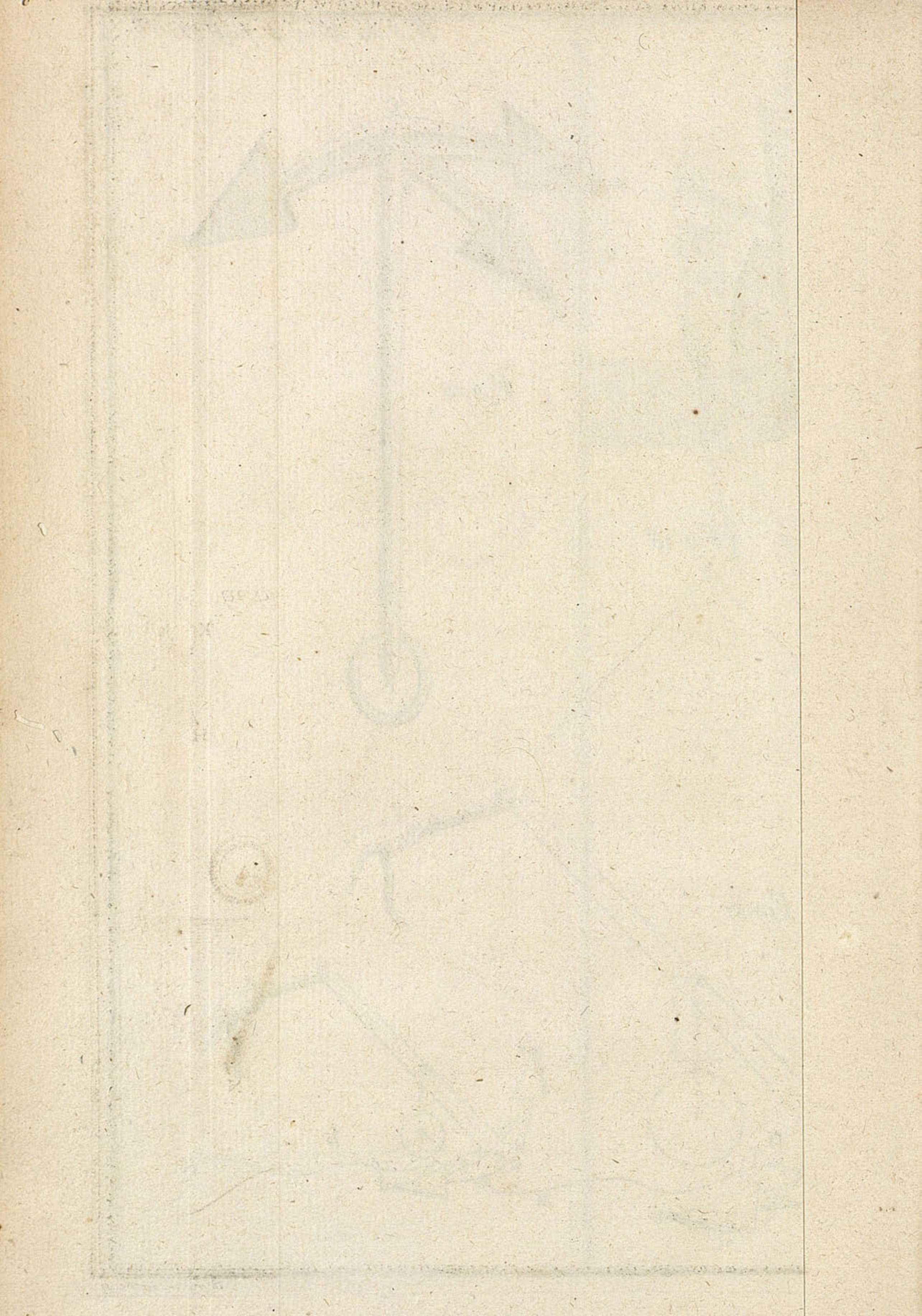

Pl. 1. du Mem. 4. pag. 158.
Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
ΒΑΣΙΛΕΩΣ ΣΕΛΕΥΚΟΥ
Fig. 5
ΒΑΣΙΛΕΩΣ ΣΕΛΕΥΚΟΥ
Fig. 6
Fig. 7
Fig. 8
ΒΑΣΙΛΕΩΣ ΔΗΜΗΤΡΟΥ
ΘΕΟΥ ΦΙΛΑΔΕΛΦΟΥ ΝΙΚΑΤΟΡΟΣ
Fig. 9
Fig. 10
Fig. 11
Fig. 12
ΤΙΒΕΡ ΚΛΑΥΔ
Fig. 13
Simonneau Sculp.

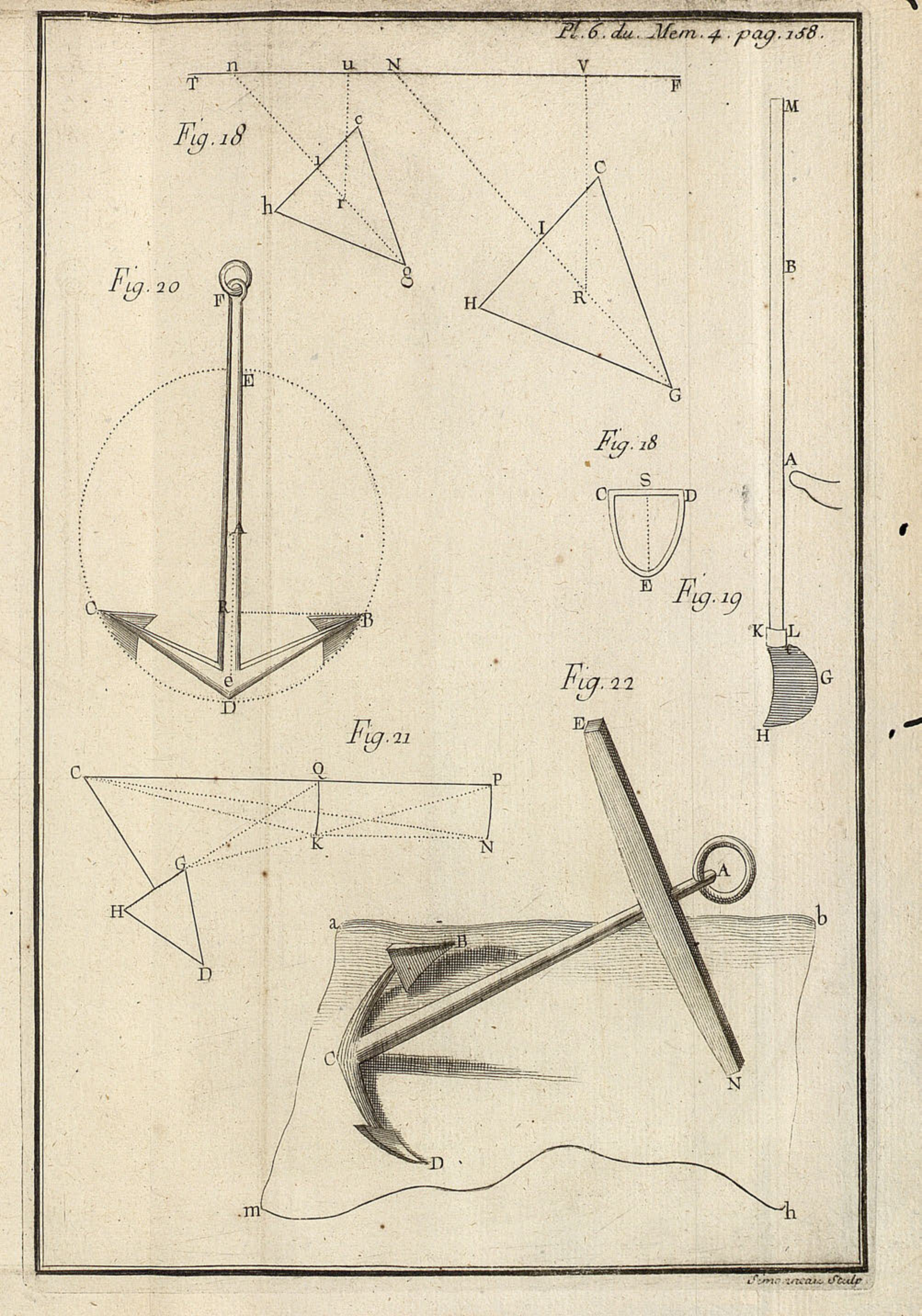

Pl. 2. du Mem. 4. pag. 158.
Fig. 1
A
B
Fig. 2
a
b
c
n
e
Fig. 3
P
a
z
S
R
B
C
A
D
E
F
Fig. 4
X
Z
e
u
m
n
Fig. 5
P
A
B
P
Simonneau Sculp.


Pl. 3. du Mem. 4. pag. 158.
Fig. 7
E
s
n
G
D
F
u
a
g
H
Fig. 6
P
H
K
t
e
s
n
m
z
u
c
x
C
Fig. 8
P
B
K
b
I
R
t
e
n
ou
m
C
G
D
d
H
q
x

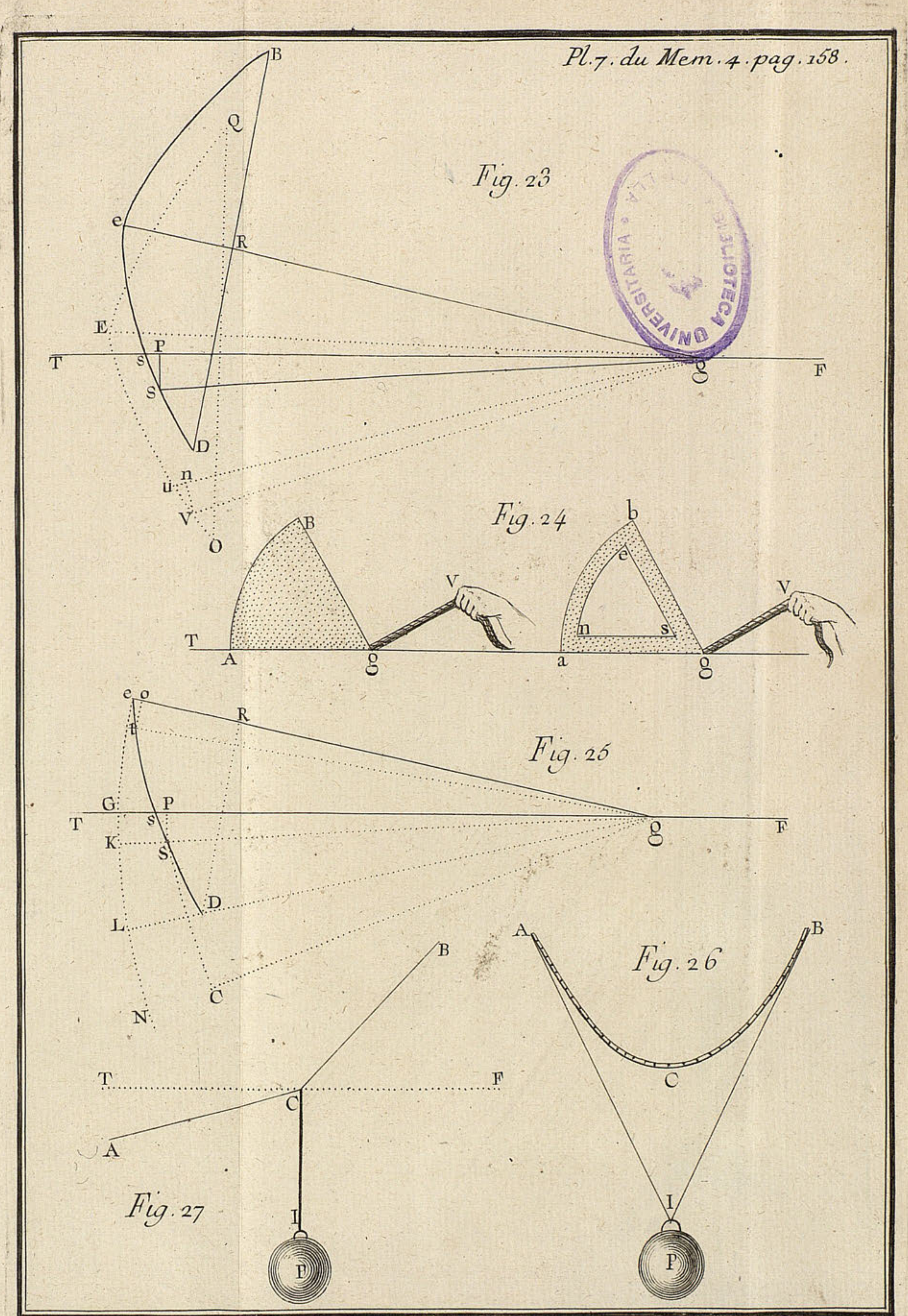

Fig. 10
B
D
u
u
R
q
F
Fig. 9
P
t
e
m
u
u
s
x
z
L
C
Fig. 11
P
B
D
R
q
e
u
u
s
m
L
x
C
Simonneau Sculp.


Pl. 5. du Mem. 4. pag. 158.
Fig. 14
Fig. 15
C
e
D
S
B
Z
G
P
Fig. 16
A
B
D
C
Fig. 17
N
V
B
X
I
P
H
E
T
S
C
Z
D
L
M
n
u
b
x
i
P
h
c
e
t
s
z
d
Q
Simonneau Sculp.

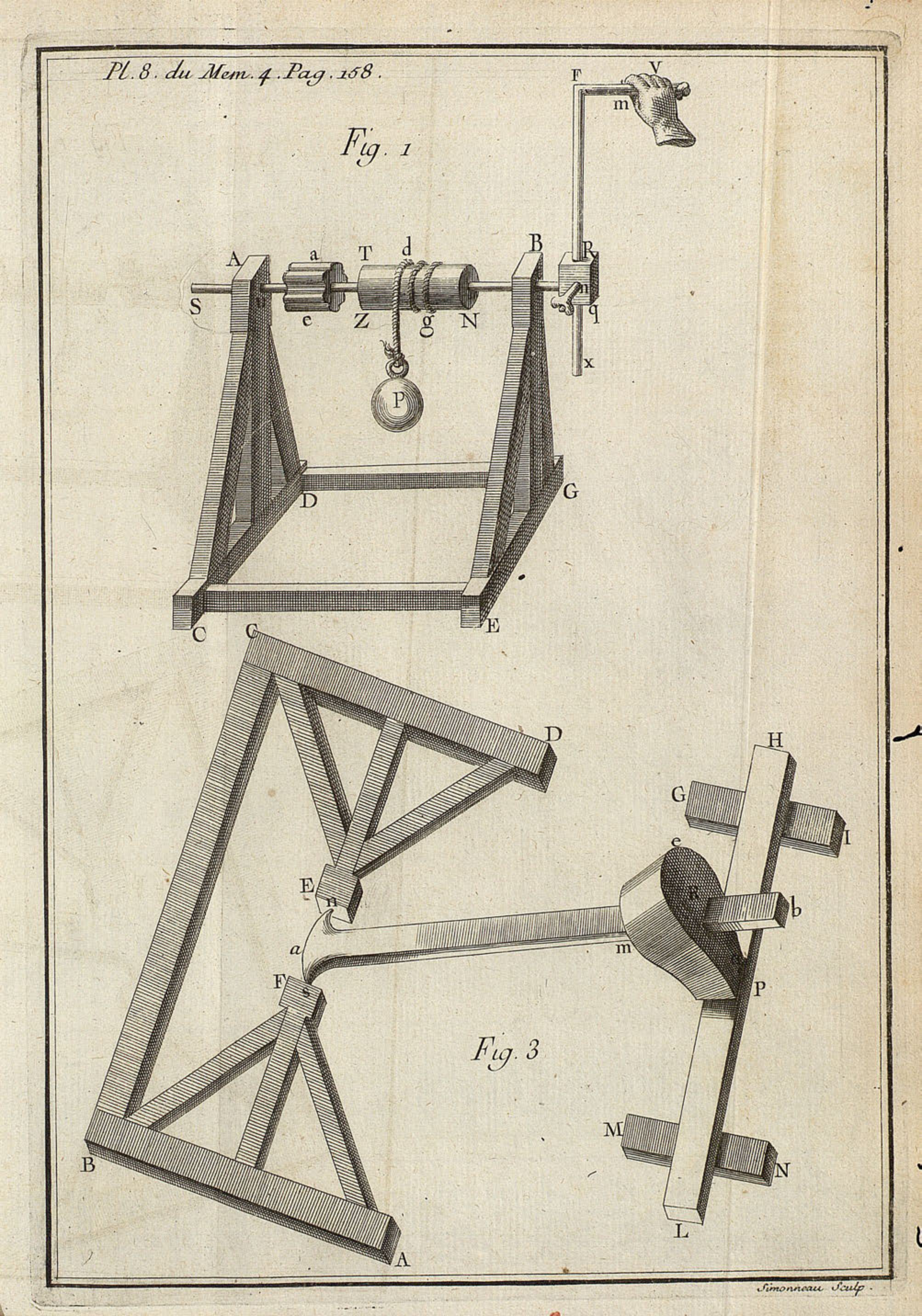


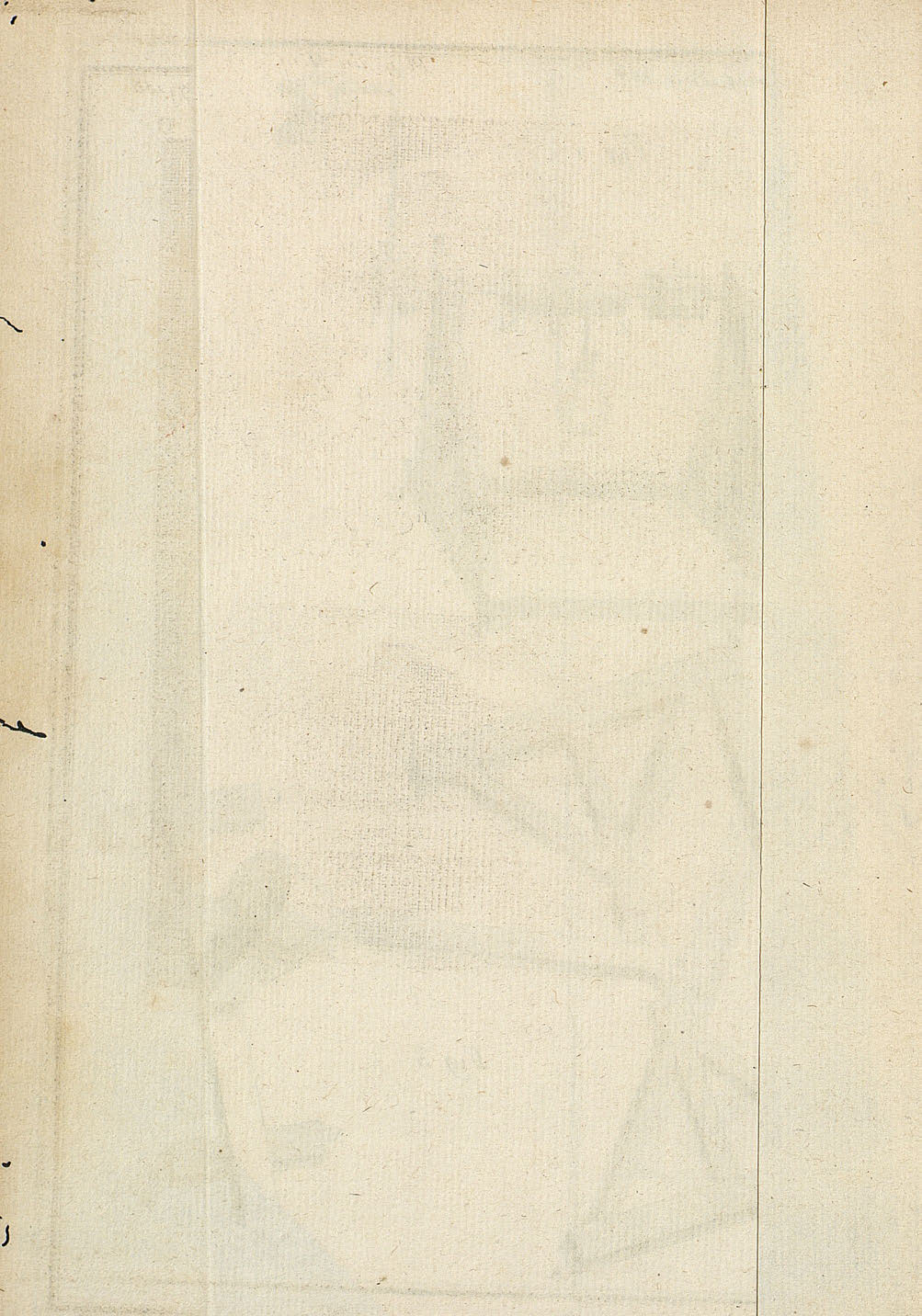


Simonneau Sculp.



Simonneau Sculp.


Fig. 1
F
V
m
A
a
T
d
B
R
S
e
Z
g
N
n
q
x
P
D
G
C
E
Fig. 3
C
D
H
G
I
e
E
n
b
a
m
F
P
B
M
N
L
A



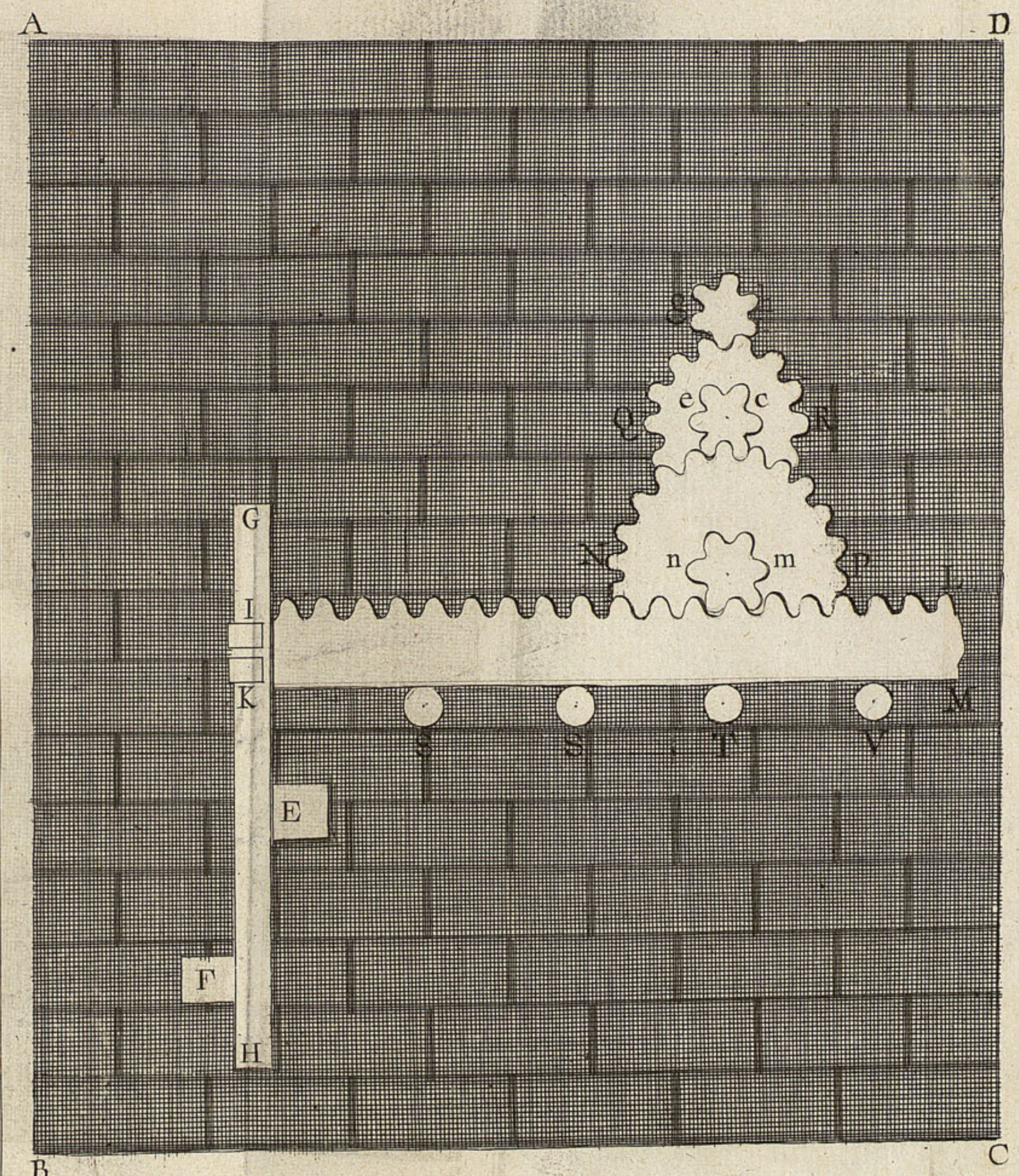
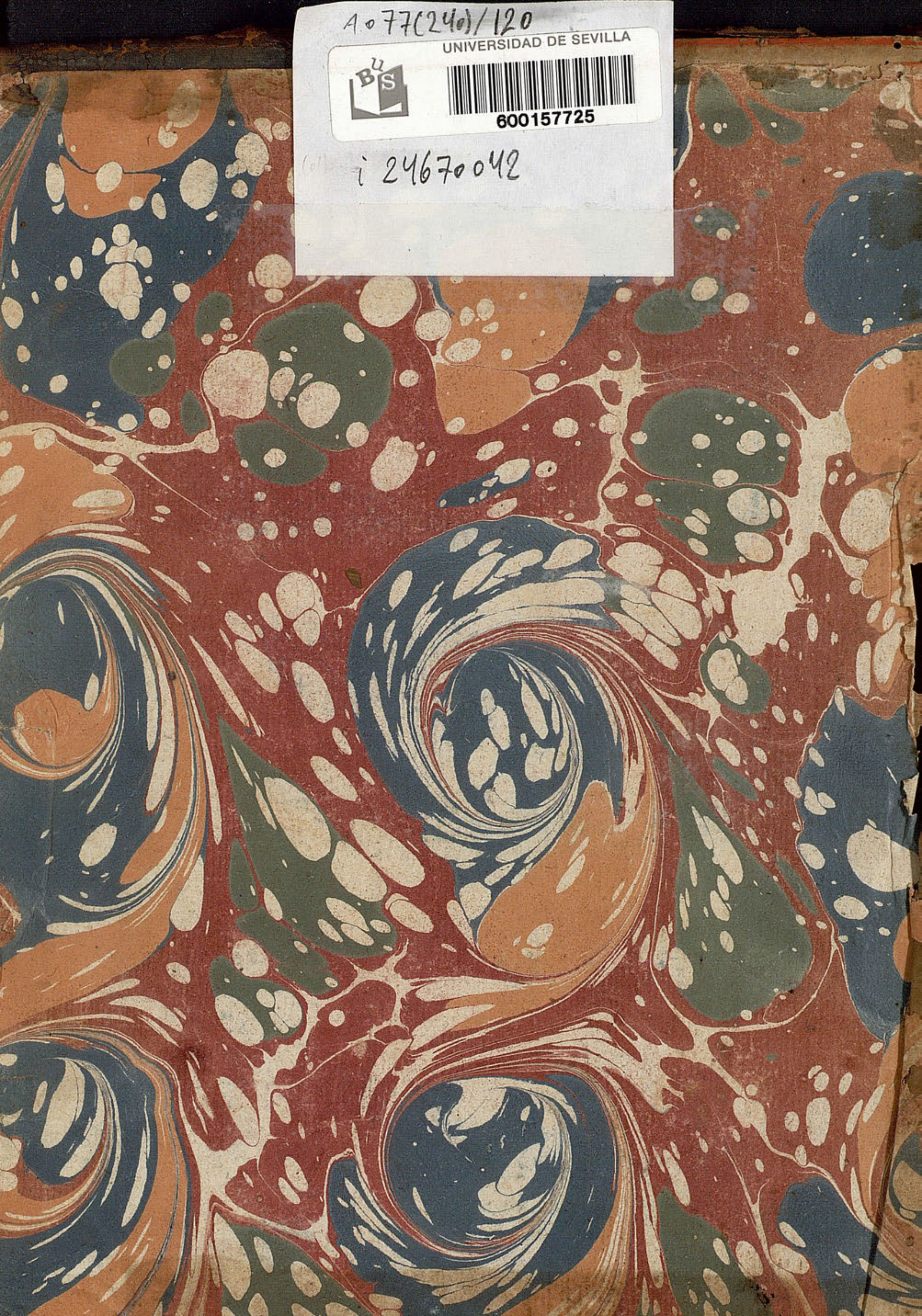


Fig. 2

Simonneau Sculp.










PRIX
DE
LACADEM
TOM